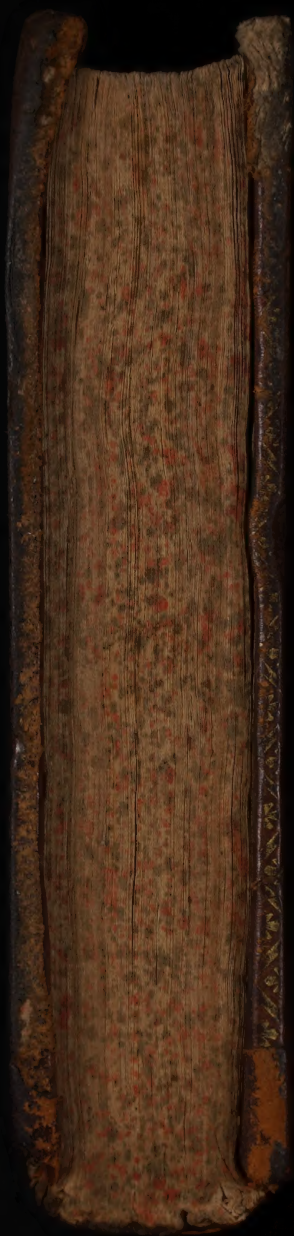
RECREA
TIONS
MATHE

VOL. I





ordre de [illegible] Mancans des 2 volumes

blanche 1.re f. du 1 vol. 41.	35 f. du 1 vol. 194.
2. f. du 1 vol. 95.	36. f. du 1 vol. 193.
3. f. du 1 vol. 99.	37. f. du 1 vol. 193.
4. f. du 1 vol. 104.	38. f. du 1 vol. 196.
5. f. du 2 vol. 106.	39. f. du 1 vol. 198.
6. f. du 2 vol. 108.	40. f. du 1 vol. 200.
7. f. du 2 vol. 110.	41. f. du 1 vol. 211.
8. f. du 2 vol. 114	42. f. du 1 vol. 222
9. f. du 1 vol. 118.	43 f. du 1 vol. 224.
10. f. du 1 vol. 121.	44 f. du 1 vol. 225.
11. f. du 1 vol. 129.	45. f. du 2 vol. 3.
12. f. du 1 vol. 131.	46. f. du 2 vol. 5.
13. f. du 1 vol. 132.	47. f. du 2 vol. 193.
14. f. du 1 vol. 133.	48 f. du 2 vol. 21.
15. f. du 1 vol. 133.	49. f. du 2 vol. 24.
16. f. du 1 vol. 134.	50. f du 2 vol. 32.
17. f. du 1 vol. 134.	51. f. du 2 vol. 34.
18. f. du 1 vol. 134.	52. f. du 2 vol. 37.
19. f. du 1 vol. 134.	53. f. du 2 vol. 41
20. f. du 1 vol. 139.	54. f. du 2 vol. 43.
21. f du 2 vol. 141.	55. f. du 2 vol. 70.
22. f. du 2 vol. 156.	56. f. du 2 vol. 83.
23. f. du 2 vol. 157.	57. fol. du 2 vol. 86
24. f. du 2 vol. 158.	58. f. du 2 vol. 108
25. f. du 1 vol. 160.	59. f. du 2 vol. 120
26. f. du 1 vol. 163.	60. f. du 2 vol. 148
27. f. du 1 vol. 168.	61. f du 2 vol. 21
28. f. du 1 vol. 171.	62 f. du 2 vol. 183
29 f. du 1 vol. 171.	63 f. du 2 vol. 182
30. f. du 1 vol. 174.	64 f. du 2 vol. 144
31. f. du 1 vol. 194	
32. f du 1 vol. 179	
33. f. du 1 vol. 184	
34. f. du 1 vol. 186	

146

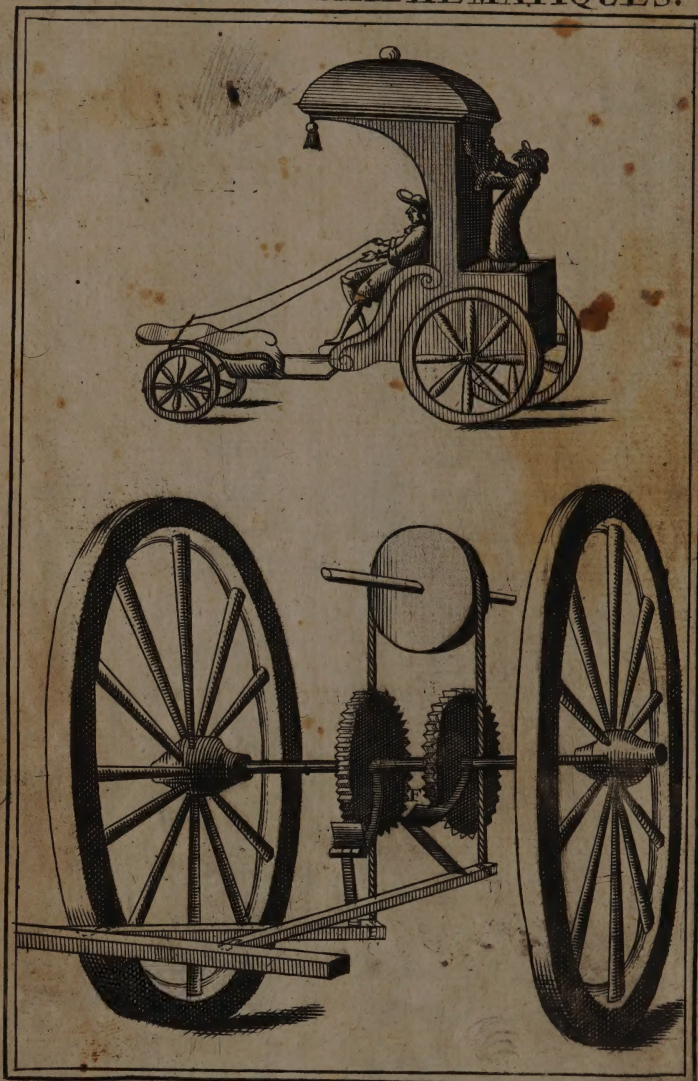
39411 / B

92





RECREATIONS MATHEMATIQUES.



RECREATIONS MATHEMATIQUES

Ex libris [redacted]

ET

PHYSIQUES,

QUI CONTIENNENT

Plusieurs Problémes utiles & agreables, d'Arithmetique, de Geometrie, d'Optique, de Gnomonique, de Cosmographie, de Mecanique, de Pyrotechnie, & de Physique. Avec un Traité nouveau des Horloges Elementaires.

Par Mr. OZANAM, *Professeur des Mathematiques.*

TOME PREMIER.

Troisiéme Edition reveuë & divisée en deux Volumes.



A PARIS,
Chez JEAN JOMBERT, prés des Augustins.
M. DC. XCVIII.
AVEC PRIVILEGE DU ROY.



PREFACE.

JE ne m'excuſerai pas de ce qu'aprés avoir donné au Public des Traitez ſerieux qui demandent toute l'application des Lecteurs, il ſemble que je veüille diſſiper leur application & les en détourner par les jeux d'eſprit que je leur preſente dans ce Volume. La memoire des grands hommes qui ont fait la même choſe que j'entreprends, eſt ſi glorieuſe, que leur exemple vaut toutes les juſtifications que je pourrois apporter. Le Docte Bachet Sieur de Meziriac, celebre par ſes excellens Ouvrages, commença à ſe faire connoître dans la Republique des Lettres par un Recüeil qu'il intitula *Problémes plaiſans qui ſe font par les Nom-*

bres ; Il voulut par ce Livre s'asseurer de son talent, & du jugement du Public, avant que de mettre au jour ses Commentaires sur l'Arithmetique de Diophante, & les autres Livres qui lui ont acquis une gloire immortelle. Plusieurs autres Auteurs de ce Siecle, comme le fameux Pere Kircher, & les Peres Schot & Bertin n'ont pas moins fait de bruit dans le Monde sçavant, par les Problémes divertissans qu'ils ont mis dans leurs Ouvrages, que par leurs raisonnemens, & par leurs plus serieuses observations.

Quoi que ces grands exemples puissent suffire pour autoriser mon dessein, neanmoins afin que ces hommes illustres que j'ai pris pour garands, ne soient pas eux-mêmes exposez à la censure de ceux qui voudroient les accuser de nouveauté; je produirai des exemples bien plus anciens, qui font voir que de tout temps les plus grands hommes ont tenu la même conduite, s'étant bien apperçûs que le même fond de raison

qui

qui fait trouver du plaiſir dans l'admiration, en doit auſſi faire trouver dans les choſes qui ſont le ſujet de l'admiration.

Le commerce d'Enigmes que les Rois de Syrie entretenoient, & qui a fait durer ſi long-temps aprés eux le Stile Parabolique, n'étoit autre choſe que des jeux d'eſprit, & des entretiens également propres à exciter le plaiſir, & à donner de l'élevation à l'eſprit. Les Grands de ce temps-là étoient faits comme ceux d'aujourd'hui: la peine les rebutoit, c'étoit un coup de l'adreſſe & de l'habileté extraordinaire de ceux qui les vouloient inſtruire, que de les attacher à l'étude & à la reflexion, par le plaiſir & par la curioſité. Je ne doute pas que l'éducation que Nathan donna à Salomon par cet exercice, n'ait beaucoup contribué à cette élevation d'ame, & à cette ſageſſe merveilleuſe qui fait le caractere & la gloire de ce Prince.

C'étoit auſſi par maniere de divertiſ-

ſement que les Chaldéens & les Egyptiens qui ont inventé l'Aſtronomie, marquoient par avance à leurs amis les jours & les circonſtances des Eclipſes, & qu'ils leur traçoient des figures qui partageoient la durée des jours, qui montroient les routes des Etoiles, & qui repreſentoient toutes les varietez des mouvemens des Cieux, perſuadez auſſi-bien que les Grecs, que les premiers plaiſirs de l'eſprit ſont ceux que l'on emprunte des Mathematiques, dans leſquelles ils faiſoient élever leurs Enfans. Ils croyoient que ſi la raiſon des Enfans étoit ſans action, elle n'étoit pas neanmoins ſans force, & qu'il n'y avoit qu'à lui donner du mouvement pour la perfectionner, ce qui ſe pouvoit faire, en donnant aux Enfans de la curioſité qui fait en eux ce qu'une longue ſuite de neceſſitez de la vie fait dans les perſonnes d'un âge plus avancé. C'eſt-là le ſecret de Socrate qui tiroit des Enfans les reſolutions les plus difficiles de la Geometrie & de l'Arithmetique : c'étoit la

clef

clef avec laquelle il leur ouvroit l'eſprit, il connoiſſoit leurs forces; il prédiſoit leur deſtinée: c'étoit le Démon ou le Genie qu'il conſultoit, & qui ne le quittoit jamais.

Bien que les jeux d'eſprit, dont je parle, ſoient des amuſemens, ils ne ſont peut-être pas moins utiles que les exercices, auſquels on applique les jeunes perſonnes de qualité, pour façonner leurs corps, & pour leur donner le bon air: car s'accoûtumer à connoître les proportions, la force des mélanges, à connoître le point qu'on cherche dans la confuſion, à prendre de juſtes meſures dans les propoſitions les plus embroüillées & les plus ſurprenantes, c'eſt ſe faire l'eſprit aux affaires, c'eſt s'armer contre les ſurpriſes, c'eſt ſe preparer à vaincre les difficultez imprévûës, ce qui vaut bien autant que d'aſſûrer ſa démarche par les leçons des Maîtres à danſer, ou le ton de ſa voix par celle des Muſiciens.

Ne faut-il pas outre cela que l'on ſe délaſſe quelquefois? & ſe peut-on délaſſer par des divertiſſemens que l'on mépriſe, ou dont on a honte? Un homme d'Etat voudroit-il danſer au ſortir du Conſeil & des plus grandes affaires? Seroit-il bien ſéant qu'il fût trouvé dans les exercices où il paſſoit ſon temps dans ſa jeuneſſe? la bien-ſéance, les affaires, & la ſanté ne le permettent pas. Mais les jeux d'eſprit ſont de toutes les ſaiſons & de tous les âges: ils inſtruiſent les Jeunes, ils divertiſſent les Vieux, ils conviennent aux Riches, & ne ſont pas au deſſus de la portée des Pauvres: les deux Sexes s'en peuvent accommoder ſans choquer la bien-ſéance. Ces divertiſſemens ont encore l'avantage, qu'on ne peut y commettre d'excés; car c'eſt un exercice de la raiſon dans la juſteſſe de ſes démarches, en quoi l'on ne peut concevoir qu'elle aille à aucune extrémité, puis que ſon application eſt dans le juſte milieu qu'elle s'eſt propoſée, &

où ſe trouve la ſolution du Probléme propoſé.

Ceux qui ont eu la curioſité d'épier la conduite des Grands Hommes dans leur particulier, ont trouvé qu'ils ſe ſont diſtinguez dans leurs divertiſſemens comme dans leur ſerieux. Auguſte joüoit les ſoirs avec ſa famille à des jeux d'eſprit, il ne croyoit pas cela au deſſous de lui, il écrivoit avec autant d'exactitude le détail de ſes divertiſſemens que celui des affaires ſerieuſes. Le ſçavant Juriſconſulte Mutius Scevola aprés avoir répondu à ceux qui le venoient conſulter, ſe divertiſſoit à joüer aux Echecs, & étoit devenu un des meilleurs Joüeurs de ſon temps. Le Pape Leon X. l'un des plus grands hommes de ſon Siecle, joüoit auſſi quelquefois aux Echecs, ſi l'on en croit Paul Jove, pour ſe délaſſer de la fatigue des affaires.

Il eſt certain que le Jeu des Echecs a été inventé pour inſtruire, auſſi bien que pour divertir; en repreſentant

tant les attaques & les défenſes des pieces differentes, leur marche, & leurs avantages, on a voulu faire des Leçons de morale, & montrer par le deſastre du Roi des Echecs, qu'un Prince tombe immanquablement au pouvoir de ſes Ennemis, quand il s'eſt dépoüillé de ſes Soldats, & qu'il ne peut negliger la perte d'un ſeul de ſes Sujets, ſans s'expoſer à celle de ſes propres Etats.

On peut reduire tous les Jeux qui ont été inventez, ou qu'on pourroit inventer, à trois ordres, ou trois claſſes differentes: la premiére eſt de ceux qui dépendent abſolument des nombres & des figures, comme les Echecs, le Jeu des Dames, & quelques autres: la ſeconde de ceux qui dépendent du hazard, comme les Dez, & les Jeux ſemblables: la troiſiéme de ceux qui dépendent de la juſteſſe des mouvemens, comme les Jeux de l'Arquebuſe, de l'Arc, de la Paume, & du Billard. Il y en a qui ſont mêlez d'adreſ-
ſe

ſe & de hazard , comme le Trictrac, le Hocca, les Cartes, & la plûpart des autres. Mais il eſt conſtant, qu'il n'y en a point qu'on ne puiſſe ſi bien ſoûmettre aux Regles des Mathematiques, que l'on ne fût aſſûré de gagner, ſi l'on y pouvoit apporter toute l'habileté neceſſaire. Les Jeux d'adreſſe ont tant de rapport aux principes de la Statique & de la Mecanique, que ce n'eſt que faute d'en bien ſçavoir les regles, ou de les mettre bien en uſage, que l'on ne gagne pas dans ces Jeux-là. Il n'y a point de Jeu de hazard, où la victoire ne dépende de la rencontre d'un nombre, ou du poids, ou de l'étenduë de la figure. Le Joüeur qui imprime le mouvement pourroit déterminer la fin, s'il étoit parfaitement habile, & quoi que cela ne paroiſſe pas poſſible, parce qu'on ne trouve perſonne d'une parfaite habileté, il eſt neanmoins vrai que l'on pourroit le faire, & qu'une methode infaillible de gagner aux Echecs, n'eſt pas abſolument

ment impoſſible ; Perſonne ne l'a encore trouvée , & je ne crois pas qu'on la trouve jamais, parce qu'elle dépend d'un trop grand nombre de combinaiſons. C'eſt aſſez qu'un point de perfection ſoit poſſible , pour engager les curieux au travail. L'Orateur parfait, diſoit Ciceron , n'a jamais été , mais il eſt poſſible ; ſon idée , telle que ce grand Maître la peint , ſert de modele à ceux qui ſe mettent en devoir de ſe rendre habiles en Eloquence. Il en eſt de même du Poëte , du Peintre , de l'Architecte , du Medecin , & de tous les autres. Auſſi quoi qu'il ſoit vrai que perſonne ne ſçaura la methode immanquable de tous les Jeux , ni peut-être d'aucun , neanmoins il ne faut pas laiſſer de s'y rendre le plus habile que l'on peut , en tâchant d'approcher de l'idée qu'on ſe fait de cette methode , qui eſt enfermée dans l'exactitude des regles & des principes des Mathematiques.

C'eſt une choſe bien extraordinaire

re que de vouloir mettre les Joüeurs dans mon parti, & engager dans l'étude des Recreations Mathematiques les Hommes d'Etat & les Capitaines: mais puis-je empêcher tout le monde de profiter des leçons qui ſont établies ſur les principes les plus naturels, & ſur les veritez attachées à l'eſſence des choſes? Puis-je défendre des plaiſirs qui ſont engageans par leur utilité, & qui ſont ſi communs, ſi faciles, & ſi propres à tous ceux qui ont de la raiſon, qu'on ne peut pas les ôter aux hommes, ſans les priver de ce qu'il y a de plus agreable dans la vie.

Un ſeul Livre n'eſt pas capable de contenir toutes les propoſitions qu'on peut faire ſur cette matiere, c'eſt pourquoi je diviſe mon Traité en deux Volumes, où je ne donne que les Problémes les plus faciles, les plus utiles, & les plus agreables: & pour conſerver un ordre je mettrai les Problémes des Nombres dans l'Arithmetique, les Problémes Geometriques dans la Geometrie,

trie, &c. Le premier Volume contient les Problémes d'Arithmetique, de Geometrie, d'Optique, de Gnomonique, & de Cosmographie : le second Volume comprend les Problémes de Mecanique, de Pyrotechnie, & de Physique, avec un Traité des Horloges d'Eau, de Terre & de Sable, d'Air & de Feu,



PRO-



PROBLÉMES D'ARITHMETIQUE.

COMME je ne prétens pas ajoûter ici des Problémes bien difficiles, je ne prétens pas aussi en donner les démonstrations, pour ne pas embarrasser l'esprit de ceux que je veux divertir par la lecture de plusieurs Problémes utiles & agréables, me contentant de leur donner pour la solution de ces Problémes des regles infaillibles qui ne les tromperont jamais.

PROBLEME I.

Une Abbesse aveugle visitant ses Religieuses qui sont dispersées également dans huit Cellules construites aux quatre angles d'un Quarré, & au milieu de chaque côté, trouve par tout un nombre égal de personnes dans chaque rang, qui est composé de trois Cellules : & en les visitant une seconde fois, elle trouve dans chaque rang le même nombre de personnes, quoiqu'il y soit entré quatre hommes : & en les visitant une troisiéme fois, elle trouve encore dans chaque rang le même nombre de personnes, quoique les quatre hommes soient sortis, chacun avec une Religieuse ; on demande comment cela se peut & se doit faire.

POur resoudre le premier cas, auquel les quatre hommes sont entrez dans les Cellules, il faut qu'un homme se mette dans la Cellule de chaque angle, & que deux Religieuses en sortent pour passer dans chaque Cellule du milieu ; en sorte que chaque Cellule des angles contienne une personne moins qu'auparavant, & que chaque Cellule du milieu en contienne deux de plus. Comme si dans la premiere visite chaque Cellule contenoit, par exemple, trois Religieuses, en sorte que chaque rang fût de neuf

3	3	3
3		3
3	3	3

Reli-

2	5	2
5		5
2	5	2

4	1	4
1		1
4	1	4

Religieuses, qui seroient en tout au nombre de vingt-quatre, il faut que dans la seconde visite; c'est à dire dans le premier cas, il y ait cinq Religieuses dans chaque milieu, & deux personnes dans chaque angle, sçavoir un homme & une Religieuse, ce qui fera toûjours neuf personnes dans chaque rang.

Pour resoudre le second cas, auquel les quatre hommes sont sortis, avec quatre Religieuses, chaque Cellule des angles contiendra une Religieuse de plus que dans la premiere visite, & chaque Cellule du milieu en contiendra deux de moins: de sorte que dans cet exemple chaque Cellule des angles contiendra quatre Religieuses, & il y en aura seulement une dans chaque Cellule du milieu, ce qui fera aussi neuf personnes dans chaque rang, quoy qu'il ne reste plus que vingt Religieuses.

PROBLEME II.

Soustraire par une seule operation plusieurs sommes de plusieurs autres sommes données.

Pour ôter toutes les sommes d'en bas, qui sont au dessous de la ligne en B, de toutes les sommes d'en haut, qui sont au dessus de la ligne en A, l'on commencera à ajoûter ensemble les nombres de la premiere colonne d'en bas à la droite, en disant 8 & 4 font 12, & 2 font 14, qui étant ôtez de la plus proche dizaine, c'est à dire de deux dixaines, ou de 20, il reste 6, qu'on ajoûtera à la colonne correspondante de dessus, en disant 6 & 8 font 14, & 2 font 16, & 4 font 20, & 3 font 23, il faudra écrire 3 en dessous; & parce qu'il y a ici deux dixaines comme auparavant, on ne retiendra rien. Ajoûtez de la même façon les nombres de la colonne suivante d'en bas, en disant 0 & 5 font 5, & 4 font 9, qui étant ôtez de la plus proche dixaine, ou de 10, il reste 1, qu'on ajoûtera pareillement à la colonne correspondante d'en haut, en disant 1 & 4 font 5, & 5 font 10, & 6 font 16, & 4 font 20, il faudra écrire 0 en dessous, & parce qu'il y a ici deux dixaines, & que dans la colonne d'en bas il n'y en a eu qu'une, on retiendra la difference 1, qu'on ôtera de la colonne suivante d'en bas, parce qu'on a trouvé plus de dixaines en A qu'en B, car il la faudroit ajoûter, si l'on avoit trouvé moins de dixaines en A qu'en B, & quand il arrivera que cette difference ne pourra pas être ôtée de la colon-

```
 56243
 84564 A
  3232
 26848
 ------
  2942
  3654 B
  2308
 ------
162003
```

ne

me d'en bas, pour n'y avoir point de figures significatives, comme il arrive ici à la cinquiéme colonne, on l'ajoûtera à la colonne d'en haut, & l'on écrira toute la somme au dessous de la ligne, de sorte que dans cet exemple l'on aura 162003, pour le reste de la Soustraction.

PROBLEME III.

Multiplication abregée.

POur multiplier un nombre quelconque, par exemple 128 par un nombre qui soit produit par la Multiplication de deux autres, comme par 24, qui est produit par la Multiplication de ces deux 4, 6, ou de ces deux, 3, 8; on multipliera le nombre proposé 128 par 4, & le produit 512 par 6, ou bien on multipliera le nombre proposé 128 par 3, & le produit 384 par 8, & l'on aura 3072 pour le produit de la multiplication qu'il falloit faire.

D'où il suit, que pour multiplier un nombre proposé par un nombre quarré, il faut multiplier le nombre proposé par le côté de ce nombre quarré, & multiplier encore le produit par le même côté. Comme pour multiplier 128 par 25, dont la Racine quarrée, ou le côté est 5, on multipliera 128 par 5, & le produit 640 encore par 5, & l'on aura 3200 pour le produit de la Multiplication. Ainsi pour sçavoir combien il y a de pieds quarrez en 32 toises quarrées, on multipliera 32 par 6, & le produit 192 encore par 6, & l'on aura 1152 pour le nombre des pieds quarrez qu'on cherche.

Pour multiplier un nombre quelconque, par exemple, 128 par un nombre qui soit produit par la Multiplication de trois autres, comme par 108, qui est produit par la Multiplication de ces trois 2, 6, 9, ou de ces trois 3, 6, 6; on multipliera le nombre proposé 128 par 2, & le produit 256 par 6, & le second produit 1536 par 9, ou bien l'on multipliera le nombre proposé 128 par 3, & le produit 384 par 6, & le second produit 2304 encore par 6, & l'on aura 13824 pour le produit de la Multiplication qu'il falloit faire.

D'où il suit, que pour multiplier un nombre proposé par un nombre cubique, il faut multiplier le nombre proposé par le côté de ce nombre cubique, & le produit par le même côté, & le second produit encore par le même côté. Comme pour multiplier 128 par 125, dont la Racine cubique ou le côté est 5, on multipliera 128 par 5, & le produit 640 encore par 5, & le second produit 3200 derechef par 5, & l'on aura 16000 pour le produit de la Multiplication. Ainsi pour sçavoir combien il y a de pieds cubes en 32 toises cubes, on multipliera 32 par 6, & le produit 192 aussi par 6, & le second produit 1152

encore par 6, & l'on aura 6912 pour le nombre des pieds cubes qu'on cherche.

Pour multiplier un nombre quelconque par telle puissance qu'on voudra de 5, on ajoûtera au nombre proposé vers la droite autant de zero que l'exposant de la Puissance comprendra d'unitez, comme un zero pour 5, deux zero pour son quarré 25, trois zero pour son cube 125, & ainsi ensuite, & l'on divisera ce nombre ainsi augmenté par une semblable Puissance de 2, sçavoir par 2 pour 5, par 4 pour son quarré 25, par 8 pour son cube 125, & ainsi ensuite.

Comme pour multiplier 128 par 5, on divisera 1280 par 2, & le quotient 640 sera le produit de la Multiplication : mais pour multiplier 128 par 25 quarré de 5, on divisera 12800 par 4 quarré de 2, & le quotient donnera 3200 pour le produit de la Multiplication : & pour multiplier le même nombre 128 par 125 cube de 5; on divisera 128000 par 8 cube de 2, & le quotient donnera 16000 pour le produit de la Multiplication. Ainsi des autres, comme vous voyez dans la Table suivante.

128.0.	128.00.	128.000.	128.0000.
5	25	125	625
2	4	8	16
640	3200	16000	80000.

Pour sçavoir combien valent 53 loüis d'or à 11 livres le loüis d'or, il faudroit multiplier 53 par 11, pour cette fin on écrira 53 sous 53, en l'avançant d'une colonne vers la gauche, en sorte que le 3 réponde sous le 5, & la somme de ces deux nombres ainsi disposez, donnera 583 livres pour la valeur de 53 loüis d'or, à 11 livres le loüis d'or.

```
 53
53
---
583
```

Pour sçavoir combien valent 53 loüis d'or à 12 liv. 10 s. le loüis d'or, il faudroit multiplier 12 liv. 10 s. par 53, pour cette fin on prendra la huitiéme partie du nombre donné 53, augmenté de deux zero vers la droite, sçavoir la huitiéme partie de 5300 consideré comme 5300 livres, & l'on aura 662 liv. 10 s. pour la valeur de 53 loüis d'or à 12 liv. 10 s. le loüis d'or.

Pour sçavoir combien valent 53 loüis d'or à 12 liv. 5 s. le loüis d'or, il faudroit multiplier 12 liv. 5 s. par 53, pour cette fin on multipliera 53 que l'on considerera comme 53 liv. par 7, & le produit 371 liv. encore par 7, & le quart du second produit 2597 liv. donnera 649 liv. 5 s. pour la valeur de 53 loüis d'or à 12 liv. 5 s. le loüis d'or.

Pour sçavoir combien il y a de pouces en 53 pieds, il faudroit multiplier 53 par 12, ce qui se pourroit faire en multipliant 53 par 2, & le produit 106 par 6, ou bien 53 par 3, & le

le produit 159 par 4 : mais cela se peut faire sans aucune Multiplication, sçavoir en écrivant 53 sous 53, & encore une fois 53 au dessous, en l'avançant d'une colonne, en sorte que le 3 réponde sous le 5, car la somme de ces trois nombres ainsi disposez, donnera 636 pour le nombre des pouces qui sont compris en 53 pieds, qui est aussi le nombre des deniers qui sont compris en 53 sols.

```
  53
  53
 53
————
 636
```

Pour multiplier ensemble deux nombres composez de plusieurs figures, par exemple 12 & 18, on reduira le premier nombre 12 en ces trois parties composées chacune d'une seule figure 2, 4, 6, & pareillement le second nombre 18 en ces trois parties composées aussi chacune d'une seule figure 4, 6, 8, dont chacune sera multipliée par la premiere partie 2 du premier nombre, & ensuite par la seconde figure 4 du même premier nombre, & enfin par la troisiéme figure 6 du même premier nombre, & la somme de tous les produits sera celuy qui doit provenir en multipliant 12 par 18, ou 18 par 12.

```
   { 4 — 8
 2 { 6 — 12
   { 8 — 16
   { 4 — 16
 4 { 6 — 24
   { 8 — 32
   { 4 — 24
 6 { 6 — 36
   { 8 — 48
   ————————
somme 216
```

PROBLEME IV.

Division abregée.

Pour diviser un grand nombre par un plus petit, par la seule Addition & Soustraction, comme 1492992 par 432, il faudroit mettre, selon la methode commune le diviseur 432 vers la gauche sous 1492, pour sçavoir combien de fois il y est

```
 1 | 432     1492992 ( 3456
 2 | 864     1296.
 3 | 1296    ———————
 4 | 1728     1969
 5 | 2160     1728
 6 | 2592     ————
 7 | 3024     2419
 8 | 3456     2160
 9 | 3888     ————
10 | 4320     2592
              2592
              ————
              000
```

compris : mais pour n'avoir pas cette peine, faites un tarif du diviseur 432 en le mettant vers la droite, vis-à-vis de 1, & l'a-

joûtez à luy-même, pour avoir son double 864, que vous écrirez sous 432 vis-à-vis de 2, puis ajoûtez le même nombre 432 à son double 864, pour avoir son triple 1296, que vous écrirez en bas vis-à-vis de 3. Ajoûtez pareillement le même diviseur 432 à son triple 1296, pour avoir son quadruple 1728, que vous écrirez en dessous vis-à-vis de 4, & ainsi des autres, en écrivant toûjours les multiples du diviseur 432, vis-à-vis des autres nombres 5, 6, 7, 8, 9, 10, dont le dernier 10 doit avoir vis-à-vis à la droite le même diviseur 432 augmenté d'un zero vers la droite, si le tarif est bien fait.

Cette preparation étant faite, pour sçavoir tout d'un coup combien de fois le diviseur 432 est compris dans 1492, cherchez ce nombre 1492 dans le tarif, ou son plus proche & moindre qui est 1296, lequel se trouvant vis-à-vis de 3, sera la premiere figure du quotient, & si l'on ôte ce nombre prochainement moindre 1296 de 1492, il restera 196 pour le reste de la division, vis à vis duquel il faudra mettre vers la droite la figure suivante 9, qui suit aprés 1492, pour avoir en tout 1969, que vous chercherez dans le tarif, ou son moindre le plus proche, qui est 1728, lequel se rencontrant vis-à-vis de 4, ce nombre 4 sera la seconde figure du quotient, & ce nombre prochainement moindre 1728 étant pareillement ôté de 1969, il restera 241 pour le reste de la division, auquel il faudra comme auparavant ajoûter à la droite le nombre immediatement suivant 9 du dividende, pour avoir en tout 2419, que vous chercherez de la même façon dans le tarif, ou son plus proche & moindre, qui est 2160, lequel donnera 5 pour la troisiéme figure du quotient, & ainsi ensuite.

Cette maniere est trés-commode, quand il faut diviser en plusieurs rencontres de grands nombres par un même nombre plus petit, parce qu'ayant fait un tarif du diviseur, il pourra toûjours servir pour faire toutes ces divisions. Comme il arrive souvent aux Arpenteurs qui ont souvent besoin de diviser de grands nombres par 144, lorsqu'ils veulent reduire des pouces quarrez en des pieds quarrez, ou par 1728, quand ils veulent reduire des pouces cubes en des pieds cubes.

Pour diviser un nombre quelconque par telle Puissance qu'on voudra de 5, on le multipliera par une semblable Puissance de 2, & l'on retranchera du produit vers la droite autant de figures que le degré de la Puissance contiendra d'unitez, & les figures qui resteront vers la gauche, representeront le quotient de la division, & celles qui auront été retranchées seront le numerateur d'une fraction, dont le denominateur sera une semblable Puissance de 10.

Comme pour diviser 128 par 5, on retranchera le 6 qui est à la droite du double 256 de 128, & l'on aura $25\frac{6}{10}$ pour le quotient de la division: & pour diviser le même nombre 128 par 25

quar-

quarré de 5, on retranchera les deux dernieres figures 12 qui font à la droite du quadruple 512 de 128, & l'on aura $5\frac{12}{100}$ pour le quotient de la division. Ainsi des autres.

Pour diviser un nombre quelconque par un plus petit, qui soit produit par la Multiplication de deux autres plus petits, on divisera le nombre proposé par l'un de ces deux plus petits nombres, & le quotient sera encore divisé par l'autre nombre, & le second quotient qui viendra, sera celuy qu'on cherche.

Comme pour diviser 20736 par 24, qui est produit par la Multiplication de ces deux 3, 8, & aussi de ces deux 4, 6, on prendra la huitiéme partie de son tiers, ou la sixiéme partie de son quart, ou bien, ce qui est la même chose, on prendra le tiers de sa huitiéme partie, ou le quart de sa sixiéme partie, & l'on aura 1728 pour le quotient de la division.

D'où il suit que pour reduire en toises quarrées des pieds quarrez, on doit prendre la sixiéme partie de la sixiéme partie du nombre proposé des pieds quarrez, parce qu'une toise quarrée a 36 pieds quarrez, & que 6 fois 6 font 36. Ainsi pour reduire en toises quarrées 20736 pieds quarrez, on prendra la sixiéme partie de la sixiéme partie 3456 de 20736, & l'on aura 756 pour le nombre des toises quarrées qui sont contenuës en 20736 pieds quarrez. Pareillement pour reduire en toises quarrées 542 pieds quarrez, on prendra la sixiéme partie de la sixiéme partie $90\frac{2}{6}$ de 542, & l'on aura 15 toises quarrées & 2 pieds quarrez pour la valeur de 542 pieds quarrez.

PROBLEME V.

De quelques proprietez des Nombres.

I.

LE nombre 9 est tel que s'il multiplie un nombre entier quelconque, la somme des figures du produit est divisible par le même nombre 9. Comme si l'on multiplie 53 par 9, & qu'on ajoûte ensemble les figures du produit 477, la somme 18 est exactement divisible par 9.

II.

De deux nombres quelconques, ou l'un des deux, ou leur somme, ou leur difference est divisible par 3. Comme des deux nombres 6, 5, le premier 6 est divisible par 3: des deux nombres 11, 5, la difference 6 est divisible par 3; & des deux nombres 7, 5, la somme 12 est divisible par 3.

III.

Le produit qui vient par la Multiplication de deux nombres, dont les quarrez sont ensemble un nombre quarré, est divisible par 6. Comme le produit 12 de ces deux nombres 3, 4, dont les quarrez 9. 16, font ensemble le nombre quarré 25, dont le côté est 5, est divisible par 6.

Pour trouver deux nombres, dont les quarrez fassent ensemble un nombre quarré, multipliez ensemble deux nombres quelconques, & le double de leur produit sera l'un des deux nombres qu'on cherche, & la difference de leurs quarrez sera l'autre nombre.

Comme si l'on multiplie ensemble ces deux nombres 2, 3, dont les quarrez sont 4, 9, le produit sera 6, dont le double 12, & la difference 5 des quarrez 4, 9, sont deux nombres, tels que leurs quarrez 144, 25, font ensemble ce nombre quarré 169, dont le côté est 13. *Voyez Probl. 6. & 7.*

IV.

La somme & la difference de deux nombres quelconques, dont les quarrez different d'un nombre quarré, sont chacune ou un nombre quarré, ou la moitié d'un nombre quarré.

Comme des deux nombres 6, 10, dont les quarrez 36, 100, different du nombre quarré 64, qui a sa Racine quarrée 8, la somme 16, & la difference 4, sont chacune un nombre quarré, & des deux nombres 8, 10, dont les quarrez 64, 100, different du nombre quarré 36, qui a sa Racine quarrée 6; la somme 18, & la difference 2, sont les moitiez de ces deux nombres quarrez 36, 4.

Pour trouver deux nombres, dont la somme & la difference soient chacune un nombre quarré, auquel cas les quarrez de ces deux nombres differeront aussi d'un nombre quarré; choisissez deux nombres à volonté, comme 2, 3, dont le produit de la Multiplication est 6, & dont les quarrez sont 4, 9. La somme 13 de ces deux quarrez, & le double 12 du produit 6, sont les deux nombres qu'on cherche: car leur somme 25, & leur difference 1, sont chacune un nombre quarré, & de plus leurs quarrez 169, 144, different du nombre quarré 25, qui a sa Racine quarrée 5.

Pour trouver deux nombres, dont la somme & la difference soient chacune la moitié ou le double d'un nombre quarré, auquel cas leurs quarrez differeront aussi d'un nombre quarré; choisissez à volonté deux nombres, comme 2, 3, dont les quarrez sont 4, 9. La somme 13 de ces deux quarrez, & leur difference 5, sont les deux nombres qu'on cherche: car leur somme 18, & leur diffe-

difference 8, ſont les moitiez de ces deux nombres quarrez 36, 16, ou les doubles de ces deux autres nombres quarrez 9, 4, & de plus leurs quarrez 169, 25, different de ce nombre quarré 144, qui a ſa Racine quarrée 12.

V.

Tout nombre quarré finit ou par deux zero, ou par l'une de ces cinq figures 1, 4, 5, 6, 9, ce qui ſert *pour connoître quand un nombre propoſé n'eſt point quarré*, ſçavoir lorſqu'il ne finit pas par deux zero, ou par quelqu'une des cinq figures precedentes : & quand même il finira par deux zero, on pourra aſſûrer qu'il n'eſt point quarré, lorſque ces deux zero ne ſeront pas precedez par quelqu'une des cinq figures precedentes.

VI.

Toute Fraction quarrée, c'eſt-à-dire, qui a ſa Racine quarrée, eſt telle que le produit de la Multiplication du Numerateur & du Dénominateur a ſa Racine quarrée, ce qui ſert *pour connoître quand une fraction propoſée eſt quarrée*, ſçavoir lorſqu'en multipliant enſemble le Numerateur & le Dénominateur, le produit eſt un nombre quarré.

Ainſi l'on connoît que cette Fraction $\frac{28}{63}$ eſt quarrée, parce qu'en multipliant enſemble le Numerateur 28, & le Dénominateur 63, il vient ce nombre quarré 1764, dont le côté eſt 42 : & alors la Racine quarrée de la Fraction propoſée $\frac{28}{63}$ ſera $\frac{42}{63}$, en retenant le même Dénominateur 63, ou bien $\frac{28}{42}$, en retenant le même Numerateur 28, car l'une ou l'autre de ces deux Fractions $\frac{28}{42}$, $\frac{42}{63}$, vaut autant que $\frac{2}{3}$, pour la Racine quarrée de la Fraction propoſée $\frac{28}{63}$, ou $\frac{4}{9}$.

VII.

Toute Fraction cubique, c'eſt-à-dire, qui a ſa Racine cubique; eſt telle qu'en multipliant le Numerateur par le quarré du Dénominateur, ou le Dénominateur par le quarré du Numerateur, le produit a ſa Racine cubique, ce qui ſert *pour connoître quand une Fraction propoſée eſt cubique*, ſçavoir lorſqu'en multipliant enſemble le Numerateur & le quarré du Dénominateur, ou le Dénominateur & le quarré du Numerateur, le produit eſt un nombre cubique.

Ainſi l'on connoît que cette Fraction $\frac{24}{375}$ eſt cubique, parce qu'en multipliant le Numerateur 24 par le quarré 140625 du Dénominateur 375, le produit 3375000 a ſa Racine cubique 150, ou bien parce qu'en multipliant le Dénominateur 375 par le quarré 576 du Numerateur 24, le produit 216000 a ſa Racine

cine cubique 60 : & alors la Racine cubique de la Fraction proposée $\frac{24}{375}$ sera $\frac{150}{375}$, en retenant le même Dénominateur 375, ou bien $\frac{24}{60}$, en retenant le même Numerateur 24, car l'une & l'autre de ces deux Fractions $\frac{150}{375}$, $\frac{24}{60}$ vaut autant que $\frac{2}{5}$ pour la Racine cubique de la Fraction proposée $\frac{24}{375}$, ou $\frac{8}{125}$.

VIII.

Quoiqu'il ne soit pas possible de trouver deux Puissances homogénes, dont la somme & la difference soient chacune une semblable Puissance, comme deux quarrez, dont la somme & la difference soient chacune un nombre quarré, ou deux cubes, dont la somme & la difference soient chacune un nombre cubique ; neanmoins il est possible, & même tres-facile de *trouver deux nombres triangulaires, dont la somme & la difference soient chacune un nombre triangulaire.*

Voici deux nombres triangulaires 15, 21, dont les côtez sont 5 & 6, & dont la somme 36, & la difference 6, sont aussi des nombres triangulaires, dont les côtez sont 8 & 3. Voici encore deux autres nombres triangulaires 780, 990, dont les côtez sont 39 & 44, & dont la somme 1770, & la difference 210, sont aussi des nombres triangulaires, dont les côtez sont 59, 20. Si vous voulez encore deux autres nombres triangulaires ; les voici 1747515, 2185095, dont les côtez sont 1869, 2090, & dont la somme 3932610, & la difference 437580, sont aussi des nombres triangulaires, dont les côtez sont 2804, 935.

On appelle *Nombre triangulaire* la somme des nombres naturels 1, 2, 3, 4, 5, 6, &c. en commençant par l'unité, & en telle multitude qu'on voudra, dont le dernier & plus grand est appellé *Côté.* Ainsi l'on connoît que ce nombre 10 est triangulaire, & que son côté est 4, parce qu'il est égal à la somme des quatre premiers nombres naturels 1, 2, 3, 4, dont le dernier & plus grand est 4. Il a été appellé *Triangulaire*, parce que l'on peut disposer 10 points en forme de Triangle équilateral, dont chaque côté en comprend 4, ce qui a fait appeller 4 côté du nombre triangulaire 10.

Pour connoître si un nombre proposé est Triangulaire, il le faut multiplier par 8, & ajoûter 1 au produit, car si la somme a sa Racine quarrée, le nombre proposé sera triangulaire. Ainsi l'on connoît que ce nombre 10 est triangulaire, parce qu'étant multiplié par 8, & le produit 80 étant augmenté de 1, la somme 81 a sa Racine quarrée 9. On connoît aussi que ce nombre 3932610 est triangulaire, parce qu'étant multiplié par 8, & le produit 31460880 étant augmenté de 1, la somme 31460881 est un nombre quarré, dont le côté est 5609.

IX.

I X.

La difference de deux Puissances homogénes, comme de deux nombres quarrez, de deux nombres cubiques, &c. est divisible par la difference de leurs côtez. Ainsi l'on connoît que la difference 21 de ces deux quarrez 25, 4, dont les côtez sont 5, 2, est divisible par la difference 3 de ces côtez, le quotient 7 étant toûjours égal à la somme des mêmes côtez : & que la difference 117 des deux cubes 125, 8, dont les côtez sont 5, 2, est divisible par la difference 3 de ces côtez, le quotient 39 étant égal à la somme du produit 10, sous les mêmes côtez 5, 2, & de leurs quarrez 25, 4.

X.

La difference de deux Puissances homogénes, dont l'exposant commun est un nombre pair, est divisible par la somme de leurs côtez. Ainsi l'on connoît que la difference 21 de ces deux quarrez 25, 4, dont les côtez sont 5, 2, est divisible par la somme 7 de ces côtez, le quotient 3 étant égal à la difference des mêmes côtez : & que la difference 609 des deux quarrez-quarrez 625, 16, dont les côtez sont 5, 2, est divisible par la somme 7 de ces côtez, le quotient 87 étant égal au produit sous la difference 3 des mêmes côtez 5, 2, & la somme 29 de leurs quarrez 25, 4.

X I.

La somme de deux Puissances homogénes, dont l'exposant commun est un nombre impair, est divisible par la somme de leurs côtez. Ainsi l'on connoît que la somme 133 des deux cubes 125, 8, dont les côtez sont 5, 2, est divisible par la somme 7 de ces côtez, le quotient 19 étant égal à l'excés de la somme 29 des quarrez 25, 4, des côtez 5, 2, sur le produit 10 des mêmes côtez : & que la somme 3157 des deux sursolides 3125, 32, dont les côtez sont 5, 2, est divisible par la somme 7 de ces côtez ; le quotient 451 étant égal à l'excés de la somme 741 des quarrez-quarrez 625, 16, des deux côtez 5, 2, & du quarré 100 du produit 10 sous les mêmes côtez, sur le produit 290 sous la somme 29 des quarrez 25, 4, des côtez 5, 2, & le produit 10 des mêmes côtez.

X I I.

Toutes les Puissances des nombres naturels 1, 2, 3, 4, 5, 6, &c. ont autant de differences que leurs exposans contiennent d'unitez, les dernieres differences étant toûjours égales entre elles dans chaque Puissance : sçavoir les secondes differences, c'est-

c'est-à-dire, les differences des differences dans les Quarrez 1, 4, 9, 16, 25, 36, &c. car ces secondes differences sont 2, les premieres étant les nombres impairs 3, 5, 7, 9, 11, &c. les troisiémes differences, c'est-à-dire, les differences des differences des premieres differences dans les Cubes 1, 8, 27, 64, 125, 216, &c. car ces troisiémes differences sont 6, les premieres étant 7, 19, 37, 61, 91, &c. & les secondes, où les differences de ces differences étant 12, 18, 24, 30, &c. qui se surpassent de 6 pour troisiéme difference. Ainsi des autres.

Il arrive la même chose aux nombres *Polygones*, qui se forment par une continuelle addition des nombres en continuelle progression arithmetique, qu'on appelle *Gnomons*, dont le premier est toûjours l'unité, qui est virtuellement tout nombre polygone: & aux nombres *Pyramidaux*, qui se produisent par l'addition continuelle des nombres Polygones considerez comme des Gnomons, dont le premier est toûjours l'unité: & pareillement aux nombres *Pyramido-Pyramidaux*, qui sont produits par l'addition continuelle des nombres Pyramidaux considerez comme des Gnomons, dont le premier est toûjours l'unité.

Lorsque les Gnomons se surpassent de l'unité, comme 1, 2, 3, 4, 5, 6, &c. les nombres Polygones 1, 3, 6, 10, 15, 21, &c. qui s'en forment sont appellez *Triangulaires*, dont la proprieté est telle que chacun étant multiplié par 8, & le produit étant augmenté de l'unité, la somme est un nombre quarré, ce qui peut servir *pour connoître quand un nombre proposé est Triangulaire*, comme nous avons déja dit ailleurs. De plus la somme 9 du second & du troisiéme, en omettant le premier, est un nombre quarré, & pareillement en omettant le quatriéme, la somme 36 du cinquiéme & du sixiéme est un nombre quarré, & ainsi ensuite.

Lorsque les Gnomons se surpassent de deux unitez, comme les nombres impairs 1, 3, 5, 7, 9, 11, &c. les nombres Polygones 1, 4, 9, 16, 25, 36, &c. qui s'en forment, sont des *Nombres quarrez*: & lorsque les Gnomons se surpassent de trois unitez, comme 1, 4, 7, 10, 13, 16, &c. les nombres 1, 5, 12, 22, 35, 51, &c. qui s'en forment, sont appellez *Pentagones*, dont la proprieté est telle que chacun étant multiplié par 24, & le produit étant augmenté de l'unité, la somme est un nombre quarré, ce qui sert *pour connoître quand un nombre proposé est Pentagone*. Ainsi des autres.

Pour *trouver la somme de tant de nombres Triangulaires qu'on voudra, en commençant depuis l'unité*, par exemple, de ces huit 1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, on multipliera le nombre donné 8 par son suivant 9, & le produit 72 encore par le suivant 10, & l'on divisera le second produit 720 toûjours par 6, & le quotient donnera 120 pour la somme qu'on cherche.

La somme de toutes ces Fractions infinies $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{15}$, $\frac{1}{21}$, &c. dont le Numerateur commun est 1, & dont les Dénominateurs 3, 6, 10, 15, 21, &c. sont des nombres Triangulaires, vaut precisément 1.

Pour trouver la somme de tant de nombres quarrez que l'on voudra depuis l'unité, par exemple, de ces huit 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, on ôtera du double 240 de la somme 120 d'autant de nombres Triangulaires 1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, le dernier nombre Triangulaire 36, & le reste 204 sera la somme qu'on cherche.

XIII.

Les cubes 1, 8, 27, 64, 125, 216, &c. des nombres naturels 1, 2, 3, 4, 5, 6, &c. sont tels que le premier 1 est un nombre quarré, dont le côté 1 est le premier nombre Triangulaire : la somme 9 des deux premiers 1, 8, est un nombre quarré, dont le côté 3 est le second nombre Triangulaire : la somme 36 des trois premiers 1, 8, 27, est un nombre quarré, dont le côté 6 est le troisiéme nombre Triangulaire, & ainsi ensuite. C'est pourquoy *pour trouver la somme de tant de nombres cubiques qu'on voudra, depuis l'unité*, par exemple, de ces six 1, 8, 27, 64, 125, 216, le quarré 441 du sixiéme nombre Triangulaire 21, donnera la somme qu'on cherche.

XIV.

Entre les nombres entiers, il n'y a que 2, qui étant ajoûté à luy-même fasse autant qu'étant multiplié par luy-même, sçavoir 4 : car tout autre nombre, comme 5, étant ajoûté à luy-même fait 10, & étant multiplié par luy-même fait 25.

Quoiqu'on ne puisse pas trouver deux nombres entiers, dont la somme soit égale au produit de leur multiplication : neanmoins on en peut *trouver aisément deux en fractions, & même en raison donnée, dont la somme soit égale à leur produit*, sçavoir, en divisant la somme des deux termes de la raison donnée par chacun de ces deux termes ; comme si on leur veut donner la raison des deux nombres 2, 3, on divisera separément leur somme 5 par 2, & par 3, & l'on aura ces deux nombres $2\frac{1}{2}$, $1\frac{2}{3}$, qui font autant ajoûtez que multipliez ensemble, sçavoir $4\frac{1}{6}$.

XV.

Tout nombre est la moitié de la somme de deux autres également éloignez, l'un par défaut, & l'autre par excés : par exemple 6 est la moitié de la somme 12 des deux nombres 5 & 7, qui en

en sont également éloignez, ou des deux nombres 4 & 8, qui en sont aussi également éloignez, &c.

XVI.

Le nombre 37 est tel, qu'étant multiplié par chacun de ces nombres 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, qui sont en

37	37	37	37	37	37	37	37	37
3	6	9	12	15	18	21	24	27
111	222	333	444	555	666	777	888	999

progression arithmetique, tous les produits sont composez de trois figures semblables.

XVII.

Les deux nombres 5 & 6, sont appellez *Spheriques*, parce que leurs Puissances finissent par les mêmes nombres. Par exemple, les Puissances de 5, sçavoir 25, 125, 625, &c. finissent par le même nombre 5: & pareillement les Puissances de 6, sçavoir 36, 216, 1296, &c. finissent par le même nombre 6.

Le premier nombre 5 a cela de particulier, qu'étant multiplié par un nombre impair, comme par 7, le produit 35, finit par le même nombre 5, & qu'étant multiplié par un nombre pair, comme par 8, le produit 40 se termine par un zero.

L'autre nombre 6 a aussi cela de particulier, qu'il est le premier des nombres qu'on appelle *Parfaits*, parce qu'ils sont égaux à la somme de leurs parties aliquotes, car ce nombre 6 est égal à la somme de ses parties aliquotes 1, 2, 3. Le nombre 28 est aussi Parfait, parce qu'il est égal à la somme de ses parties aliquotes 1, 2, 4, 7, 14: & l'on en peut trouver une infinité d'autres parfaits, comme 496, qui est égal à la somme de ses parties aliquotes 1, 2, 4, 8, 16, 31, 62, 124, 248, &c.

Pour trouver tous les nombres parfaits par ordre, servez-vous des Puissances de 2, sçavoir 2, 4, 8, 16, 32, &c. & voyez

celles

celles de ces Puiſſances, qui étant diminuées de l'unité, le reſte

2,	4,	8,	16,	32,
	1	1		1
	3	7		31
	2	4		16
	6	28		496

ſoit un nombre premier ; vous trouverez 4, 8, 32, &c. car ſi de chacune on ôte l'unité, les reſtes 3, 7, 31, &c. ſont des nombres premiers, dont chacun doit être multiplié par la moitié de la Puiſſance qui luy répond, ſçavoir 3 par 2, 7 par 4, 31 par 16, &c. pour avoir ces nombres parfaits 6, 28, 496, &c.

Pour trouver toutes les parties aliquotes, ou tous les diviſeurs d'un nombre propoſé, entre leſquels l'unité en eſt toûjours un, par exemple de 8128, qui eſt auſſi un nombre parfait, diviſez-le par le plus petit nombre qui ſe repreſentera, ſçavoir par 2, que l'on peut trouver aiſément, parce que le nombre propoſé 8128 eſt pair, & le quotient ſera 4064, que vous écrirez à la droite, vis-à-vis de 2, pour ſecond diviſeur, qui ſe peut encore diviſer par le premier diviſeur 2, ce qui fait que ſon quarré 4 ſera auſſi un diviſeur, que vous écrirez au deſſous de ſon côté 2, & vis-à-vis le ſecond quotient 2032 pour un autre diviſeur, qui ſe peut encore diviſer par le premier diviſeur 2, ce qui fait que ſon cube 8 ſera auſſi un diviſeur, que vous écrirez au deſſous du quarré 4, & vis-à-vis le troiſiéme quotient 1016, pour un autre diviſeur, & ainſi enſuite juſqu'à ce qu'on ſoit parvenu à un dernier diviſeur, qui ne ſe puiſſe plus diviſer par le premier 2, comme il arrive au ſixiéme quotient 127, qui étant un nombre premier, c'eſt-à-dire, tel qu'il ne ſe peut diviſer que par l'unité, laquelle par conſequent ſera un diviſeur, fait connoître que tous les diviſeurs du nombre propoſé 8128 ſont trouvez, où vous voyez que leur ſomme eſt bien égale à ce nombre, & que par conſequent il eſt parfait.

1	
2	4064
4	2032
8	1016
16	508
32	254
64	127
127	8001
	127
	8128

C'eſt de la même façon que nous avons trouvé tous les diviſeurs de cet autre nombre 2096128, qui eſt auſſi parfait, parce que comme vous voyez, il eſt égal à la ſomme de ſes parties aliquotes. Où l'on void que le dernier quotient 2047, qui répond

répond à la dixiéme Puissance 1024 du premier diviseur 2, est

1	
2	1048064
4	524032
8	262016
16	131008
32	65504
64	32752
128	16376
256	8188
512	4094
1024	2047
2047	2094081
	2047
	2096128

aussi un nombre premier : car s'il avoit pû être divisé par quelqu'autre nombre que par 2, comme par 3, il auroit falu multiplier par ce nouveau diviseur 3, toutes les Puissances du premier diviseur 2, & diviser le nombre proposé & tous les quotiens par ce même nouveau diviseur 3, pour avoir d'autres diviseurs, &c. comme vous allez voir dans l'exemple suivant.

XVIII.

Le nombre 120 est égal à la moitié de la somme 240 de ses parties aliquotes 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 15, 20, 24, 30, 40, 60, le nombre 672 est aussi égal à la moitié de la somme 1344 de ses parties aliquotes, que nous avons trouvées par une Methode semblable à la precedente, sans qu'il soit besoin de la repeter davantage. On peut trouver une infinité d'autres nombres de la même qualité, & même on en peut trouver d'autres qui seront la troisiéme partie, ou telle autre partie qu'on voudra de la somme de leurs parties aliquotes, mais ce n'est pas ici le lieu d'en dire davantage.

1	
2	336
4	168
8	84
16	42
32	21
3	224
6	112
12	56
24	28
48	14
96	7
252	1092
	252
	1344

XIX.

Les deux nombres ſuivans 220, 284, ſont appellez *Amiables*, parce que le premier 220 eſt égal à la ſomme des parties aliquotes 1, 2, 4, 71, 142, du ſecond 284, & reciproquement le ſecond 284 eſt égal à la ſomme des parties aliquotes 1, 2, 4, 5, 10, 11, 22, 44, 55, 110 du premier 220. Ces parties aliquotes ſont faciles à trouver par ce qui a été enſeigné auparavant, ſur tout ſi l'on conſidere que tout nombre qui ſe termine par 5, ou par 0, eſt diviſible par 5.

Pour trouver tous les nombres amiables par ordre, ſervez-vous du nombre 2, qui eſt tel que ſi ſon triple 6, de ſon ſextuple 12, & de l'Octodecuple 72 de ſon quarré 4, on ôte l'unité, il reſte ces trois nombres premiers 5, 11, 71, dont les deux premiers 5, 11, étant multipliez enſemble, & leur produit 55 étant multiplié par le double 4 du nombre 2, ce ſecond produit 220 ſera le premier des deux nombres qu'on cherche, & pour avoir

2	2	4
3	6	18
6	12	72
1	1	1
5	11	71
	5	4
	55	284
	4	
	220	

l'autre qui eſt 284, on multipliera le troiſiéme nombre premier 71 par le même double 4 du nombre 2 pris au commencement.

Pour trouver deux autres nombres amiables, au lieu de 2

8	8	64
3	6	18
24	48	1152
1	1	1
23	47	1151
	23	16
	1081	18416
	16	
	17296	

ſervez-vous d'une de ſes Puiſſances qui ſoit de la même qualité, tel qu'eſt ſon cube 8, car ſi de ſon triple 24, de ſon ſextuple 48, & de l'Octodecuple 1152 de ſon quarré 64, on ôte l'unité; il reſte ces trois nombres premiers 23, 47, 1151, dont les deux premiers 23, 47, doivent être multipliez enſemble, & leur produit 1081 doit être encore multiplié par le double 16 du cube 8, afin d'avoir 17296 pour le premier des deux nombres qu'on cherche, & pour avoir l'autre, qui eſt 18416, on multipliera le troiſiéme nombre premier 1151 par le même double 16 du cube 8.

Si vous voulez deux autres nombres, au lieu de 2, ou de ſon cube 8, ſervez-vous de ſon Quarré-cube 64, qui eſt de la même

64	64	4096
3	6	18
192	384	73728
1	1	1
191	383	73727
	191	128
	73153	9437056
	128	
	9363584	

qualité, car ſi de ſon triple 192, de ſon ſextuple 384, & de l'Octodecuple 73728 de ſon quarré 4096, on ôte l'unité, il reſte ces trois nombres premiers 191, 383, 73727, par le moyen deſquels & par ce qui a été dit auparavant, on trouvera ces deux autres nombres 9363584, 9437056, qui ſont amiables. Ainſi des autres.

Comme il eſt difficile de connoître ſi un nombre eſt premier, quand il eſt un peu grand, nous ajoûterons à la fin de ce Probléme une Table de tous les nombres premiers, qui ſont compris entre 1 & 10000.

XX.

Les quarrez 961, 1156, des deux nombres 31, 34, ſont tels que le premier 961 avec ſes parties aliquotes 1, 31, fait une ſomme 993 égale à la ſomme des parties aliquotes, 1, 2, 4, 17, 34, 68, 289, 578, du ſecond 1156, dont le côté eſt 34.

XXI.

Les deux nombres ſuivans 26, 20, ſont tels que chacun avec ſes parties aliquotes fait une même ſomme: car le premier 26

avec

avec ses parties aliquotes 1, 2, 13, fait 42, & le second 20 avec ses parties aliquotes 1, 2, 4, 5, 10, fait aussi 42.

Il arrive la même chose aux deux nombres 488, 464, dont chacun avec ses parties aliquotes fait 930: & aussi aux deux nombres 11, 6, dont chacun avec ses parties aliquotes fait 12: & encore aux deux nombres 17, 10, dont chacun avec ses parties aliquotes fait 18.

On peut même avoir trois nombres, dont chacun avec ses parties aliquotes fera une même somme, comme 20, 26, 41, dont chacun avec ses parties aliquotes fait 42: & aussi 23, 14, 15, dont chacun avec ses parties aliquotes fait 24: & encore 46, 51, 71, dont chacun avec ses parties aliquotes fait 72.

Au lieu de trois nombres on en peut avoir deux qui seront quarrez, comme 106276, 165649, dont les côtez sont 326, 407, & dont chacun avec ses parties aliquotes fait 187131. Les quarrez 16, 25, des deux nombres 4, 5, sont aussi tels, que chacun avec ses parties aliquotes fait 31.

Ces deux derniers quarrez 16, 25, sont les moindres de tous, par le moyen desquels on en peut avoir autant d'autres qu'on voudra de la même qualité, sçavoir en les multipliant par quelqu'autre nombre quarré impair qui ne soit pas divisible par 5; comme si on les multiplie chacun par cet autre nombre quarré 9, dont le côté est 3, on aura ces deux autres nombres quarrez 144 225, dont chacun avec ses parties aliquotes fait 403.

XXII.

Le nombre quarré 81, dont le côté est 9, est tel qu'avec ses parties aliquotes 1, 3, 9, 27, il fait ce nombre quarré 121, dont le côté est 11. Le nombre quarré 400, dont le côté est 20, est aussi tel, qu'avec ses parties aliquotes 1, 2, 4, 5, 8, 10, 16, 20, 25, 40, 50, 80, 100, 200, fait ce nombre quarré 961, dont le côté est 31.

XXIII.

La somme *666* de ces trois nombres Triangulaires, 15, 21, 630, dont les côtez sont 5, 6, 35, est aussi un nombre Triangulaire, dont le côté est 36. Il arrive la même chose à ces trois autres nombres Triangulaires 210, 780, 1711, dont les côtez sont 20, 39, 58, car leur somme 2701, est un nombre Triangulaire; dont le côté est 73: & aussi la même chose à ces trois autres nombres Triangulaires *666*, 2628, 5886, dont les côtez sont 36, 72, 108, car leur somme 9180 est un nombre Triangulaire, dont le côté est 135, &c.

XXIV.

Le quarré 49 du nombre 7, eſt tel que la ſomme 8 de ſes parties aliquotes 1, 7, a ſa Racine cubique 2: & le cube 343 du même nombre 7, eſt tel qu'avec ſes parties aliquotes 1, 7, 49, il fait ce nombre quarré 400, dont le côté eſt 20. Nous n'enſeignons point ici à trouver de ſemblables nombres, parce que ſans Algebre, dont nous ne voulons pas dire un ſeul mot, il eſt difficile de les connoître, à moins que le hazard ne les produiſe.

XXV.

Le quarré 9 du nombre 3, eſt tel que la ſomme 4 de ſes parties aliquotes 1, 3, eſt un nombre quarré, dont le côté eſt 2. Le quarré 2401 du nombre 49 eſt de la même qualité, car la ſomme 400 de ſes parties aliquotes 1, 7, 49, 343, eſt un nombre quarré, dont le côté eſt 20.

XXVI.

Les deux nombres 99, 63, ſont tels que la ſomme 57 des parties aliquotes 1, 3, 9, 11, 33, du premier 99, ſurpaſſe la ſomme 41 des parties aliquotes 1, 3, 7, 9, 21, du ſecond 63, de ce nombre quarré 16, dont le côté eſt 4. Il arrive la même choſe à ces deux autres nombres 325, 175, car la ſomme 109 des parties aliquotes 1, 5, 13, 25, 65, du premier 325 ſurpaſſe la ſomme 73 des parties aliquotes 1, 5, 7, 25, 35, du ſecond 175, de ce nombre quarré 36, dont le côté eſt 6.

XXVII.

La ſomme des deux nombres qui different de l'unité eſt égale à la difference de leurs quarrez: & la ſomme des quarrez de leurs nombres Triangulaires eſt auſſi un nombre Triangulaire. Comme des deux nombres 5, 6, qui different de l'unité, la ſomme 11 eſt égale à la difference de leurs quarrez 25, 36; & leurs nombres Triangulaires 15, 21, ſont tels que la ſomme 666 de leurs quarrez 225, 441, eſt auſſi un nombre Triangulaire, dont le côté eſt 36.

XXVIII.

Les deux nombres Triangulaires, 6, 10, des deux nombres 3, 4, qui different auſſi de l'unité, ſont tels que leur ſomme 16, & leur difference 4, ſont des nombres quarrez, dont les côtez ſont 4, 2, & que la ſomme 136 de leurs quarrez 36, 100, eſt un

un nombre Triangulaire, dont le côté 16 eſt auſſi un nombre quarré, dont le côté 4 eſt encore un nombre quarré, dont le côté eſt 2.

Il arrive la même choſe à ces deux autres nombres Triangulaires 36, 45, dont les côtez 8, 9, different auſſi de l'unité : car leur ſomme 81, & leur difference 9, ſont des nombres quarrez, dont les côtez ſont 9, 3, & la ſomme 3321 de leurs quarrez 1296, 2025, eſt un nombre Triangulaire, dont le côté eſt 81, qui a ſa Racine quarrée 9, laquelle a auſſi ſa Racine quarrée 3.

Il y a une infinité de couples d'autres nombres Triangulaires de cette qualité, *que l'on trouvera* en ôtant & en ajoûtant un nombre quarré quelconque à ſon quarré, & les moitiez du reſte & de la ſomme ſeront les deux nombres Triangulaires qu'on cherche.

Comme ſi l'on ôte & qu'on ajoûte ce nombre quarré 16 à ſon quarré 256, les moitiez du reſte 240, & de la ſomme 272, donneront 120, 136, pour les deux nombres Triangulaires qu'on cherche, dont les côtez ſont 15, 16, qui differeront toûjours de l'unité.

Ces deux nombres Triangulaires ainſi trouvez, ſont encore tels que le plus grand de leurs côtez eſt toûjours un nombre quarré, & que la difference de leurs quarrez eſt auſſi un nombre quarré, & de plus que leur ſomme eſt un quarré-quarré égal au quarré de leur difference, & auſſi au côté du nombre Triangulaire que compoſe la ſomme de leurs quarrez.

XXIX.

La difference des quarrez de deux nombres en raiſon double, eſt égale à la ſomme de leurs cubes, diviſée par la ſomme des deux nombres : & la même ſomme des cubes eſt le tiers d'un cube.

Comme des deux nombres 4, 8, qui ſont en raiſon double, la difference 48 de leurs quarrez 16, 64, eſt égale au quotient qui vient en diviſant la ſomme 576 de leurs cubes 64, 512, par la ſomme 12 des deux nombres : & la même ſomme 576 des cubes eſt le tiers de ce cube 1728, dont le côté 12 eſt toûjours égal à la ſomme des deux nombres.

Je n'aurois jamais fait, ſi je voulois ici mettre toutes les proprietez des nombres, qui ſont infinies ; c'eſt pourquoi je finirai ce Probléme par la Table des nombres premiers, que nous vous avons promiſe.

Table des nombres premiers, entre 1 & 10000.

2	167	383	617	881	1129	1429	1693	1993	2273	2557
3	173	389	619	883	1151	1433	1697	1997	2281	2579
5	179	397	631	887	1153	1439	1699	1999	2287	2591
7	181	—	641	—	1163	1447	—	—	2293	2593
11	191	401	643	907	1171	1452	1709	2003	2297	—
13	193	409	647	911	1181	1453	1721	2011	—	2609
17	197	419	653	919	1187	1459	1723	2017	2309	2617
19	199	421	659	929	1193	1471	1733	2027	2311	2621
23	—	431	661	937	—	1481	1741	2029	2333	2633
29	211	433	673	941	1201	1483	1747	2039	2339	2647
31	223	439	677	947	1213	1487	1753	2053	2341	2657
37	227	443	683	953	1217	1489	1759	2063	2347	2659
41	229	449	691	967	1223	1493	1777	2069	2351	2663
43	233	457	—	971	1229	1499	1783	2081	2357	2671
47	239	461	701	977	1231	—	1787	2083	2371	2677
53	241	463	709	983	1237	1511	1789	2087	2377	2683
59	251	467	719	991	1249	1523	—	2089	2381	2687
61	257	479	727	997	1259	1531	1801	2099	2383	2689
67	263	487	733	—	1277	1543	1811	—	2386	2693
71	269	491	739	1009	1279	1549	1823	2111	2393	2699
73	271	499	743	1013	1283	1553	1831	2113	2399	—
79	277	—	751	1019	1289	1559	1847	2129	—	2707
83	281	503	757	1021	1291	1567	1861	2131	2411	2711
89	283	509	761	1031	1297	1571	1867	2137	2417	2713
97	293	521	769	1033	—	1579	1871	2141	2423	2719
—	—	523	773	1039	1301	1583	1873	2143	2437	2729
101	307	541	787	1049	1303	1597	1877	2153	2441	2731
103	311	547	797	1051	1307	—	1879	2161	2447	2741
107	313	557	—	1061	1319	1601	1889	2179	2459	2749
109	317	563	811	1063	1321	1607	—	—	2467	2753
113	331	569	821	1069	1327	1609	1901	2203	2473	2767
127	337	571	823	1087	1361	1613	1907	2207	2477	2777
131	347	577	827	1091	1367	1619	1913	2213	—	2789
137	349	587	829	1093	1373	1621	1931	2221	2503	2791
139	353	593	839	1097	1381	1627	1933	2237	2521	2797
149	359	599	853	—	1399	1637	1949	2239	2531	—
151	367	—	857	1103	—	1657	1951	2243	2539	2801
157	373	601	859	1109	1409	1663	1973	2251	2543	2803
163	379	607	863	1117	1423	1667	1979	2267	2549	2819
		613	877	1123	1427	1669	1987	2269	2551	2833

Table des Nombres premiers, entre 1 *&* 10000.

2837	3187	3499	3797	4111	4451	4789	5101	5449	5791
2843	3191	—	—	4127	4457	4793	5107	5471	—
2851	—	3511	3803	4129	4463	4799	5113	5477	5801
2857	3203	3517	3821	4133	4481	—	5119	5479	5807
2861	3209	3527	3823	4139	4483	4801	5147	5483	5813
2879	3217	3529	3833	4153	4493	4813	5153	—	5821
2887	3221	3533	3847	4157	—	4817	5167	5501	5827
2897	3229	3539	3851	4159	4507	4831	5171	5503	5839
—	3251	3541	3853	4177	4513	4861	5179	5507	5843
2903	3253	3547	3863	—	4517	4871	5189	5519	5849
2909	3257	3557	3877	4201	4519	4877	5197	5521	5851
2917	3259	3559	3881	4211	4523	4889	—	5527	5857
2927	3271	3571	3889	4217	4547	—	5209	5531	5861
2939	3299	3581	—	4219	4549	4903	5227	5557	5867
2953	—	3583	3907	4229	4561	4909	5231	5563	5869
2957	3301	3593	3911	4231	4567	4919	5233	5569	5879
2963	3307	—	3917	4241	4583	4931	5237	5573	5881
2969	3313	3607	3919	4243	4591	4933	5261	5581	5897
2971	3319	3613	3923	4253	4597	4937	5273	5591	—
2999	3323	3617	3929	4259	—	4943	5279	—	5903
—	3329	3623	3931	4261	4603	4951	5281	5623	5923
3001	3331	3631	3943	4271	4621	4957	5297	5639	5927
3011	3343	3637	3947	4273	4637	4967	—	5641	5939
3019	3347	3643	3967	4283	4639	4969	5303	5647	5953
3023	3359	3659	3989	4289	4643	4973	5309	5651	5981
3037	3361	3671	—	4297	4649	4987	5323	5653	5987
3041	3371	3673	4001	—	4651	4993	5333	5657	—
3049	3373	3677	4003	4327	4657	4999	5347	5659	6007
3061	3389	3691	4007	4337	4663	—	5351	5669	6011
3067	3391	3697	4013	4339	4673	5003	5381	5683	6029
3079	—	—	4019	4349	4679	5009	5387	5689	6037
3083	3407	3701	4021	4357	4691	5011	5393	5693	6043
3089	3413	3709	4027	4363	—	5021	5399	—	6047
—	3443	3719	4049	4373	4703	5023	—	5701	6053
3109	3449	3727	4051	4391	4721	5039	5407	5711	6067
3119	3457	3733	4057	4397	4723	5051	5413	5717	6073
3121	3461	3739	4073	—	4729	5059	5417	5737	6079
3137	3463	3761	4079	4409	4733	5077	5419	5741	6089
3163	3467	3767	4091	4421	4751	5081	5431	5743	6091
3167	3469	3769	4093	4423	4759	5087	5437	5749	—
3169	3491	3779	4099	4441	4783	5099	5441	5779	6101
3181		3793	—	4447	4787	—	5443	5783	6113

Table des nombres premiers, entre 1 *&* 10000.

6121	6449	6803	7151	7523	7853	8219	8581	8893	9241
6131	6451	6823	7159	7529	7867	8221	8597	——	9257
6133	6469	6827	7177	7537	7873	8231	8599	8923	9277
6143	6473	6829	7187	7541	7877	8233	——	8929	9281
6151	6481	6833	7193	7547	7879	8237	8609	8933	9283
6163	6491	6841	——	7549	7883	8243	8623	8941	9293
6173	——	6857	7207	7559	——	8263	8627	8951	——
6197	6521	6863	7211	7561	7901	8269	8629	8963	9311
6199	6529	6869	7213	7573	7907	8273	8641	8969	9319
——	6547	6871	7219	7577	7917	8287	8647	8971	9323
6203	6551	6883	7229	7583	7927	8291	8663	8999	9337
6211	6553	6899	7237	7589	7933	8293	8669	——	9341
6217	6563	——	7243	7591	7937	8297	8677	9001	9343
6221	6569	6907	7247	——	7949	——	8681	9007	9349
6229	6571	6911	7253	7603	7951	8311	8689	9011	9371
6247	6577	6917	7283	7607	7963	8317	8693	9013	9377
6257	6581	6947	7297	7621	7993	8329	8699	9029	9391
6263	6599	6949	——	7639	——	8353	——	9041	9397
6269	——	6959	7307	7643	8009	8363	8707	9043	——
6271	6607	6961	7309	7649	8011	8369	8713	9049	9403
6277	6619	6967	7321	7669	8017	8377	8719	9059	9413
6287	6637	6971	7331	7673	8039	8387	8731	9067	9419
6299	6653	6977	7333	7681	8053	8389	8737	9091	9421
——	6659	6983	7349	7687	8059	——	8741	——	9431
6301	6661	6991	7351	7691	8069	8419	8747	9103	9433
6311	6673	6997	7369	7699	8081	8423	8753	9109	9437
6317	6679	——	7393	——	8087	8429	8761	9127	9439
6323	6689	7001	——	7703	8089	8431	8779	9133	9461
6329	6691	7013	7411	7717	8093	8443	8783	9137	9463
6337	——	7019	7417	7723	——	8447	——	9151	9467
6343	6701	7027	7433	7727	8101	8461	8803	9157	9473
6353	6703	7039	7451	7741	8111	8467	8807	9161	9479
6359	6709	7043	7457	7753	8117	——	8819	9173	9491
6361	6719	7057	7459	7757	8123	8501	8821	9181	9497
6367	6733	7069	7477	7759	8147	8513	8831	9187	——
6373	6737	7079	7481	7789	8161	8521	8837	9199	9511
6379	6761	——	7487	7793	8167	8527	8839	——	9521
6389	6763	7103	7489	——	8171	8537	8849	9203	9533
6397	6779	7109	7499	7817	8179	8539	8861	9209	9539
——	6781	7121	——	7823	8191	8543	8863	9221	9547
6421	6791	7127	7507	7829	——	8563	8867	9227	9551
6427	6793	7129	7517	7841	8209	8573	8887	9239	
	——								

Table des Nombres premiers, entre 1 *&* 10000.

9587	9629	9677	9721	9767	9803	9839	9883	9929	9973
——	9631	9679	9733	9769	9811	9851	9887	9931	——
9601	9643	9689	9739	9781	9817	9857	——	9941	
9613	9649	9697	9743	9787	9829	9859	9901	9949	
9619	9661	——	9749	9791	9833	9871	9907	9967	
9623		9719		——			9923		

PROBLEME VI.

Des Triangles rectangles en nombres.

ON appelle *Triangle rectangle en nombres*, trois nombres inégaux, dont le plus grand est tel, que son quarré est égal à la somme des quarrez des deux autres; comme 3, 4, 5, car le quarré 25 du plus grand 5, qu'on appelle *Hypotenuse*, est égal à la somme des quarrez, 9, 16, des deux autres 3, 4, qu'on appelle *Côtez*, dont l'un étant pris pour la *Base* du Triangle rectangle, l'autre en sera la *Hauteur*. La moitié 6 du produit 12 sous cette Base & cette Hauteur, se nomme *Aire*, qui est toûjours divisible par 3. Vous remarquerez que pour le produit de deux nombres nous entendons celui qui vient de leur mutuelle multiplication.

Il y a une infinité de Triangles rectangles de diverse espece, tant en nombres entiers, qu'en nombres rompus: mais on les conçoit ordinairement en nombres entiers, entre lesquels le premier & le moindre de tous est le precedent 3, 4, 5, qui a une infinité de belles proprietez, qu'il seroit par consequent trop long de rapporter ici: c'est pourquoi je me contenterai de dire que la somme 216 des Cubes 27, 64, 125, de ses deux côtez 3, 4, & de son hypotenuse 5, est un Cube, dont le côté 6 est égal à son Aire.

Pour trouver en nombres autant de Triangles rectangles qu'on voudra, prenez à plaisir deux nombres, comme 2, 3, qu'on appelle *Nombres generateurs*, & les multipliez ensemble, pour avoir leur produit 6, dont le double 12 sera le côté d'un Triangle rectangle, l'autre côté étant égal à la difference 5 des quarrez 4, 9, des Nombres generateurs 2, 3, & l'hypotenuse étant égale à la somme 13 des mêmes quarrez 4, 9: tellement qu'on aura ce Triangle rectangle 5, 12, 13, car le quarré 169 de l'hypotenuse 13, est égal à la somme des quarrez 25, 144, des deux côtez 5, 12.

Le

Le premier Triangle rectangle 3, 4, 5, dont les deux nombres generateurs sont 1, 2. est tel, que la difference des deux côtez 3, 4, est 1 : & si vous en voulez *trouver un autre de cette qualité*, prenez pour le plus petit de ses deux nombres generateurs le plus grand 2 du precedent, & pour avoir le plus grand du second, ajoûtez au double 4 du plus grand 2 du premier le plus petit 1, & vous aurez 5 pour le plus grand nombre generateur du second Triangle rectangle, lequel par consequent sera 20, 21, 29, où la difference 1 des deux côtez 20, 21, est aussi 1.

Côtez.		*Hypoten.*	*Nomb.*	*gen.*
3.	4.	5.	1.	2.
20.	21.	29.	2.	5.
119.	120.	169.	5.	12.
696.	697.	1025.	12.	29.
4059.	4060.	5741.	29.	70.
23660.	23661.	33461.	70.	169.

Si vous voulez un troisiéme Triangle rectangle de la même qualité, servez-vous pareillement du precedent 20, 21, 29, dont les deux nombres generateurs sont 2, 5, & prenez le plus grand 5 pour le plus petit du troisiéme Triangle rectangle, & pour avoir le plus grand, ajoûtez comme auparavant au double 10 du plus grand 5 du second le plus petit 2, & vous aurez 12 pour le plus grand nombre generateur du troisiéme Triangle rectangle, lequel par consequent sera 119, 120, 169, où la difference des deux côtez 119, 120, est aussi 1. Ainsi des autres.

Le même premier Triangle rectangle 3, 4, 5, est aussi tel, que l'excés de l'hypotenuse 5 sur le côté 4 est aussi 1, parce que ses deux nombres generateurs 1, 2, different de l'unité :

Bas.	*Haut.*	*Hyp.*	*Nom.*	*gen.*
3.	4.	5.	1.	2.
5.	12.	13.	2.	3.
7.	24.	25.	3.	4.
9.	40.	41.	4.	5.
11.	60.	61.	5.	6.
14.	84.	85.	6.	7.

c'est pourquoi on pourra *trouver une infinité d'autres Triangles rectangles de cette qualité*, si pour leurs nombres generateurs on prend deux nombres differens de l'unité, comme vous voyez ici, où les premieres differences des Bases, 3, 5, 7, 9, &c. sont égales, & où les secondes differences des Hauteurs 4, 12, 24,

40, &c. sont aussi égales, ce qui arrive aussi aux Hypotenuses 5, 13, 25, 41, &c.

Les Bases sont ici des nombres impairs, & si l'on veut qu'*elles soient les quarrez* de ces mêmes nombres impairs, il ne faut que prendre les Hauteurs & les Hypotenuses pour les nombres generateurs des Triangles rectangles qu'on cherche, lesquels par consequent seront tels.

Bases.	*Haut.*	*Hypotēn.*	*Nom.*	*gen.*
9.	40.	41.	4.	5.
25.	312.	313.	12.	13.
49.	1200.	1201.	24.	25.
81.	3280.	3281.	40.	41.
121.	7320.	7321.	60.	61.
169.	14280.	14281.	84.	85.

Si au lieu d'un côté, vous voulez que *l'Hypotenuse soit un nombre quarré*, il faut que les deux nombres generateurs soient les côtez d'un Triangle rectangle, comme vous voyez ici, où l'Hypotenuse est le quarré du plus grand nombre generateur augmenté de l'unité.

Côtez.		*Hypoten.*	*Nomb.*	*gen.*
7.	24.	25.	3.	4.
119.	120.	169.	5.	12.
336.	527.	625.	7.	24.
720.	1519.	1681.	9.	40.
1320.	3479.	3721.	11.	60.
2184.	6887.	7225.	13.	84.

Le Triangle rectangle suivant 21, 28, 35, est tel que les deux côtez 21, 28, sont des nombres Triangulaires, dont les côtez 6, 7, different de l'unité, & le quarré 1225 de l'Hypotenuse 35 est aussi un nombre Triangulaire, dont le côté est 49.

Il arrive la même chose à cet autre Triangle rectangle 820, 861, 1189, car les deux côtez 820, 861, sont des nombres Triangulaires, dont les côtez 40, 41, different aussi de l'unité, & le quarré 1413721 de l'Hypotenuse 1189 est aussi un nombre Triangulaire, dont le côté est 1681.

Il arrive encore la même chose à ce troisiéme Triangle rectangle 28441, 28680, 40391, car les deux côtez 28441, 28680, sont des nombres Triangulaires, dont les côtez 238, 239, different aussi de l'unité, & le quarré 1631432881 de l'Hypotenuse 40391 est aussi un nombre Triangulaire, dont le côté est 114243. Ainsi des autres.

Les

Les Triangles rectangles suivans, que l'on peut prolonger à l'infini, sont tels que les Bases & les Hypotenuses sont des nom-

Bases.	*Haut.*	*Hypoten.*	*No. gen.*	
6.	8.	10.	1.	3.
36.	27.	45.	3.	6.
120.	64.	136.	6.	10.
300.	125.	335.	10.	15.
630.	216.	666.	15.	21.
1176.	343.	1225.	21.	28.

bres Triangulaires, & les Hauteurs sont des nombres cubiques. On en *trouvera autant que l'on voudra*, en ajoûtant & en ôtant un nombre quarré de son quarré, car la moitié de la somme sera l'Hypotenuse, & la moitié du reste sera la Base, la hauteur étant égale au Cube du côté du premier nombre quarré, ou bien, ce qui est la même chose, en prenant pour nombres generateurs les nombres Triangulaires par ordre, comme vous voyez ici, où le plus petit nombre generateur d'un Triangle rectangle est le même que le plus grand du Triangle rectangle precedent, &c.

PROBLEME VII.

De la Progression Arithmetique.

On appelle *Progression Arithmetique* une suite de quantitez appellées *Termes*, qui augmentent continuellement par un excés égal, comme 1, 3, 5, 7, 9, 11, &c. où l'excés est 2, ou bien 1, 4, 7, 10, 13, 16, &c. où l'excés est 3, ou bien encore 2, 6, 10, 14, 18, 22, &c. où l'excés est 4. Ainsi des autres.

La principale proprieté de la Progression Arithmetique, est que de trois termes continuels, comme 6, 10, 14, la somme 20 des deux extrêmes 6, 14, est double du moyen 10; & que de quatre termes continuels, comme 6, 10, 14, 18, la somme 24 des deux extrêmes 6, 18, est égale à celle des deux moyens 10, 14: & enfin que dans une plus grande multitude de termes continuels, comme dans ces six, 2, 6, 10, 14, 18, 22, la somme 24 des deux extrêmes 2, 22, est la même que celle des deux 6, 18, qui en sont également éloignez, ou que celle des deux 10, 14, qui en sont aussi également éloignez. D'où il est aisé de conclure, que lors que la multitude des termes est un nombre impair, cette somme est double du terme moyen, comme il arrive dans ces cinq termes 2, 6, 10, 14, 18, car la somme 20 des deux extrêmes 2, 18, ou des deux 6, 14, qui en sont également éloignez, est double du moyen 10.

On

On peut aisément trouver autant de fois que l'on voudra, deux nombres, tels que la somme de leurs quarrez soit un nombre quarré, ou ce qui est la même chose, les côtez d'un Triangle rectangle en nombres, par le moyen de cette double Progression Arithmetique $1\frac{1}{2}$, $2\frac{2}{5}$, $3\frac{3}{7}$, $4\frac{4}{9}$, &c. où l'excés est 2 dans les Fractions, & 1 dans les nombres entiers: car si l'on réduit l'entier avec sa Fraction en une seule Fraction, comme $1\frac{1}{3}$ en $\frac{4}{3}$, le numerateur 4, & le dénominateur 3, seront les côtez de ce Triangle rectangle 3, 4, 5, & pareillement si l'on réduit $2\frac{2}{5}$ en $\frac{12}{5}$, ce qui se fait en multipliant le nombre entier 2 par le dénominateur 5, & en ajoûtant au produit 10 le numerateur 2, le dénominateur 5, & le numerateur 12, seront les côtez de ce Triangle rectangle 5, 12, 13. Ainsi des autres: où vous voyez que tout nombre impair peut être l'un des deux côtez d'un Triangle rectangle, en nombres entiers.

Au lieu de cette double Progression Arithmetique, l'on peut se servir de celle-ci, $1\frac{7}{8}$, $2\frac{11}{12}$, $3\frac{15}{16}$, $4\frac{19}{20}$, $5\frac{23}{24}$, &c. où l'excés est 4 dans les fractions, & pareillement 1 dans les nombres entiers: car si l'on reduit $1\frac{7}{8}$, en $\frac{15}{8}$, le dénominateur 8, & le numerateur 15, seront les deux côtez de ce Triangle rectangle 8, 15, 17, & pareillement si l'on reduit $2\frac{11}{12}$, en $\frac{35}{12}$, le dénominateur 12, & le numerateur 35, seront les deux côtez de cet autre Triangle rectangle 12, 35, 37. Ainsi des autres, où vous voyez qu'un nombre divisible par 4 peut être l'un des deux côtez d'un Triangle rectangle en nombres entiers.

Dans une Progression Arithmetique, la somme des termes est égale à la somme des deux extrêmes, multipliée par la moitié du nombre de la multitude de tous ces termes. C'est pourquoi *pour trouver la somme d'autant de termes qu'on voudra d'une Progression Arithmetique*, par exemple de ces huit, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, on multipliera par leur nombre de multitude 8, la somme 20 des deux extrêmes 3, 17, & la moitié 80 du produit 160 sera la somme qu'on cherche.

Si tout au contraire l'on connoît la somme des termes, dont le premier est aussi connu, & encore le nombre de leur multitude, l'on trouvera ces termes en cherchant leur excés en cette sorte. Si la somme donnée des termes est par exemple 80, que leur nombre de multitude soit 8, & que le premier terme soit 3, divisez par le nombre donné de multitude 8 le double 160 de la somme donnée 80, & ôtez du quotient 20 le double 6 du premier terme donné 3, & enfin divisez le reste 14 par le nombre donné de multitude diminué de l'unité, c'est-à-dire dans cet exemple par 7, & le quotient 2 sera l'excés qu'on cherche, lequel étant ajoûté au premier terme donné 3, on aura 5 pour le second terme, auquel si l'on ajoûte pareillement le même excés 2, on aura 7 pour le troisiéme terme, & ainsi ensuite.

Mais

Mais si l'on donne la somme des termes, le nombre de leur multitude, & l'excés, on trouvera le premier terme, & par consequent tous les autres en cette sorte. Que la somme donnée des termes soit 80, que le nombre de leur multitude soit 8, & que l'excés soit 2; divisez le double 160 de la somme donnée 80 par le nombre donné 8 de multitude, & ôtez du quotient 20 autant de fois l'excés 2, que le nombre donné de multitude 8 comprend d'unitez moins une, sçavoir 7 fois, ou 14, & la moitié 3 du reste 6 sera le premier terme, auquel ajoûtant l'excés donné 2, on aura 5 pour le second terme, auquel pareillement si l'on ajoûte le même excés 2, on aura 7 pour le troisiéme terme, & ainsi ensuite. Nous allons faire l'application de ces trois cas dans les Questions suivantes.

QUESTION I.

Un Proprietaire fait faire un Puits à un Masson avec cette condition, qu'il lui donnera 3 livres pour la premiére toise de profondeur, 5 pour la seconde, 7 pour la troisiéme, & ainsi ensuite en augmentant de 2 livres à chaque toise jusqu'à vingt toises de profondeur. On demande combien il sera dû au Masson, quand les vingt toises de profondeur seront achevées.

POur resoudre cette Question, multipliez les 2 livres d'augmentation pour chaque toise de profondeur par le nombre des toises moins une de toute la profondeur, sçavoir par 19, & ayant ajoûté au produit 38 le double 6 de 3, qui est le nombre des livres promises pour la premiere toise, multipliez la somme 44 par la moitié 10 du nombre 20 des toises de toute la profondeur, & vous aurez 440 livres pour l'argent dû au Masson sur 20 toises de profondeur.

QUESTION II.

Un Voyageur a fait 100 lieuës en huit jours de temps, & chaque jour il a fait également plus de chemin que le jour precedent, & sçachant que le premier jour il a fait seulement 2 lieuës, on demande combien de lieuës il a fait chacun des autres jours.

POur resoudre cette Question, divisez le double 200 des lieuës données 100 par le nombre donné 8 des jours, & ôtez du quotient 25 le double 4 du nombre donné 2 des lieuës du premier jour, pour diviser le reste 21 par 7, qui est le nombre donné

né des jours, diminué de l'unité, & le quotient 3 fera connoître que le Voyageur a fait chaque jour 3 lieuës plus que le précedent; d'où il est aisé de conclure, que comme le premier jour il a fait 2 lieuës, le second il en aura fait 5, le troisiéme 8, le quatriéme 11, le cinquiéme 14, le sixiéme 17, le septiéme 20, & le huitiéme 23, ce qui fait en tout 100 lieuës, comme porte la Question.

QUESTION III.

Un Voyageur a fait 100 lieuës en 8 jours de temps, & il a fait chaque jour 3 lieuës plus que le precedent, on demande combien de lieuës il a fait chaque jour.

POur resoudre cette Question, divisez le double 200 des lieuës données 100, par le nombre donné 8 des jours, & ôtez du quotient 25 le nombre 21, qui est le nombre donné 3 des lieuës de surplus en chaque jour, multiplié par le nombre donné des jours moins un, c'est-à-dire par 7, & la moitié 2 du reste 4 fera connoître que le premier jour le Voyageur a fait 2 lieuës, & que par consequent il en a fait 5 le second jour, 8 le troisiéme, 11 le quatriéme, 14 le cinquiéme, 17 le sixiéme, 20 le septiéme, & 23 le 8, ce qui fait en tout 100 lieuës, comme porte la Question.

QUESTION IV.

Un Voleur s'enfuyant fait 8 lieuës par jour, & un Archer le poursuit, qui n'a fait que 3 lieuës le premier jour, 5 le second, 7 le troisiéme, & ainsi en suite en augmentant de 2 lieuës chaque jour. On demande en combien de jours l'Archer atteindra le Voleur, & combien de lieuës chacun aura fait.

POur resoudre cette Question & ses semblables, ajoûtez le nombre 2 des lieuës que l'Archer fait chaque jour plus que le precedent, au double 16 du nombre 8 des lieuës que le Voleur fait chaque jour, & ayant ôté de la somme 18 le double 6 du nombre 3 des lieuës que l'Archer a fait le premier jour, divisez le reste 12 par le nombre 2 des lieuës que le même Archer fait de plus chaque jour, & le quotient 6 fera connoître que l'Archer atteindra le Voleur au bout de six jours, & que par consequent chacun aura fait 48 lieuës, parce que 6 fois 8 font 48, & que la somme de ces six termes de la Progression Arithmetique, 3, 5, 7, 9, 11, 13, fait aussi 48.

QUESTION V.

On suppose que de Paris à Lyon il y a 100 lieuës, & que deux Couriers sont partis en même temps, & par la même route, l'un de Paris pour aller à Lyon, en faisant 2 lieuës chaque jour plus que le precedent, & l'autre de Lyon pour venir à Paris, en faisant 3 lieuës chaque jour plus que le precedent: & que precisément au milieu du chemin ils se sont rencontrez, le premier au bout de 5 jours, & le second au bout de 4 jours. On demande combien de lieuës ces deux Couriers ont fait chaque jour.

POur sçavoir combien de lieuës a fait chaque jour celui qui pour rencontrer l'autre, a employé 5 jours, ôtez ce nombre 5 de son quarré 25, & ayant multiplié le reste 20 par le nombre 2 des lieuës que ce Courier a fait chaque jour plus que le precedent, ôtez le produit 40 du nombre 100 de la distance de Paris à Lyon, pour diviser le reste 60 par le double 10 du nombre 5 des jours, & le quotient 6 fera connoître que le Courier a fait 6 lieuës le premier jour, & par consequent 8 le second, 10 le troisiéme, 12 le quatriéme, & 14 le cinquiéme.

Pareillement pour sçavoir combien de lieuës a fait chaque jour celui qui pour rencontrer l'autre a employé 4 jours, ôtez ce nombre 4 de son quarré 16, & ayant multiplié le reste 12 par le nombre 3 des lieuës que ce Courier a fait chaque jour de plus, ôtez le produit 36 du nombre 100 de la distance de Paris à Lyon, pour diviser le reste 64 par le double 8 du nombre 4 des jours, & le quotient 8 fera connoître que ce Courier a fait 8 lieuës le premier jour, & par consequent 11 le second, 14 le troisiéme, & 17 le quatriéme.

QUESTION VI.

Il y a cent pommes & un panier, rangez en ligne droite, & éloignez par tout d'un pas les uns des autres. On demande combien de pas feroit celui qui entreprendroit de cueillir ces pommes les unes aprés les autres, & de les rapporter dans son panier, qui seroit toûjours dans la même place.

IL est certain que pour la premiere pomme il faut faire 2 pas, un pour aller, & un pour revenir: que pour la seconde pomme il faut faire 4 pas, deux pour aller, & deux pour revenir: que pour la troisiéme pomme il faut faire 6 pas, trois pour aller, & trois pour revenir: & ainsi ensuite dans cette Progression Arithme-

Arithmetique, 2, 4, 6, 8, 10, &c. dont le dernier & plus grand terme sera 200, sçavoir le double du nombre des pommes, auquel ajoûtant le premier terme 2, & multipliant la somme 202 par la moitié 50 du nombre des pommes, qui est le nombre de la multitude des termes, le produit 10100 sera la somme de tous ces termes, ou le nombre des pas qu'on cherche.

PROBLEME VIII.

De la Progression Geometrique.

ON appelle *Progression Geometrique* une suite de plusieurs quantitez qui croissent continuellement par la multiplication d'un même nombre, comme 3, 6, 12, 24, 48, 96, &c. où chaque terme est double de son precedent: ou bien 2, 6, 18, 54, 162, 486, &c. où chaque terme est triple de son precedent. Ainsi des autres.

La principale proprieté de la Progression Geometrique, est que de trois termes continuellement proportionnels, comme 3, 6, 12, le produit 36 des deux extrêmes 3, 12, est égal au quarré du moyen 6; & que de quatre termes en proportion continuë, comme 3, 6, 12, 24, le produit 72 des deux extrêmes 3, 24, est le même que le produit des deux moyens 6, 12: & enfin que dans une plus grande multitude de termes continuellement proportionnels, comme dans ces six 3, 6, 12, 24, 48, 96, le produit 288 des deux extrêmes 3, 96, est le même que celui des deux 6, 48, qui en sont également éloignez, ou des deux 12, 24, qui en sont aussi également éloignez. D'où il est aisé de conclure, que lors que la multitude des termes est un nombre impair, ce produit est égal au quarré du terme moyen, comme il arrive dans ces cinq termes 3, 6, 12, 24, 48, car le produit 144 des deux extrêmes 3, 48, ou des deux 6, 24, qui en sont également éloignez, est le quarré du terme moyen 12.

Ainsi vous voyez que ce qui convient à la progression Arithmetique par addition, convient à la Progression Geometrique par multiplication: mais il y a une autre difference considerable entre ces deux Progressions, en ce que dans la Progression Arithmetique les differences des termes sont égales, & que dans la Progression Geometrique, elles sont toûjours inégales, & conservent entre elles la même Progression Geometrique, en continuant même à l'infini de prendre les differences des differences, sans pouvoir jamais venir à des differences égales. Ainsi l'on void que dans cette Progression Geometrique 2, 6, 18, 54, 162, 486, les differences des termes font cette semblable Progression Geometrique 4, 12, 36, 108, 324, où les differences des termes font aussi cette sembla-

ble Progreſſion Geometrique, 8, 24, 72, 216, & ainſi enſuite.

De trois termes proportionnels, comme 2, 6, 18, le cube 216 du moyen 6 eſt égal au produit ſolide qui vient en multipliant enſemble les trois nombres 2, 6, 18: & de quatre nombres continuellement proportionnels, comme 2, 6, 18, 54, le cube 216 du ſecond 6 eſt égal au produit ſolide qu'on a en multipliant le quatriéme 54 par le quarré du premier 2, & pareillement le cube 5832 du troiſiéme 18 eſt égal au produit ſolide qui vient en multipliant le premier 2 par le quarré 2916 du quatriéme 54.

On connoît aiſément par ce qui a été dit juſqu'à preſent, que *pour trouver entre deux nombres donnez un moyen geometrique proportionnel*, comme entre 2 & 18, il faut multiplier enſemble les deux nombres donnez 2, 18, & prendre la Racine quarrée 6 de leur produit 36, qui ſera le moyen proportionnel qu'on cherche.

Et que *pour trouver entre deux nombres donnez deux moyens Geometriques continuellement proportionnels*, comme entre 2 & 54, il faut multiplier le dernier 54 par le quarré 4 du premier 2, & la Racine cubique 6 du produit 216 ſera le premier moyen proportionnel, lequel étant multiplié par le ſecond nombre donné 54, la Racine quarrée 18 du produit 324 ſera l'autre moyen proportionnel qu'on cherche.

Mais *pour trouver entre deux nombres donnez un moyen proportionnel Arithmetique*, comme entre 2 & 8, la moitié 5 de la ſomme 10 des deux nombres donnez 2, 8, ſera le moyen proportionnel qu'on cherche.

Et *pour trouver entre deux nombres donnez deux moyens Arithmetiques continuellement proportionnels*, comme entre 2 & 11, on ôtera le plus petit nombre donné 2 de ces deux nombres du plus grand 11, & on ajoûtera ſeparément au même plus petit 2 le tiers 3 du reſte 9, & ſon double 6, & l'on aura 5 & 8 pour les deux moyens proportionnels qu'on cherche.

Ou bien on ajoûtera au plus grand 11 des deux nombres donnez le double 4 du plus petit 2, & reciproquement au plus petit 2 le double 22 du plus grand 11, & les tiers des deux ſommes 15, 24, donneront 5 & 8 pour les deux moyens qu'on cherche.

Il eſt évident que toutes les Puiſſances par ordre d'un même nombre comme de 2, font une Progreſſion Geometrique, telle qu'eſt la ſuivante, où vous voyez que toutes les Puiſſances du

①	②		④				⑧	
2,	4,	8,	16,	32,	64,	128,	256,	&c.
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{5}$		$\frac{1}{17}$				$\frac{1}{257}$	

nombre

nombre 2, dont les exposans ①, ②, ④, ⑧, &c. sont les termes d'une Progression Geometrique, sçavoir 2, 4, 16, 256, &c. sont telles que si à chacune on ajoûte l'unité, les sommes 3, 5, 17, 257, &c. sont des nombres premiers. Par où il est aisé de trouver un nombre premier plus grand que quelque nombre donné que ce soit.

Si l'on continuë à l'infini une Progression Geometrique en décroissant, comme 6, 2, $\frac{2}{3}$, $\frac{2}{9}$, $\frac{2}{27}$, &c. la difference 4 des deux premiers termes 6, 2, est au premier 6, comme le même premier 6, est à la somme de tous les termes infinis. C'est pourquoi *pour trouver la somme de tous les termes infinis d'une Progression Geometrique qui décroît*, comme de la proposée, 6, 2, $\frac{2}{3}$, $\frac{2}{9}$, $\frac{2}{27}$, &c. il faut diviser le quarré 36 du premier terme 6, par la difference 4 des deux premiers 6, 2, & le quotient 9 sera la somme qu'on cherche, de laquelle ôtant la somme 8 des deux premiers termes 6, 2, il restera 1 pour la somme de ces Fractions infinies continuellement proportionnelles $\frac{2}{3}$, $\frac{2}{9}$, $\frac{2}{27}$, &c. on connoîtra de la même façon, que la somme de toutes ces Fractions infinies continuellement proportionnelles, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{32}$, &c. vaut aussi 1. C'est par cette regle qu'on peut resoudre la Question suivante, aprés avoir dit que

Quand on parle des quantitez proportionnelles sans specifier, cela s'entend toûjours de la Proportion Geometrique. Nous dirons ici en passant, que si de l'unité, comme numerateur, & des nombres naturels 1, 2, 3, 4, 5, &c. comme Dénominateurs, on fait cette suite de Fractions, $\frac{1}{1}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, &c. qui vont toûjours en diminuant, ces Fractions étant prises consecutivement de trois en trois, comme l'on voudra, seront en proportion harmonique, c'est-à-dire que la premiere de ces trois sera à la troisiéme, comme la difference des deux premieres est à la difference des deux dernieres, comme l'on connoîtra encore mieux en reduisant ces Fractions en même dénomination, ou en entiers, ce qui se fera ici pour les cinq Fractions $\frac{1}{1}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, en les multipliant par le même nombre 60, qui est divisible par tous les dénominateurs, 2, 3, 4, 5, car à la place de ces cinq Fractions, on aura ces cinq nombres entiers 60, 30, 20, 15, 12, dont les trois premiers 60, 30, 20, sont bien en proportion harmonique, car le premier 60 est au troisiéme 20, qui en est la troisiéme partie, comme la difference 30 des deux premiers est à la difference 10 des deux derniers, qui en est aussi la troisiéme partie. C'est par un semblable raisonnement que l'on connoîtra que ces trois 30, 20, 15, sont aussi en proportion harmonique, & pareillement ces trois 20, 15, 12.

QUESTION.

Un grand Navire en poursuit sur le même Rumb un plus petit, dont il est éloigné de 4 lieuës, & il marche deux fois plus vîte que le plus petit. On demande le chemin que le grand Navire doit faire pour atteindre le plus petit.

PArce que la distance des deux Navires est 4, & que leurs vîtesses sont en raison double, continuez à l'infini cette Progression Geometrique double 4, 2, 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, &c. dont le premier & le plus grand terme soit 4 : & trouvez la somme de tous ces termes infinis, en divisant le quarré 16 du premier 4 par la difference 2 des deux premiers 4, 2, vous aurez 8 pour cette somme, qui fera connoître que lors que le grand Navire aura fait 8 lieuës, il atteindra le plus petit.

PROBLEME IX.

Des Quarrez Magiques.

ON appelle *Quarré Magique* un Quarré divisé en plusieurs autres petits quarrez égaux, ou cases remplies des termes d'une Progression Arithmetique, qui y sont tellement transposez que tous ceux d'une même bande, ou d'un même rang, tant en long, qu'en travers, & qu'en diagonale, font ensemble une même somme.

Comme il arrive à ce Quarré qui est divisé en 25 petites Cases égales, où les 25 premiers nombres naturels 1, 2, 3, 4, &c. sont tellement transposez, que la somme de chaque rang, soit de haut en bas, soit de droit à gauche, & de ceux des diagonales ou diametres du Quarré, est par tout 65, laquelle somme 65 est dans tout *Quarré impair*, c'est-à-dire qui a un nombre quarré impair de Cases, comme celui-ci qui en a 25, est égal au produit sous la Racine quarrée 5 de ce nombre quarré 25, & le terme moyen 13 de la Progression Arithmetique, 1, 2, 3, 4, &c.

11	24	7	20	3
4	12	25	8	16
17	5	13	21	9
10	18	1	14	22
23	6	19	2	15

Cette

Cette somme se trouve aussi en disposant les termes donnez de la Progression Arithmetique, selon leur suite naturelle 1, 2, 3, 4, &c. dans les Cases du Quarré, comme vous voyez ici; car alors la somme des nombres de chaque *Rang diagonal*, c'est-à-dire, qui va d'un angle à l'autre du Quarré, sera celle qu'on cherche, ce qui arrivera aussi aux *Quarrez pairs*, c'est-à-dire qui contiennent un nombre quarré pair des Cases.

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25

Pour disposer magiquement dans les Cases d'un Quarré impair, par exemple de celui dont le côté est 5, ou qui a 25 Cases, autant de nombres donnez en Progression Arithmetique, comme 1, 2, 3, 4, 5, & ainsi ensuite jusqu'au dernier & plus grand 25, écrivez le premier & le plus petit 1 dans la Case qui répond immediatement sous celle du milieu, où est le Centre du Quarré, & en suivant la Diagonale vers la droite écrivez le second terme 2 dans la Case voisine & plus basse de la bande qui suit vers la droite, & continuez ainsi jusqu'à ce que vous ayez rempli la plus basse Case, comme il arrive ici au second terme 2.

11	24	7	20	3
4	12	25	8	16
17	5	13	21	9
10	18	1	14	22
23	6	19	2	15

Aprés cela parce qu'en continuant selon la diagonale de la gauche vers la droite, le terme suivant 3 se rencontre en dehors, on le placera à la Case opposée de la bande où il se rencontrera: & encore parce qu'en continuant toûjours selon la diagonale vers la droite, le terme suivant 4 se trouve aussi en dehors, on le placera pareillement dans la Case opposée du rang où il se rencontre en dehors, aprés quoi l'on continuera à placer les termes suivans toûjours en descendant selon la diagonale vers la droite: mais parce que le terme 6 tombe dans une Case qui est déja remplie, sçavoir dans celle où il y a déja 1, on retrogradera selon la diagonale de la droite vers la gauche, & l'on écrira ce terme 6 dans la seconde Case du rang, où le terme precedent 5 se rencontre, en sorte qu'entre ces deux termes il reste une Case vuide, ce qu'il faut toûjours ainsi pratiquer, lors qu'une Case se trouvera déja remplie.

Enfin l'on continuera ſelon ces regles à placer les autres termes dans les Caſes vuides, juſqu'à ce qu'on ſoit parvenu à l'angle du Quarré, où dans cet exemple le terme 15 ſe rencontre: & alors comme l'on ne peut plus ſe conduire ſelon la Diagonale en deſcendant vers la droite, pour placer le terme ſuivant 16, on le placera toûjours dans la ſeconde Caſe d'en haut du même rang, aprés quoi les autres termes ſe placeront dans les autres Caſes vuides comme les precedens, ſans qu'il puiſſe plus arriver quelque nouvelle difficulté.

Ces mêmes termes peuvent avoir d'autres diſpoſitions magiques, telles que ſont les ſuivantes, que nous avons trouvées par une autre maniere, qui n'étant pas ſi facile que la precedente, ne ſera pas ici expliquée, non plus que celle qui ſert pour les Quarrez pairs, parce qu'elle eſt trop difficile pour être inſerée dans des Recreations Mathematiques.

3	10	25	16	11
20	8	19	12	6
5	9	13	17	21
22	14	7	18	4
15	24	1	2	23

12	25	6	19	3
5	11	24	8	17
16	4	13	22	10
9	18	2	15	21
23	7	20	1	14

1	20	23	16	5
4	18	9	12	22
15	7	13	19	11
24	14	17	8	2
21	6	3	10	25

11	24	17	10	3
4	12	25	18	6
7	5	13	21	19
20	8	1	14	22
23	16	9	2	15

11	22	9	20	3
2	14	25	8	16
19	5	13	21	7
10	18	1	12	24
23	6	17	4	15

17	24	1	8	15
23	5	7	14	16
4	6	13	20	22
10	12	19	21	3
11	18	25	2	9

Remarque.

CE Quarré a été appellé *Magique*, parce qu'il a été en grande veneration parmi les Egyptiens, & les Pythagoriciens leurs Difciples, qui pour donner plus d'efficace & de vertu à ce Quarré, le dédioient aux fept Planetes en differentes manieres, & le gravoient fur une lame du metal qui fympatifoit avec la Planete, à laquelle il étoit dédié en l'enfermant dans un Polygone regulier infcrit en un Cercle divifé en autant de parties égales que le côté du Quarré avoit d'unitez, avec les noms des Anges de la Planete, & des Signes du Zodiaque, qu'ils écrivoient dans les efpaces vuides entre le Polygone & la circonference du Cercle circonfcrit; croyant par une vaine fuperftition qu'une telle médaille, ou talifman étoit favorable à celui qui la portoit avec foi en temps & lieu.

Ils attribuoient à Saturne le Quarré de 9 Cafes, ayant 3 pour côté, & 15 pour la fomme des nombres de chaque Bande. A Jupiter le Quarré de 16 Cafes, ayant 4 pour côté, & 34 pour la fomme des nombres de chaque Bande. A Mars le Quarré de 25 Cafes, ayant 5 pour côté, & 65 pour la fomme des nombres de chaque Bande. Au Soleil le Quarré de 36 Cafes, ayant 6 pour côté, & 111 pour la fomme des nombres de chaque Bande. A Venus le Quarré de 49 Cafes, ayant 7 pour côté, & 175 pour la fomme des nombres de chaque Bande. A Mercure le Quarré de 64 Cafes, ayant 8 pour côté, & 260 pour la fomme des nombres de chaque Bande. A la Lune le Quarré de 81 Cafes, ayant 9 pour côté, & 369 pour la fomme des nombres de chaque Bande.

Enfin, ils attribuoient à la matiere imparfaite le Quarré de 4 Cafes, ayant 2 pour côté, & à Dieu le Quarré d'une feule Cafe, ayant pour côté l'unité, qui étant multipliée par elle-même, ne

se change pas. Par le moyen de ce Probléme nous resoudrons cette

QUESTION.

Disposer en trois rangs les neuf premieres Cartes, depuis l'As jusqu'au Neuf, de sorte que tous les points de chaque rang pris en long, ou en large, ou en diagonale, fassent ensemble une même somme.

ON disposera magiquement les neuf premiers nombres naturels 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, par la Methode que nous avons enseignée, comme vous voyez ici, & alors on connoîtra que les Cartes marquées des mêmes points que sont les chifres de chaque Case, doivent être rangées de la même façon, afin que la somme de tous les points de chaque rang soit par tout le même, sçavoir 15.

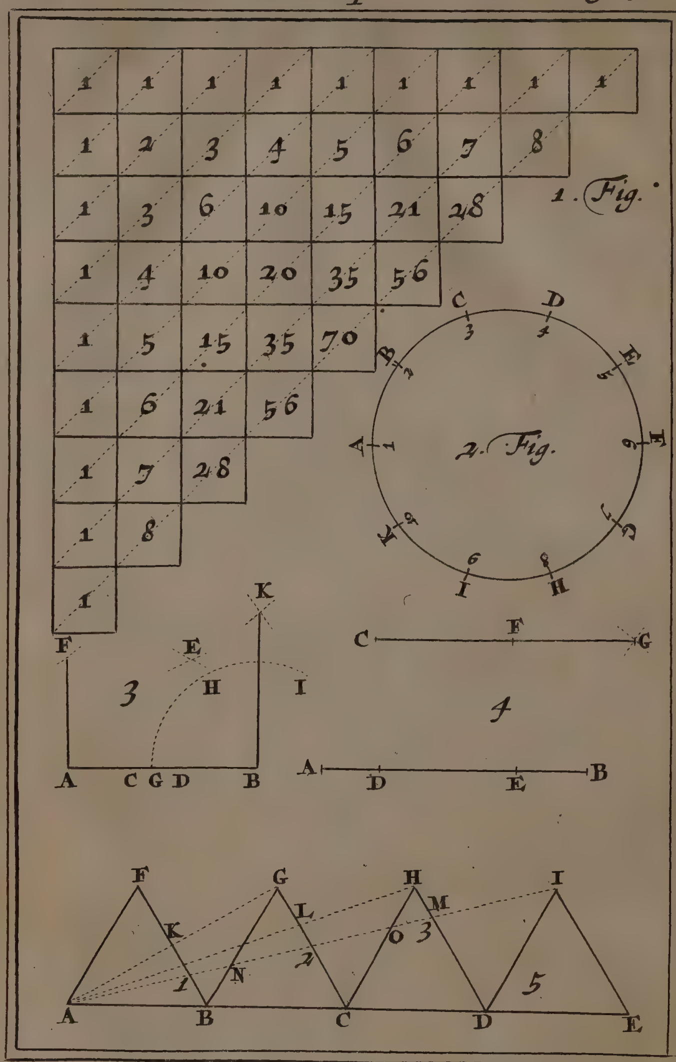
4	9	2
3	5	7
8	1	6

Au lieu de la Progression Arithmetique, l'on peut prendre la Progression Geometrique, par exemple, cette Progression double, 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, & alors il arrivera que ces neuf termes étant disposez magiquement par la Methode qui a été enseignée auparavant, le produit qui viendra en multipliant ensemble ceux qui seront dans chaque rang, sera par tout le même, sçavoir 4096, qui est égal au Cube du terme moyen 16.

8	256	2
4	16	64
128	1	32

Nous ajoûterons ici en passant cet autre quarré de neuf Cases, dont les nombres qui sont dans chaque rang, de quelque maniere qu'on le prenne, c'est-à-dire soit en long ou en travers, ou en diagonale sont en proportion harmonique : & l'on peut trouver autant d'autres nombres qu'on voudra de la même qualité, si au lieu des nombres precedens on met des lettres, comme vous voyez ici, où les grandeurs litterales de chaque rang sont harmoniquement

1260	840	630
504	420	360
315	280	252


1. Fig.
2. Fig.
A
B
C
D
E
F
G
H
I
K
3
4
5

ment proportionnelles ; c'eſt pourquoi en donnant aux trois

$$\begin{array}{ccc} a. & \frac{2ac}{a+c}. & c. \\ \frac{2ab}{a+b}. & & \frac{2abc}{2ab+ac-bc}. \\ & \frac{2bc}{b+c}. & \\ b. & & \frac{abc}{ab+ac-bc}. \\ & \frac{2abc}{2ac+ab-bc}. & \end{array}$$

lettres indéterminées a, b, c, des valeurs differentes, on aura en la place de ces quantitez litterales des nombres qui conſerveront toûjours dans chaque rang la proportion harmonique.

PROBLEME X.

Du Triangle Arithmetique.

ON appelle *Triangle Arithmetique* la moitié d'un Quarré divisé comme le Quarré Magique, en pluſieurs petites Caſes égales qui contiennent les nombres naturels 1, 2, 3, 4, &c. les nombres Triangulaires 1, 3, 6, 10, &c. qu'on a par l'addition continuelle des nombres precedens : les nombres Pyramidaux 1, 4, 10, 20, &c. que donne l'addition continuelle des nombres Triangulaires: les nombres Pyramido-Pyramidaux 1, 5, 15, 35, &c. qui viennent par l'addition continuelle des nombres Pyramidaux : & ainſi enſuite, comme vous voyez dans la Figure, qu'il ne faut que regarder pour la comprendre. Planche 1. 1. Fig.

Entre les differens uſages du Triangle Arithmetique, je parlerai ſeulement de ceux qui ſont pour les Combinaiſons, pour les Permutations, & pour les Partis du Jeu, parce que les autres ſont trop ſpeculatifs pour des Recreations Mathematiques.

Des Combinaiſons.

NOus entendons ici pour *Combinaiſons* tous les differens choix qu'on peut faire de pluſieurs choſes, dont la multitude eſt connuë, en les prenant en diverſes manieres, une à une, deux à deux, trois à trois, &c. ſans jamais prendre les mêmes deux fois.

Comme

Comme si l'on a quatre choses exprimées par ces quatre lettres *a*, *b*, *c*, *d*, toutes les diverses manieres d'en prendre par exemple deux differentes, sçavoir *ab*, *ac*, *ad*, *bc*, *bd*, *cd*, ou trois differentes, sçavoir *abc*, *abd*, *acd*, *bcd*, s'appellent *Combinaisons*, où il est aisé de voir, que de quatre choses proposées, on les peut prendre d'une à une en quatre façons, de deux à deux en six façons, de trois à trois en quatre façons, & de quatre à quatre en une maniere seulement : de sorte que 1 se combine dans 4 quatre fois, 2 six fois, 3 quatre fois, & 4 une fois.

Pour trouver dans une plus grande multitude de choses differentes, par exemple de sept, les diverses combinaisons que l'on peut faire en les prenant diversement, soit pour les ajoûter ensemble, ou pour les multiplier, comme si l'on vouloit sçavoir toutes les conjonctions possibles des sept Planetes, en les prenant de deux à deux, c'est-à-dire, si l'on vouloit sçavoir combien de fois 2 se combine dans 7 ; ajoûtez l'unité à chacun des deux nombres donnez 2, 7, pour avoir ces deux autres nombres 3, 8, qui font connoître que dans la troisiéme Case de bas en haut, ou de haut en bas, de la huitiéme diagonale du Triangle Arithmetique, l'on trouvera le nombre des combinaisons qu'on cherche, sçavoir 21, qui marque les diverses rencontres des sept Planetes conjointes deux à deux.

Ou bien parce que les deux nombres donnez sont 2, 7, & que le plus petit est 2, ajoûtez ensemble tous les nombres du deuxiéme rang jusqu'à la septiéme diagonale, parce que le plus grand nombre donné est 7, sçavoir 1, 2, 3, 4, 5, 6, & la somme 21 sera le nombre qu'on cherche.

Si vous n'avez point de Triangle Arithmetique qui même peut manquer, lors que le nombre de multitude des choses proposées passera 9, parce que nous ne l'avons pas prolongé au delà de 9, quoi que cela soit facile, apprenez cette autre Regle qui est generale pour quelque nombre de multitude que ce soit.

Etant donc donnez les deux nombres 2, 7, pour sçavoir combien de fois le plus petit 2 se combine dans le plus grand 7, faites des deux nombres donnez 2, 7, ces deux Progressions Arithmetiques 2, 1, & 7, 6, qui décroissent de l'unité, & qui ne doivent avoir que deux termes, sçavoir autant que le plus petit nombre donné 2 comprend d'unitez. Aprés cela multipliez ensemble tous les termes de chaque Progression, sçavoir 7 par 6, & 2 par 1, & divisez le premier produit 42 par le second 2, & le quotient 21 sera la multitude des Combinaisons de 2 en 7.

C'est par cette maniere, ou par la precedente, qu'on trouvera que 3 se combine dans 7, 35 fois, & 4 aussi 35 fois, que 5 s'y combine 22 fois, & 6 seulement 7 fois. D'où il suit que la multitude de toutes les Combinaisons qui se peuvent faire dans sept choses differentes, en les prenant une à une, deux à deux,

trois

trois à trois, quatre à quatre, cinq à cinq, six à six, sept à sept, est 127, que l'on trouve en ajoûtant ensemble toutes les multitudes particulieres des Combinaisons 7, 21, 35, 21, 7, 1, qui conviennent aux nombres 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7; mais cette multitude se peut trouver plus facilement en faisant cette Progression Geometrique double 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, qui doit être composée de sept termes, parce que le nombre proposé des choses à combiner est 7: car la somme 127 de tous ces termes sera le nombre qu'on cherche, qui se peut trouver encore plus facilement en cette sorte. Otez l'unité du nombre proposé 7, & parce qu'il reste 6, cela vous fait voir que du nombre 2 il en faut prendre la sixiéme Puissance qui est 64, dont le double 128 doit être diminué de l'unité, & le reste 127 sera le nombre qu'on cherche.

Auparavant que de finir, j'ajoûterai ici deux Methodes particulieres aux deux nombres 2 & 3, pour trouver combien de fois ils se combinent dans un nombre proposé qui doit être plus grand, par exemple dans le même nombre donné 7.

Pour donc trouver premierement combien de fois 2 se combine dans 7, ôtez ce nombre 7 de son quarré 49, & la moitié du reste 42 donnera 21 pour le nombre des fois que 2 se combine dans 7.

Pour trouver combien de fois 3 se combine dans 7, ajoûtez au Cube 343 du nombre donné 7 le double 14 de ce même nombre 7, & ôtez de la somme 357 le triple 147 du quarré 49 du même nombre 7, & la sixiéme partie du reste 210 donnera 35 pour le nombre des fois que 3 se combine dans 7.

Des Permutations.

IL y a une autre sorte de Combinaisons, que l'on peut appeller *Permutation*, où l'on prend les mêmes choses deux fois: comme si l'on veut combiner ces trois nombres 2, 5, 6, en les prenant deux à deux, pour sçavoir les differentes valeurs qu'ils peuvent produire, en considerant les deux premiers nombres en cette sorte, 25, on dira qu'ils font vingt-cinq, & en les considerant ainsi, 52 on prononcera qu'ils font 52. Pareillement en considerant le premier & le troisiéme nombre en cette sorte 26, on connoîtra qu'ils font vingt-six, & en les considerant ainsi, 62, on dira qu'ils font soixante-deux. Ainsi des autres, où vous voyez que la multitude des Permutations est double de celle des Combinaisons.

On se sert trés-utilement des Permutations, quand on veut faire des Anagrammes, où l'on fait quelquefois des rencontres heureuses, c'est-à-dire qui conviennent fort à leur sujet, comme il arrive à ce mot ROMA, dont les lettres étant transposées

font

font cet autre mot AMOR. Mais la rencontre est bien plus heureuse dans ces deux Vers Latins ;

Signa te, signa, temere me tangis & angis,
Roma tibi subito motibus ibit amor.

dont les lettres étant prises à contre-sens font les mêmes Vers.

On se sert aussi des Permutations dans le Jeu de Dez, pour connoître le nombre des hazards qu'auroit celui qui avec deux Dez entreprendroit de faire par exemple 9, étant certain qu'il auroit quatre hazards, parce que 9 se peut faire en quatre façons, sçavoir par le 4 du premier Dé & le 5 du second, ou bien par le 5 du premier & le 4 du second : & encore par le 3 du premier Dé & le 6 du second, ou bien par le 6 du premier & le 3 du second.

Pour combiner ensemble simplement plusieurs lettres, par exemple ces quatre AMOR, c'est-à-dire, pour trouver le nombre de leurs Permutations simples, en les transposant selon toutes les manieres possibles, faites cette Progression Arithmetique 1, 2, 3, 4, composée d'autant de termes qu'il y a de lettres à combiner ensemble, comme en cet exemple de quatre termes, parce qu'il y a quatre lettres à combiner, en sorte que le premier terme soit toûjours l'unité, & que le dernier exprime le nombre des lettres : & alors en multipliant ensemble tous ces termes, le produit 24 sera le nombre des Permutations, ou

AMOR	MARO	OAMR	ROMA
AMRO	MAOR	OARM	ROAM
AOMR	MOAR	OMAR	RMAO
AORM	MORA	OMRA	RMOA
ARMO	MRAO	ORAM	RAMO
AROM	MROA	ORMA	RAOM

des changemens differens que l'on peut faire des quatre lettres proposées AMOR, comme vous voyez ici.

C'est de la même façon que l'on trouvera le nombre des Permutations d'une autre multitude de lettres, sçavoir en faisant une Progression d'autant de nombres naturels 1, 2, 3, 4, 5, &c. qu'il y aura de lettres à combiner ensemble, & en multipliant ensemble tous les termes de cette Progression. Ainsi vous trouverez que cinq lettres se peuvent combiner simplement, ou transposer en 120 manieres, six en 720, & ainsi des autres, comme vous voyez dans la Table suivante, qui montre que les 23 lettres de l'Alphabet se peuvent combiner en 25852016738884976640000 façons.

1	1. A.
2	2. B.
3	6. C.
4	24. D.
5	120. E.
6	720. F.
7	5040. G.
8	40320. H.
9	362880. I.
10	3628800. K.
11	39916800. L.
12	479001600. M.
13	6227020800. N.
14	87178291200. O.
15	1307674368000. P.
16	20922789888000. Q.
17	355687428096000. R.
18	6402373705728000. S.
19	121645100408832000. T.
20	2432902008176640000. V.
21	51090942171709440000. X.
22	1124000727777607680000. Y.
23	25852016738884976640000. Z.
24	620448401733239439360000.
25	15511210043330985984000000.

Cette Table eſt aiſée à conſtruire, car ayant connu par exemple que 4 lettres ſe peuvent combiner ou tranſpoſer en 24 façons, ſi l'on multiplie ce nombre 24 des combinaiſons par le nombre 5, qui ſuit immediatement aprés le 4, on aura 120 pour le nombre des combinaiſons de 5 lettres, lequel étant multiplié par le nombre ſuivant 6, on aura 720 pour le nombre des combinaiſons de 6 lettres, lequel étant pareillement multiplié par le nombre ſuivant 7, le produit 5040 ſera le nombre des Combinaiſons de 7 lettres, & ainſi enſuite.

Des Partis du Jeu.

ON appelle *Parti* en matiere de Jeu, la juſte diſtribution, ou le reglement de ce qui doit appartenir à pluſieurs Joüeurs de l'argent qui eſt au Jeu, & qu'ils joüent en un certain nombre de parties, proportionnellement à ce que chacun a droit

droit d'esperer de la fortune par le nombre des parties qui lui manquent pour achever.

Comme si deux Joüeurs ont mis chacun 40 pistoles au Jeu, qui dans ce cas ne leur appartiennent plus, parce qu'en les mettant au Jeu ils en ont quitté la proprieté, ayant en revanche le droit d'attendre ce que le hazard leur en peut donner, suivant les conditions dont ils sont convenus en mettant leur argent au Jeu; en sorte qu'ils joüent 80 pistoles par exemple en trois parties, que le premier ait une partie, & que le second n'en ait pas une; c'est-à-dire qu'il manque deux parties au premier pour gagner, & 3 au second; si les Joüeurs se veulent separer en renonçant à l'attente du hazard, pour rentrer chacun à la proprieté de quelque chose, le premier à raison de 2 parties qui lui manquent, & le second à raison des 3 parties qui lui faut pour remporter tout l'argent, la portion juste qui doit appartenir à chacun de cet argent s'appelle *Parti*, qui se peut trouver par le moyen du Triangle Arithmetique, en cette sorte.

Planche 1. 1. Fig. Parce que nous avons supposé qu'il manque au premier Joüeur 2 parties, & 3 au second pour gagner, & que la somme des deux nombres 2 & 3 est 5, il faut prendre dans la 5 Diagonale du Triangle Arithmetique, la somme 5 des deux premiers nombres 1, 4, à cause des deux parties qui manquent au premier Joüeur, & la somme 11 des trois autres 6, 4, 1, à cause des trois parties qui manquent au second Joüeur, & ces deux dernieres sommes 5, 11, donneront la raison reciproque des deux partis qu'on cherche, de sorte que le parti de celui à qui il ne manque que 2 parties est au parti de celui à qui il en manque 3, comme 11 est à 5.

Mais pour déterminer ces deux partis, c'est-à-dire pour assigner à chacun la part des 80 pistoles qui sont au Jeu, à raison des avantages qu'il a, il faut diviser ce nombre 80 en deux parties proportionnelles aux deux termes 11, 5, ce qui se fera en multipliant separément par ces deux termes 11, 5, le nombre 80 des pistoles qui sont au Jeu, & en divisant chacun des deux produits 880, 400, par la somme 16 des deux mêmes termes 11, 5, & l'on aura 55 pour le nombre des pistoles que doit emporter le premier Joüeur qui a fait une partie, & 25 pour le nombre des pistoles pour le second Joüeur qui n'a fait aucune partie.

Pareillement s'il manque 1 partie au premier Joüeur, & 2 au second pour gagner, on ajoûtera ensemble ces deux nombres de parties 1, 2, & parce que leur somme est 3, on prendra dans la 3 diagonale du Triangle Arithmetique le seul & premier nombre 1, & la somme 3 des deux autres 2, 1, & ces deux nombres 1, 3, font connoître que le parti du premier Joüeur est au parti du second, comme 3 est à 1; & parce que la somme de ces deux termes 1, 3, est 4, il s'ensuit que le premier Joüeur doit

doit avoir les $\frac{3}{4}$ des 80 pistoles qui sont au Jeu, & le second seulement $\frac{1}{4}$, & que par consequent il appartient 60 pistoles au premier Joüeur, & 20 au second, dans la supposition que nous avons faite; qu'ils se veulent separer sans continuer le Jeu.

Par là vous voyez que si le Jeu est dans cet état, qu'il manque au premier Joüeur une partie, & au second deux parties pour achever, le premier Joüeur pourroit parier au pair 3 contre 1, ce que l'on peut aussi connoître sans le Triangle Arithmetique; en cette sorte.

Puis qu'il manque au premier Joüeur une partie pour achever, & qu'il en manque deux au second, on considerera que si les Joüeurs continuoient de joüer, & que le second gagnât une partie, il lui manqueroit comme au premier une partie pour achever; & que dans ce cas les deux Joüeurs ayant des hazards égaux, leurs Partis seroient aussi égaux, par cette regle generale qui porte, que le Parti du premier Joüeur est au Parti du second, en même raison que le nombre des hazards qui peuvent faire gagner le premier; au nombre des hazards qui peuvent faire gagner le second. Ainsi dans cette supposition le parti de chacun seroit la moitié de l'argent qui est au Jeu. 1. *Cas.*

Il est donc certain, que si le premier gagne la partie qui se va joüer, tout l'argent qui est au Jeu lui appartiendra, & que s'il la perd, il lui en appartiendra la moitié: c'est pourquoi s'ils veulent se separer sans joüer cette partie, le premier doit avoir la moitié de l'argent qui est au Jeu, & encore de la moitié du même argent, c'est-à-dire, qu'il doit avoir les $\frac{3}{4}$ de cet argent, le reste $\frac{1}{4}$ demeurant pour le second: car il est évident, que si un Joüeur prétend une certaine somme en cas de gain, & une somme moindre en cas de perte, le sort étant égal, son parti est que sans joüer il lui appartient la moitié de ces deux sommes prises ensemble.

Ce premier Cas servira pour resoudre le suivant, qui suppose qu'au premier Joüeur il manque une partie pour achever, & au second trois parties: car si le premier gagne une partie, il doit remporter les 80 pistoles qui sont au Jeu, & s'il perd une partie, en sorte qu'il n'en faille plus que deux au second pour achever, il appartiendra au premier les $\frac{3}{4}$ de l'argent *par le 1 Cas.* Ainsi en cas de gain, le premier emportera tout l'argent, & en cas de perte, il ne lui en appartiendra que les $\frac{3}{4}$: c'est pourquoi en cas de Parti, il ne lui en doit appartenir que la moitié de ces deux sommes prises ensemble, c'est-à-dire $\frac{7}{8}$, ou 70 pistoles, le reste $\frac{1}{8}$, ou 10 pistoles demeurant pour le second. 2. *Cas.*

Ce second Cas servira de la même façon pour resoudre le suivant, qui suppose qu'il manque deux parties au premier Joüeur 3. *Cas.*

Joüeur pour achever, & trois au second : car si le premier gagne une partie, il doit avoir les $\frac{7}{8}$ de l'argent qui est au Jeu, *par le* 2. *Cas*, & s'il perd une partie, en sorte qu'il n'en faille plus que deux au second pour gagner, sçavoir autant qu'il en manque au premier, chacun doit avoir pour son Parti la moitié de l'argent qui est au Jeu. C'est pourquoi en cas de gain, le premier emportera $\frac{7}{8}$ de l'argent qui est au Jeu, & $\frac{1}{2}$ en cas de perte, & ainsi en cas de Parti il ne lui en doit appartenir que la moitié de ces deux sommes prises ensemble, c'est-à-dire, $\frac{11}{16}$, ou 55 pistoles, le reste $\frac{5}{16}$, ou 25 pistoles demeurant pour le second.

4. *Cas.* Le même second Cas servira aussi pour resoudre ce quatriéme, qui suppose qu'au premier Joüeur il manque une partie pour achever, & quatre au second : car si le premier gagne une partie, il remportera les 80 pistoles qui sont au Jeu, & s'il en perd une, en sorte qu'il n'en faille plus que trois au second pour achever, il appartiendra au premier les $\frac{7}{8}$ de tout l'argent, *par le* 2. *Cas*. Ainsi puis qu'en cas de gain, le premier doit emporter tout l'argent, & qu'en cas de perte il n'en doit emporter que les $\frac{7}{8}$, en cas de Parti il ne lui en doit appartenir que la moitié de ces deux sommes prises ensemble, c'est-à-dire, $\frac{15}{16}$, ou 75 pistoles, le reste $\frac{1}{16}$, ou 5 pistoles demeurant pour le second.

5. *Cas.* Ce quatriéme Cas & le troisiéme serviront de la même façon pour resoudre le suivant, qui suppose qu'il manque deux parties au premier Joüeur pour achever, & quatre au second : car si le premier gagne une partie, en sorte qu'il ne lui en manque plus qu'une pour achever, il doit remporter les $\frac{15}{16}$ de l'argent qui est au Jeu, *par le* 4. *Cas*, & s'il en perd une, en sorte qu'il n'en manque plus que trois au second, il doit en remporter seulement les $\frac{11}{16}$, *par le* 3. *Cas*. Ainsi puis qu'en cas de gain le premier doit remporter les $\frac{15}{16}$ de tout l'argent, & seulement les $\frac{11}{16}$, en cas de perte, il doit en cas de Parti prétendre la moitié de ces deux sommes prises ensemble, c'est-à-dire $\frac{13}{16}$, ou 65 pistoles, le reste $\frac{3}{16}$, ou 15 pistoles demeurant pour le second. Ainsi des autres.

Autrement & plus facilement.

TOus les Cas precedens, & tous les autres infinis qui peuvent arriver se peuvent resoudre encore autrement sans le Triangle Arithmetique, & plus facilement en cette sorte.

5. *Cas.* Pour resoudre par exemple le cinquiéme Cas, où l'on suppose qu'il manque deux parties au premier Joüeur pour achever, & 4 au second, de sorte qu'il leur manque ensemble 6 parties

ties pour achever, ôtez toûjours 1 de cette somme 6, & parce qu'il reste 5, on supposera ces cinq lettres semblables *aaaaa* favorables au premier Joüeur, & pareillement ces cinq lettres semblables *bbbbb* favorables au second Joüeur, & l'on combinera ensemble ces dix lettres, comme vous voyez ici, où des 32 Combinaisons, les 26 premieres vers la gauche, où il y a au moins deux *a*, seront prises pour le nombre des hazards qui peuvent faire gagner le premier, parce qu'il lui manque deux parties : & les six dernieres qui restent à la droite, où il y a au moins quatre *b*, seront prises pour le nombre des hazards qui peuvent faire gagner le second, parce qu'il lui manque quatre

aaaaa	*aaabb*	*aabbb*	*abbbb*
aaaab	*aabba*	*abbba*	*bbbba*
aaaba	*abbaa*	*bbbaa*	*babbb*
aabaa	*bbaaa*	*ababb*	*bbabb*
abaaa	*aabab*	*abbab*	*bbbab*
baaaa	*abaab*	*ababb*	*bbbbb*
	baaab	*baabb*	
	baaba	*babba*	
	babaa	*bbaba*	
	ababa	*babab*	

parties. Ainsi le Parti du premier Joüeur sera au Parti du second, comme 26 est à 6, ou comme 13 est à 3, &c.

Pareillement pour resoudre le troisiéme Cas, qui suppose qu'il manque deux parties au premier Joüeur pour achever, & trois parties au second, de sorte qu'ensemble il leur manque 5 parties pour achever, ôtez toûjours 1 de cette somme 5, & parce qu'il reste 4, supposez ces quatre lettres semblables *aaaa* favorables au premier, & ces quatre lettres semblables *bbbb* favorables au second, & combinez ensemble ces huit lettres, comme vous voyez ici, où des 16 Combinaisons, les 11 premieres à la gauche, où il y a au moins deux *a*, seront prises pour le nombre des hazards qui peuvent faire gagner le premier, parce qu'il lui manque deux parties : & les 5 dernieres qui restent à la droite, où il y a au moins trois *b*, seront prises pour le nombre des hazards qui peuvent faire gagner le second, parce qu'il lui manque trois parties. Ainsi le Parti du premier Joüeur est au Parti du second, comme 11 est à 5, &c. 3. Cas.

aaaa	*aabb*	*abbb*
aaab	*abba*	*bbba*
aaba	*bbaa*	*bbab*
abaa	*baab*	*babb*
baaa	*baba*	*bbbb*
	abab	

Parce que pour resoudre le quatriéme Cas, où l'on a supposé qu'il manquoit au premier Joüeur une partie pour achever, & quatre au second, il vient la même somme 5 des parties qui 4. Cas.

manquent ensemble à ces deux Joüeurs, on se servira des 16 Combinaisons precedentes, entre lesquelles on en trouvera 15, où il y a au moins une lettre *a*, parce qu'il manque au premier Joüeur une partie, pour le nombre des hazards qui le peuvent faire gagner, & seulement une, où il y a quatre *b*, parce qu'il manque au second Joüeur quatre parties, pour un seul hazard qui le peut faire gagner: de sorte que le Parti du premier Joüeur est au Parti du second, comme 15 est à 1. Ainsi des autres.

Du Jeu des Dez.

POur sçavoir entre deux Joüeurs l'avantage que peut avoir celui qui entreprend de faire par exemple 6 avec un Dé en un certain nombre de coups, & premierement au premier coup; on considerera que le Parti à l'entreprendre du premier coup est de 1 contre 5, parce que celui qui tient le Dé, n'a qu'un hazard pour gagner, & qu'il en a 5 pour ne rien gagner: & que par consequent pour l'entreprendre en un seul coup, il ne doit mettre que 1 contre 5, ou ce qui est la même chose, parier 1 contre 5, ce qui fait voir que d'entreprendre de faire 6 avec un Dé en un coup il y a desavantage.

Pour entreprendre de faire six en deux coups avec un Dé, on considerera que c'est la même chose que d'entreprendre en jettant deux Dez à la fois d'en trouver un marqué au 6, & alors celui qui tient le Dé, n'a que 11 hazards pour gagner, car il peut faire 6 avec le premier Dé, & 1, 2, 3, 4, 5, avec le second: ou bien 6 avec le second Dé, & 1, 2, 3, 4, 5, avec le premier: ou bien encore 6 avec chaque Dé: & qu'il y en a 25 pour

1, 1	2, 1	3, 1	4, 1	5, 1
1, 2	2, 2	3, 2	4, 2	5, 2
1, 3	2, 3	3, 3	4, 3	5, 3
1, 4	2, 4	3, 4	4, 4	5, 4
1, 5	2, 5	3, 5	4, 5	5, 5

ne rien gagner, comme vous voyez ici; il est aisé de conclure, que celui qui entreprend en deux coups de faire 6 avec un Dé ne doit mettre que 11 contre 25, & qu'ainsi il y a desavantage de l'entreprendre au pair.

Vous prendrez garde que la somme 36 de tous les hazards 11, 25, est le quarré du nombre donné 6, quand on entreprend de faire 6 en deux coups avec un Dé: & que le nombre 25 des hazards qui peuvent empêcher de gagner, celui qui tient le Dé, est le quarré du même nombre donné 6 moins 1, c'est-à-dire, de 5. C'est pourquoi pour trouver le nombre des hazards favorables à celui qui tient le Dé, il n'y a qu'à ôter 1 du double

12 du nombre donné 6, & le reste 11 sera le nombre qu'on cherche, qui étant ôté du quarré 36 du même nombre donné 6, le reste 25 qui sera toûjours un nombre quarré, sera le nombre des hazards contraires à celui qui tient le Dé.

Pour entreprendre de faire 6 en trois coups avec un Dé, on considerera pareillement que c'est la même chose que d'entreprendre en jettant trois Dez à la fois, d'en trouver un marqué au 6, & alors celui qui tient le Dé, a 91 hazards favorables, & 125 contraires; & ainsi il ne doit mettre que 91 contre 125, où vous voyez qu'il y a encore desavantage à entreprendre au pair de faire 6 en trois coups avec un Dé.

Vous remarquerez que la somme 216 de tous les hazards 91, 125, est le Cube du nombre donné 6, quand on entreprend de faire 6 en trois coups avec un Dé, & que le nombre 125 des hazards contraires à celui qui tient le Dé, est le Cube du même nombre donné 6 moins 1, c'est-à-dire, de 5. C'est pourquoi pour trouver le nombre des hazards qui peuvent faire gagner celui qui tient le Dé, il n'y a qu'à ôter du Cube 216 du nombre donné 6, le Cube 125 du même nombre donné 6 moins 1, ou de 5.

C'est de la même façon que l'on trouvera l'avantage que peut avoir celui qui entreprendroit en quatre coups de faire 6 avec un Dé: car si l'on ôte de la quatriéme Puissance, ou du quarré-quarré 1296 du nombre donné 6, le quarré-quarré 625 du même nombre donné 6 moins 1, ou de 5, le reste donnera 671 hazards favorables à celui qui tient le Dé, le plus petit quarré-quarré precedent 625 étant le nombre des hazards contraires à celui qui tient le Dé; où vous voyez que celui qui entreprend en quatre coups de faire 6 avec un Dé, peut mettre 671 contre 625, & qu'ainsi il y a avantage à l'entreprendre au pair.

L'avantage le plus grand à entreprendre de faire 6 en cinq coups avec un Dé, comme l'on connoîtra en ôtant de la cinquiéme Puissance, ou Sursolide 7776 du nombre donné 6, le Sursolide 3125 du même nombre donné 6 moins 1, ou de 5, car le reste 4651 sera le nombre des hazards favorables à celui qui tient le Dé, le plus petit Sursolide precedent 3125 étant le nombre des hazards contraires à celui qui tient le Dé; où l'on void que celui qui entreprend en cinq coups de faire 6 avec un Dé, peut mettre 4651 contre 3125, & qu'ainsi il y a de l'avantage à l'entreprendre au pair, &c.

Si vous voulez sçavoir le Parti de celui qui voudroit entreprendre en un coup de faire avec deux, ou plusieurs Dez une Rafle déterminée, par exemple Terne, vous considererez que s'il l'entreprenoit avec deux Dez, il n'auroit qu'un hazard pour gagner, & 35 pour perdre, parce que deux Dez se peuvent combiner en 36 façons differentes, c'est-à dire, que leurs

faces qui ſont au nombre de 6, peuvent avoir 36 aſſietes diverſes, comme vous voyez ici, ce nombre 36 étant le quarré

1, 1	2, 1	3, 1	4, 1	5, 1	6, 1
1, 2	2, 2	3, 2	4, 2	5, 2	6, 2
1, 3	2, 3	3, 3	4, 3	5, 3	6, 3
1, 4	2, 4	3, 4	4, 4	5, 4	6, 4
1, 5	2, 5	3, 5	4, 5	5, 5	6, 5
1, 6	2, 6	3, 6	4, 6	5, 6	6, 6

du nombre 6 des faces, parce qu'il y a deux Dez, car s'il y avoit trois Dez, au lieu du quarré 36 de 6, on auroit le Cube 216 pour le nombre des Combinaiſons entre trois Dez, & s'il y avoit quatre Dez, on auroit le quarré-quarré 1296 du même nombre 6, pour le nombre des Combinaiſons entre quatre Dez, & ainſi enſuite.

D'où il ſuit qu'on ne doit mettre que 1 contre 35, pour faire une Rafle déterminée avec deux Dez en un coup : & l'on connoîtra par un ſemblable raiſonnement, qu'on ne doit mettre que 3 contre 213, pour faire une Rafle déterminée avec trois Dez, en un coup, & 6 contre 1290, ou un contre 215 avec quatre Dez, & ainſi enſuite, parce que des 216 hazards qui ſe trouvent entre trois Dez, il y en a trois pour celui qui tient le Dé, puis que trois choſes ſe peuvent combiner de deux en trois façons, & par conſequent 213 contraires à celui qui tient le Dé : & que pareillement des 1296 hazards qui ſe trouvent entre quatre Dez, il y en a ſix qui ſont favorables à celui qui tient le Dé, puis que quatre choſes ſe combinent de deux à deux en ſix façons, & par conſequent 1290 contraires à celui qui tient le Dé.

Mais ſi vous voulez ſçavoir le Parti de celui qui entreprendroit de faire une Rafle quelconque du premier coup avec deux ou pluſieurs Dez, il ne ſera pas difficile de connoître qu'il doit mettre 6 contre 30, ou 1 contre 5 avec deux Dez, parce que des 36 hazards qui ſe trouvent entre deux Dez, ôtant 6 hazards qui peuvent produire une Rafle, il reſte 30. On connoîtra auſſi aiſément qu'avec trois Dez il peut mettre 18 contre 198, ou 1 contre 11, parce que des 216 hazards qui ſe rencontrent entre trois Dez, ôtant 18 hazards qui peuvent produire une Rafle, il reſte 198, &c.

PROBLEME XI.

Plusieurs Dez étant jettez, trouver le nombre des points qui en proviennent aprés quelques operations.

SI quelqu'un a jetté sur une table, par exemple trois Dez, que nous appellerons A, B, C, dites lui qu'il ajoûte ensemble tous les points de dessus, & encore ceux de dessous de deux Dez seulement tels qu'on voudra, comme des deux derniers B, C, en mettant à part le troisiéme A, sans en changer l'assiete. Dites-lui ensuite qu'il jette de nouveau les deux mêmes Dez B, C, & faites-lui ajoûter à la somme precedente tous les points de dessus, & encore ceux de dessous de l'un de ces deux Dez, comme du second C, en mettant pareillement à part le premier B, proche du precedent A, sans en changer l'assiete, pour avoir une seconde somme. Enfin faites-lui encore jetter le dernier Dé C, & dites lui qu'il ajoûte à la seconde somme precedente les points de dessus, pour avoir une troisiéme somme, que vous trouverez en cette sorte. Ayant approché le troisiéme Dé C proche des deux autres, sans en changer la situation, approchez-vous de la Table, & ayant compté tous les points qui se trouveront au dessus de ces trois Dez, ajoûtez à leur somme autant de fois 7 qu'il y a de Dez, comme ici trois fois 7, ou 21, ce nombre 7 étant le nombre des points des deux faces opposées d'un Dé, quand il est bien fait, & la somme sera celle qu'on cherche.

Supposons qu'ayant jetté pour la premiere fois les trois Dez A, B, C, il soit venu en dessus ces trois points 1, 4, 5, & ayant mis par exemple le premier 1 à part, faites ajoûter à ces trois points 1, 4, 5, les deux 3, 2, qui se trouvent au dessous des deux autres, dont les points de dessus sont 4, 5, pour avoir la premiere somme 15. Supposons maintenant, que les deux mêmes Dez étant jettez il vienne en dessus ces deux points 3, 6, dont celui qui a trois étant mis à part proche de celui qui avoit 1, faites ajoûter ces deux points 3, 6, & encore 1, qui se trouve au troisiéme Dé restant, qui a 6 au dessus, pour avoir une seconde somme 25. Supposons enfin que ce troisiéme & dernier Dé étant jetté par une troisiéme fois, il vienne 6 en dessus, que vous ferez ajoûter à la seconde somme 25, pour avoir cette troisiéme somme 31, que vous devinerez en ajoûtant 21 à la somme 10 des points 1, 3, 6, qui se trouvent au dessus des trois Dez restans, &c.

PROBLEME XII.

Deux Dez étant jettez, trouver les points de dessus de chaque Dé, sans les voir.

FAites jetter à quelqu'un deux Dez sur une Table, & faites-lui ajoûter 5 au double des points de dessus de l'un de ces deux Dez, & dites-lui qu'il multiplie la somme par le même nombre 5, pour lui faire ajoûter au produit le nombre des points de dessus du second Dé: aprés quoi lui ayant demandé la somme, ôtez en toûjours 25, quarré du même nombre 5, & alors il restera un nombre composé de deux figures, dont la premiere vers la droite, qui represente les dixaines, sera le nombre des points de dessus du premier Dé, & la seconde vers la gauche, qui represente les simples unitez, sera le nombre des points de dessus du second Dé.

Supposons que le nombre des points de dessus du premier Dé soit 2, & que le nombre des points de dessus du second Dé, soit 3; si l'on double 2, le nombre des points de dessus du premier Dé, & qu'au double 4 on ajoûte 5, on aura 9, qui étant multiplié par le même nombre 5, on aura 45, auquel ajoûtant 3, le nombre des points de dessus du second Dé, on aura 48, d'où ôtant 25 quarré du même nombre 5, il reste 23, dont la premiere figure 2, montre le nombre des points de dessus du premier Dé, & l'autre figure 3 fait connoître le nombre des points de dessus du second Dé.

Autrement.

Ou bien demandez à celui qui a jetté les deux Dez, combien font ensemble les points de dessous, & de combien le nombre des points de dessous de l'un des Dez surpasse le nombre des points de dessous de l'autre Dé: & si cet excés est par exemple 1, & que la somme de tous les points de dessous soit 9, ajoûtez ensemble ces deux nombres 1, 9, & ôtez de 14 leur somme 10; & la moitié 2 du reste 4 sera le nombre des points de dessus de l'un des deux Dez; & pour avoir le nombre des points de dessus de l'autre Dé, au lieu d'ajoûter l'excés 1 à la somme 9, il le faut ôter, & ayant ôté de 14 le reste 8, on aura ce second reste 6, dont la moitié 3 sera le nombre qu'on cherche.

Encore autrement.

Ou bien encore, dites à celui qui a jetté les deux Dez qu'il ajoûte ensemble les points de dessus, & qu'il vous dise leur somme,

me, qui soit par exemple 5. Dites-lui encore qu'il multiplie le nombre des points de dessus d'un Dé par le nombre des points de dessus de l'autre Dé, & qu'il vous dise pareillement leur produit, que nous supposerons 6, par le moyen duquel & de la somme precedente 5, vous trouverez le nombre des points de dessus de chaque Dé en cette sorte. Multipliez la somme 5 par elle-même, pour avoir son quarré 25, duquel vous ôterez 24, le quadruple du produit 6, & il reste 1, vous prendrez la Racine quarrée, qui est aussi 1, laquelle étant ajoûtée & ôtée de la somme precedente 5, on aura ces deux nombres 6, 4, dont les moitiez 3, 2, seront les nombres des points de dessus de chaque Dé.

PROBLEME XIII.

Trois Dez étant jettez, trouver les points de dessus de chaque Dé sans les voir.

Faites jetter à quelqu'un trois Dez sur une Table, & les lui ayant fait ranger en ligne droite l'un proche de l'autre, demandez-lui la somme des points de dessous du premier & du second Dé, qui soit par exemple 9, & aussi la somme des points de dessous du second & du troisiéme Dé, que nous supposerons 5, & enfin la somme des points de dessous du premier & du troisiéme Dé, qui soit 6. Par le moyen de ces trois sommes, ou nombres connus 9, 5, 6, on trouvera le nombre des points de dessus du premier Dé, en ôtant de la somme 15 du premier & du troisiéme nombre le second 5, & en ôtant toûjours de 14 le reste 10, pour avoir cet autre reste 4, dont la moitié 2 sera le nombre des points de dessus du premier Dé. Pour trouver le nombre des points de dessus du second Dé, ôtez de la somme 14 des deux premiers nombres 9, 5, le troisiéme 6, & ôtez toûjours de 14 le reste 8, pour avoir un second reste 6, dont la moitié 3 sera le nombre des points de dessus du second Dé. Enfin pour avoir le nombre des points de dessus du troisiéme Dé, ôtez de la somme 11 du second nombre 5, & du troisiéme 6, le premier 9, & ôtez toûjours de 14 le reste 2, pour avoir un second reste 12, dont la moitié 6 sera le nombre des points de dessus du troisiéme Dé.

PROBLEME XIV.

Deviner le nombre que quelqu'un a pensé.

Ayant fait ôter 1 du nombre pensé, faites doubler le reste, & ayant fait pareillement ôter 1 de ce double, faites ajoûter au reste le nombre pensé, & enfin demandez le nombre qui vient par cette addition, car si vous lui ajoûtez toûjours 3, la troisiéme partie de la somme sera le nombre pensé.

Comme si l'on a pensé 5, & qu'on en ôte 1, il restera 4, dont le double 8 étant diminué de 1, & le reste 7 étant augmenté du nombre pensé 5, on a cette somme 12, à laquelle ajoûtant 3, on a cette autre somme 15, dont la troisiéme partie 5 est le nombre pensé.

Autrement.

Ou bien aprés avoir fait ôter 1 du nombre pensé, faites tripler le reste, & aprés avoir aussi fait ôter 1 de ce triple, faites ajoûter au reste le nombre pensé, & enfin demandez le nombre qui vient par cette addition, car si vous lui ajoûtez toûjours 4, la quatriéme partie de la somme sera le nombre pensé.

Comme si l'on a pensé 5, & qu'on en ôte 1, il restera 4, dont le triple 12 étant diminué de 1, & le reste 11 étant augmenté du nombre pensé 5, on a cette somme 16, à laquelle ajoûtant 4, on a cette autre somme 20, dont la quatriéme partie 5 est le nombre pensé.

Autrement.

Ayant fait ajoûter 1 au nombre pensé, faites doubler la somme, & ayant fait pareillement ajoûter 1 à ce double, faitez ajoûter à la somme le nombre pensé, & enfin demandez le nombre qui vient par cette derniere addition, car si vous en ôtez toûjours 3, la troisiéme partie du reste sera le nombre pensé.

Comme si l'on a pensé 5, & qu'on lui ajoûte 1, on aura 6, dont le double 12 étant augmenté de 1, & la somme 13 étant augmentée du nombre pensé 5, on a cette somme 18, de laquelle ôtant 3, il reste 15, dont la troisiéme partie 5 est le nombre pensé.

Autrement.

Ou bien aprés avoir fait ajoûter 1 au nombre pensé, faites tripler la somme, & aprés avoir aussi fait ajoûter 1 à ce triple, faites ajoûter à la somme le nombre pensé, & enfin demandez le nombre qui vient par cette derniere addition, car si vous en ôtez toûjours 4, la quatriéme partie du reste sera le nombre pensé.

Comme si l'on a pensé 5, & qu'on lui ajoûte 1, on aura 6, dont le triple 18 étant augmenté de 1, & la somme 19 étant augmentée du nombre pensé 5, on a cette somme 24, de laquelle ôtant 4, il reste 20, dont la quatriéme partie 5 est le nombre pensé.

Autrement.

Ayant fait ôter 1 du nombre pensé, faites doubler le reste, & ayant fait pareillement ôter 1 de ce double, faites ôter du reste le nombre pensé, & enfin demandez le nombre qui reste par cette derniere soustraction, car si vous lui ajoûtez toûjours 3, la somme sera le nombre pensé.

Comme si l'on a pensé 5, & qu'on en ôte 1, il restera 4, dont le double 8 étant diminué de 1, & le reste 7 étant encore diminué du nombre pensé 5, il reste 2: auquel ajoûtant 3, la somme 5 est le nombre pensé.

Autrement.

Ayant fait ajoûter 1 au nombre pensé, faites doubler la somme, & ayant fait pareillement ajoûter 1 à ce double, faites ôter de la somme le nombre pensé, & enfin demandez le nombre qui reste par cette soustraction, car si vous en ôtez toûjours 3, le reste sera le nombre pensé.

Comme si l'on a pensé 5, & qu'on lui ajoûte 1, on aura 6, dont le double 12 étant augmenté de 1, & la somme 13 étant diminuée du nombre pensé 5, il reste 8, d'où ôtant 3, le reste 5 est le nombre pensé.

Autrement.

Aprés avoir fait ôter 1 du nombre pensé, faites tripler le reste, & aprés avoir aussi fait ôter 1 de ce triple, faites ôter du reste le double du nombre pensé, & enfin demandez le nombre qui reste par cette derniere soustraction, car si vous lui ajoûtez toûjours 4, la somme sera le nombre pensé.

Comme si l'on a pensé 5, & qu'on en ôte 1, il restera 4, dont le triple 12 étant diminué de 1, & le reste 11 étant encore diminué du double 10 du nombre pensé 5, il reste 1, auquel ajoûtant 4, la somme 5 est le nombre pensé.

Autrement.

Aprés avoir fait ajoûter 1 au nombre pensé, faites tripler la somme, & aprés avoir aussi fait ajoûter 1 à ce triple, faites ôter de la somme le double du nombre pensé, & enfin demandez le nombre qui reste, car si vous en ôtez 4, le reste sera le nombre pensé.

Comme si l'on a pensé 5, & qu'on lui ajoûte 1, l'on aura 6, dont le triple 18 étant augmenté de 1, & la somme 19 étant diminuée du double 10 du nombre pensé 5, on a ce reste 9, duquel ôtant 4, le reste 5 est le nombre pensé.

Autrement.

Dites à la personne à qui vous aurez fait penser un nombre, qu'elle multiplie ce nombre par 3, & que du triple elle en prenne la moitié, au cas que cela se puisse faire sans aucun reste, car s'il reste 1, vous lui ferez ajoûter 1 à ce triple, pour en pouvoir prendre justement la moitié, que vous ferez encore multiplier par 3; aprés quoi vous demanderez combien il y a de fois 9 dans ce dernier triple, & vous prendrez autant de fois 2, que de fois il y aura 9, pour le nombre qui aura été pensé, en vous souvenant qu'il lui faut ajoûter 1, si vous l'avez fait ajoûter auparavant, & que le nombre pensé sera 1, lors que dans le dernier triple il ne se trouve pas seulement une fois 9.

Comme si l'on a pensé 5, son triple est 15, dont on ne peut pas prendre exactement la moitié, c'est pourquoi on lui ajoûtera 1, & l'on aura 16, dont la moitié 8 étant multipliée encore par 3, on a ce produit 24, dans lequel 9 est compris 2 fois, pour lesquelles prenant autant de fois 2, on a ce nombre 4, auquel ajoûtant 1, qu'on a fait ajoûter auparavant, la somme 5 est le nombre pensé.

Autrement.

Faites ajoûter & ôter 1 du nombre pensé, pour avoir une somme & un reste que vous ferez multiplier ensemble, & demandez le produit qui vient par la multiplication, car si vous ajoûtez 1 à ce produit, la Racine quarrée de la somme sera le nombre pensé.

Comme si l'on a pensé 5, en ajoûtant 1 à 5, on a la somme 6,

& en ôtant 1 de 5, on a le reste 4, & multipliant la somme 6 par le reste 4, on a au produit 24, auquel ajoûtant 1, la Racine quarrée 5 de la somme 25 est le nombre pensé.

Autrement.

Ayant fait ajoûter 1 au nombre pensé, faites multiplier la somme par le nombre pensé, & faites ôter du produit le même nombre pensé, & enfin demandez le nombre qui restera de cette soustraction, car la Racine quarrée de ce reste sera le nombre pensé.

Comme si l'on a pensé 5, en ajoûtant 1 à 5, on a 6, qui étant multiplié par le nombre pensé 5, on a 30, d'où ôtant le même nombre pensé 5, il reste 25, dont la Racine quarrée 5 est le nombre pensé.

Autrement.

Ou bien ayant fait ôter 1 du nombre pensé, faites multiplier le reste par le nombre pensé,& faites ajoûter au produit le même nombre pensé, & enfin demandez la somme qui vient par cette addition, car la Racine quarrée de cette somme sera le nombre pensé.

Comme si l'on a pensé 5, en ôtant 1 de 5, il reste 4, qui étant multiplié par le nombre pensé 5, on a 20, auquel ajoûtant le même nombre pensé 5, on a 25, dont la Racine quarrée 5 est le nombre pensé.

Autrement.

Ayant fait ajoûter 2 au nombre pensé, faites ajoûter à la somme un o vers la gauche, pour avoir un nombre dix fois plus grand, auquel vous ferez ajoûter toûjours 12, & vous ferez pareillement ajoûter à la somme un o vers la gauche, pour avoir un nombre aussi dix fois plus grand, duquel vous ferez ôter toûjours 320, aprés quoi vous demanderez le reste, dont les figures significatives vers la gauche, en retranchant les deux zero, qui se rencontreront toûjours à la droite, representeront le nombre pensé.

Comme si l'on a pensé 5, en lui ajoûtant 2, on a 7, auquel ajoûtant un o vers la droite, on a 70, auquel si l'on ajoûte 12, on a 82, auquel ajoûtant pareillement un o vers la droite, on a 820, d'où ôtant 320, il reste 500, d'où retranchant les deux zero à la droite, le reste 5 est le nombre pensé.

Autrement.

Ayant fait ajoûter 5 au double du nombre pensé, faites ajoûter à la somme un o vers la droite, pour avoir un nombre 10 fois plus grand, auquel vous ferez ajoûter toûjours 20, & vous ferez pareillement ajoûter à la somme un o vers la droite, pour avoir un nombre aussi dix fois plus grand, duquel vous ferez ôter toûjours 700, aprés quoi vous demanderez le reste : duquel vous retrancherez les deux zero, qui se rencontreront toûjours à la droite, & la moitié du nombre qui restera vers la gauche, sera le nombre pensé.

Comme si l'on a pensé 5, en ajoûtant à son double 10 toûjours 5, on a 15, auquel ajoûtant un o vers la gauche, on a 150, auquel si l'on ajoûte 20, on a 170, auquel ajoûtant pareillement un o vers la droite, on a 1700, d'où ôtant 700, on a 1000, d'où retranchant deux zero à la droite, la moitié 5 du reste 10 est le nombre pensé.

Autrement.

Ces deux dernieres Methodes ne sont pas extrémement subtiles, parce que le dernier nombre étant connu, il est aisé en retrogradant de connoître les autres nombres, & par consequent le nombre pensé. C'est pourquoi il vaudra mieux se servir des deux Methodes suivantes, dont le secret est plus caché.

Ayant fait ajoûter 1 au triple du nombre pensé, faites multiplier la somme toûjours par 3 ; & ayant fait ajoûter à ce triple le nombre pensé, demandez le nombre qui proviendra de cette addition, car si de cette somme vous en ôtez 3, & que du reste vous retranchiez le o qui se trouvera toûjours à la droite, le reste vers la gauche sera le nombre pensé.

Comme si l'on a pensé 5, en ajoûtant 1 à son triple 15, on a 16, dont le triple est 48, auquel ajoûtant le nombre pensé 5, on a 53, d'où ôtant 3, & retranchant du reste 50 le o qui est à la droite, il reste 5 vers la gauche pour le nombre pensé.

Autrement.

Ayant fait ôter 1 du triple du nombre pensé, faites multiplier le reste toûjours par 3, & ayant fait ajoûter au produit le nombre pensé, demandez le nombre qui provient de cette addition, car si à cette somme vous ajoûtez 3, & que de cette seconde somme vous retranchiez le o, qui doit necessairement se trouver à la droite, le reste vers la gauche sera le nombre pensé.

Comme si l'on a pensé 5, en ôtant 1 de son triple 15, il reste

14, dont le triple est 42, auquel ajoûtant le nombre pensé 5, on a 47, auquel ajoûtant 3, & retranchant de la somme 50 le 0 qui est à la droite, il reste 5 vers la gauche pour le nombre pensé.

COROLLAIRES.

Il suit de ces deux dernieres Methodes, que *si au triple d'un nombre quelconque on ajoûte l'unité, & qu'au triple de la somme on ajoûte le même nombre, on aura une seconde somme qui se terminera toûjours par* 3. Comme si au triple 18 du nombre 6, on ajoûte l'unité, & qu'au triple 57 de la somme 19, on ajoûte le même nombre 6, on a cette seconde somme 63, qui se termine par 3.

Il s'ensuit aussi que *si du triple d'un nombre quelconque on ôte l'unité, & qu'au triple du reste on ajoûte le même nombre, on aura une somme qui se terminera toûjours par* 7. Comme si du triple 18 du nombre 6, on ôte l'unité, & qu'au triple 51 du reste 17, on ajoûte le même nombre 6, on a cette somme 57, qui se termine par 7.

Enfin, il s'ensuit que ce Probléme double est impossible; *Trouver un nombre tel, que si à son triple on ajoûte ou qu'on ôte l'unité, & qu'au triple de la somme ou du reste on ajoûte le même nombre, la somme soit un quarré parfait*, parce que tout nombre qui finit par 3, ou par 7, ne peut pas avoir une Racine quarrée juste, comme vous avez vû au *Probl.* 5. Voyez le Probléme suivant.

PROBLÉME XV.

Trouver le nombre qui reste à quelqu'un aprés quelques operations, sans lui rien demander.

AYant fait penser un nombre à volonté, faites ajoûter à son double un nombre pair tel qu'il vous plaira, par exemple 8, & faites ôter de la moitié de la somme le nombre pensé, & ce qui restera sera toûjours la moitié du nombre pair que vous aviez fait ajoûter auparavant, sçavoir 4. Ainsi vous direz hardiment qu'il reste 4, ce qui surprendra agreablement ceux qui n'en verront pas d'abord la raison, quoi que la démonstration en soit facile. C'est pourquoi pour sçavoir adroitement le nombre qui aura été pensé, faites semblant d'ignorer le reste 4, & le faites ôter du nombre pensé, si le nombre pensé est plus grand, ou en faites ôter le nombre pensé, si le nombre pensé est moindre, & demandez le reste, car si vous ajoûtez ce reste à la moitié 4 du nombre 8, que vous aviez fait ajoûter au nombre pensé, si le nombre pensé a été trouvé plus grand que cette moitié 4, ou si vous ôtez ce reste de la même moitié 4, si le nombre

pensé

pensé a été trouvé moindre que cette moitié 4, vous aurez le nombre pensé.

Comme si l'on a pensé 5, & qu'à son double 10 on ajoûte 8, on aura 18, dont la moitié est 9, d'où ôtant le nombre pensé 5, il reste 4, moitié du nombre ajoûté 8, & si l'on ôte cette moitié 4 du nombre pensé 5, qui est plus grand, il restera 1, qui étant ajoûté à la même moitié 4, parce que le nombre pensé 5 s'est trouvé plus grand que cette moitié 4, la somme 5 sera le nombre pensé.

Pareillement si au double 10 du nombre pensé 5, on ajoûte 12, on aura 22, dont la moitié est 11, d'où ôtant le nombre pensé 5, il reste 6 moitié du nombre ajoûté 12, & si de cette moitié 6, on ôte le nombre pensé 5, qui est plus petit, il restera 1; qui étant ôté de la même moitié 6, parce que le nombre pensé 5, s'est trouvé moindre que cette moitié 6, le reste 5 sera le nombre pensé.

Ou plus facilement faites ôter du double du nombre pensé un nombre pair moindre & tel qu'il vous plaira, par exemple 4, & faites ôter la moitié du reste du nombre pensé, le reste sera 2 moitié du nombre ôté 4 : c'est pourquoi pour trouver le nombre pensé, faites ajoûter à cette moitié 2 le nombre pensé, & demandez la somme, qui soit par exemple 7, de laquelle si vous ôtez la même moitié 2, le reste 5 sera le nombre pensé.

Mais on peut trouver encore autrement & plus facilement le nombre que quelqu'un aura pensé, en lui faisant ajoûter un nombre à volonté, & en faisant multiplier la somme par le nombre pensé : car si du produit vous lui faites ôter le quarré du nombre pensé, & qu'il vous dise le reste, en divisant ce reste par le nombre que vous avez fait ajoûter auparavant, le quotient sera le nombre pensé.

Comme si l'on a pensé 5, & qu'on lui ajoûte par exemple 4, on aura 9, qui étant multiplié par le nombre pensé 5, on a 45, d'où ôtant le quarré 25 du nombre pensé 5, & le reste 20 étant divisé par le nombre 4, qui a été ajoûté auparavant, le quotient donne 5 pour le nombre pensé.

Ou bien faites ôter du nombre pensé un nombre moindre & tel qu'il vous plaira, & faites multiplier le reste par le nombre pensé : car si vous faites ôter le produit du quarré du nombre pensé, & qu'on vous dise le reste, en divisant ce reste par le nombre que vous avez fait ôter du nombre pensé, vous aurez le nombre pensé.

Comme si l'on a pensé 5, & qu'on en ôte par exemple 3, il restera 2, qui étant multiplié par le nombre pensé 5, on a 10, qui étant ôté du quarré 25 du nombre pensé 5, il reste 15, qui étant divisé par le nombre 3 qui a été ôté du nombre pensé, le quotient 5 est le nombre pensé.

La maniere la plus facile de toutes pour deviner le nombre que quelqu'un aura pensé, est la suivante. Faites ôter du nombre pensé un nombre moindre & tel qu'il vous plaira, & faites mettre le reste à part. Faites ajoûter le même nombre au nombre pensé, & faites ajoûter à la somme le reste precedent, pour avoir une seconde somme, que vous devez demander, parce que la moitié de cette somme sera le nombre pensé.

Comme si l'on a pensé 5, & qu'on en ôte par exemple 3, il restera 2, & si l'on ajoûte le même nombre 3 au nombre pensé 5, on aura 8, auquel ajoûtant le precedent reste 2, on aura 10, dont la moitié 5 est le nombre pensé.

PROBLEME XVI.

Trouver le nombre que quelqu'un aura pensé, sans lui rien demander.

Faites ajoûter au nombre pensé sa moitié s'il est pair, ou sa plus grande moitié s'il est impair, & faites aussi ajoûter à la somme sa moitié, ou sa plus grande moitié, selon qu'elle sera un nombre pair, ou impair, pour avoir une seconde somme, dont vous ferez ôter le double du nombre pensé, & faites prendre la moitié du reste, ou sa plus petite moitié, au cas que ce reste soit un nombre impair, & continuez ainsi à faire prendre la moitié de la moitié jusqu'à ce qu'on vienne à l'unité. Cela étant fait, remarquez combien de soudivisions on aura faites, & pour la premiere division retenez 2, pour la seconde 4, pour la troisiéme 8, & ainsi des autres en proportion double, en prenant garde qu'il faut ajoûter 1 pour chaque fois que vous aurez pris la plus petite moitié, parce qu'en prenant cette plus petite moitié, il reste toûjours 1, & qu'il faut seulement retenir 1, lors qu'on n'aura pû faire aucune soudivision, car ainsi vous aurez le nombre dont on a pris les moitiez des moitiez, & alors le quadruple de ce nombre sera le nombre pensé, au cas qu'il n'ait point falu prendre au commencement la plus grande moitié, ce qui arrivera seulement lors que le nombre pensé sera pairement pair, ou divisible par 4: autrement on ôtera 3 de ce quadruple si à la premiere division l'on a pris la plus grande moitié, ou bien seulement 2 si à la seconde division l'on a pris la plus grande moitié, ou bien enfin 5 si à chacune des deux divisions on a pris la plus grande moitié, & alors le reste sera le nombre pensé.

Comme si l'on a pensé 4, en lui ajoûtant sa moitié 2, on a 6, auquel si l'on ajoûte pareillement sa moitié 3, on a 9, d'où ôtant le double 8 du nombre pensé 4, il reste 1, dont on ne sçauroit prendre la moitié, parce qu'on est parvenu à l'unité, c'est

c'eſt pourquoi on retiendra 1, dont le quadruple 4 eſt le nombre penſé.

Si l'on a penſé 5, en lui ajoûtant ſa plus grande moitié 3, on a 8, auquel ſi l'on ajoûte ſa moitié 4, on a 12, d'où ôtant le double 10 du nombre penſé 5, il reſte 2, dont la moitié eſt 1 : & comme l'on ne ſçauroit plus prendre la moitié, parce qu'on eſt parvenu à l'unité, on retiendra 2, parce qu'il y a une ſoudiviſion ; & ſi du quadruple 8 de ce nombre retenu 2, on ôte 3, parce que dans la premiere diviſion l'on a pris la plus grande moitié, le reſte 5 eſt le nombre penſé.

Si le nombre penſé eſt 6, en lui ajoûtant ſa moitié 3, on a 9, auquel ſi l'on ajoûte ſa plus grande moitié 5, on a 14, d'où ôtant le double 12 du nombre penſé 6, il reſte 2, dont la moitié eſt 1 : & comme l'on ne ſçauroit plus prendre la moitié, parce qu'on eſt parvenu à l'unité, on retiendra 2, parce qu'il y a une ſoudiviſion ; & ſi du quadruple 8 de ce nombre retenu 2, on ôte 2, parce que dans la ſeconde diviſion l'on a pris la plus grande moitié, le reſte 6 eſt le nombre penſé.

Si l'on a penſé 7, en lui ajoûtant ſa plus grande moitié 4, on a 11, auquel ſi l'on ajoûte pareillement ſa plus grande moitié 6 ; on a 17, d'où ôtant le double 14 du nombre penſé 7, il reſte 3, dont la plus petite moitié eſt 1 : & comme l'on ne ſçauroit plus prendre la moitié, parce qu'on eſt parvenu à l'unité, on retiendra 2, auquel on ajoûtera 1, parce qu'on a pris la plus petite moitié, on aura 3, dont le quadruple eſt 12 ; duquel ôtant 5, parce que dans la premiere & dans la ſeconde diviſion l'on a pris la plus grande moitié, le reſte 7 eſt le nombre penſé. Ainſi des autres.

PROBLEME XVII.

Deviner deux nombres que quelqu'un aura penſez.

AYant fait ajoûter enſemble les deux nombres penſez, pour avoir leur ſomme, & ayant fait ôter le plus petit du plus grand, pour avoir leur difference, faites multiplier la ſomme par la difference, & ajoûter au produit le quarré du plus petit nombre penſé : & alors demandez le nombre qui vient par cette addition, & en prenez la Racine quarrée, qui ſera le plus grand des deux nombres penſez ; & pour avoir le plus petit, au lieu de faire ajoûter au produit le quarré du plus petit nombre penſé, faites ôter le produit du quarré du plus grand nombre penſé, & demandez le nombre qui reſtera, car la Racine quarrée de ce nombre ſera le plus petit nombre penſé.

Comme ſi l'on a penſé 3 & 5, en multipliant leur ſomme 8 par leur difference 2, on a le produit 16, auquel ajoûtant le quarré 9 du plus petit nombre penſé 3, on a 25, dont la Racine quarrée

quarrée 5 eſt le plus grand des deux nombres penſez : & ôtant le même produit 16 du quarré 25 du plus grand nombre penſé 5, il reſte 9, dont la Racine quarrée 3 eſt le plus petit nombre penſé.

Ou bien plus facilement faites ajoûter à la ſomme des deux nombres penſez leur difference, & demandez le nombre qui vient par cette addition, car la moitié de ce nombre ſera le plus grand des deux nombres penſez : & pour avoir le plus petit faites ôter la difference des deux nombres penſez de leur ſomme, & demandez le nombre qui reſtera, car la moitié de ce reſte ſera le plus petit nombre penſé.

Comme dans cet exemple, en ajoûtant la difference 2 des deux nombres penſez à leur ſomme 8, on a 10, dont la moitié 5 eſt le plus grand des deux nombres penſez : & en ôtant la difference 2 de la ſomme 8, il reſte 6 : dont la moitié 3 eſt le plus petit nombre penſé.

Ce Probléme ſe peut encore reſoudre ainſi. Faites multiplier la ſomme des deux nombres penſez par elle-même, pour avoir ſon quarré. Ayant fait ajoûter au plus petit des deux nombres penſez le double du plus grand, & ayant fait multiplier la ſomme par le plus petit, faites ôter le produit du precedent quarré, & demandez le reſte, car la Racine quarrée de ce reſte ſera le plus grand des deux nombres penſez : & pour avoir le plus petit, ayant fait ajoûter au plus grand le double du plus petit, & ayant fait multiplier la ſomme par le plus grand, faites ôter le produit du precedent quarré, & demandez le reſte, dont la Racine quarrée ſera le plus petit nombre penſé.

Comme dans cet exemple, où l'on a ſuppoſé que les deux nombres penſez ſont 3 & 5, leur ſomme eſt 8, qui étant multipliée par ſoi-même donne 64 pour ſon quarré. En ajoûtant au plus petit nombre penſé 3 le double 10 du plus grand 5, on a 13, qui étant multiplié par le plus petit 3, on a 39, qui étant ôté du precedent quarré 64, il reſte 25, dont la Racine quarrée 5 eſt le plus grand des deux nombres penſez. En ajoûtant au plus grand nombre penſé 5 le double 6 du plus petit 3, on a 11, qui étant multiplié par le plus grand 5, le produit eſt 55, qui étant ôté du precedent quarré 64, il reſte 9, dont la Racine quarrée 3 eſt le plus petit nombre penſé.

Ce Probléme ſe peut encore reſoudre trés-facilement en cette ſorte. Faites multiplier enſemble les deux nombres penſez, pour avoir leur produit. Faites auſſi multiplier la ſomme des deux mêmes nombres par celui que vous voulez trouver, & faites ôter de ce produit le produit des deux nombres : aprés quoi vous demanderez le reſte, dont la Racine quarrée ſera le nombre que vous cherchez.

Comme dans cet exemple, ſi l'on multiplie enſemble les deux nombres penſez 3, 5, on aura leur produit 15 : & ſi l'on multiplie leur ſomme 8 par le plus grand nombre 5, ſi vous le

voulez trouver, on a ce produit 40, duquel ôtant le precedent 15, il reste 25, dont la Racine quarrée 5 est le nombre qu'on cherche.

Ou bien aprés avoir fait multiplier ensemble les deux nombres pensez, pour avoir leur produit, faites multiplier leur difference par le nombre que vous cherchez, & faites ajoûter à ce produit le produit des deux nombres, si vous demandez le plus grand nombre, ou bien faites ôter ce produit du produit des deux nombres, si vous demandez le plus petit: & alors si vous demandez le nombre qui vient par cette addition, ou par cette soustraction, & que vous en preniez la Racine quarrée, vous aurez le nombre que vous cherchez.

Comme dans cet exemple aprés avoir multiplié ensemble les deux nombres pensez 3, 5, pour avoir leur produit 15, si l'on fait multiplier leur difference 2 par le plus grand nombre 5, & qu'on ajoûte le produit 10 au premier produit 15, on aura 25, dont la Racine quarrée 5 est le plus grand nombre: & pareillement si l'on multiplie leur difference 2 par le plus petit nombre 3, & qu'on ajoûte le produit 6 du premier 15, il restera 9, dont la Racine quarrée 3 est le plus petit nombre pensé.

Lors que le plus petit des deux nombres pensez ne passera pas 9, on les pourra deviner trés facilement en cette sorte. Ayant fait ajoûter 1 au triple du plus grand des deux nombres pensez, faites encore ajoûter au triple de la somme les deux nombres pensez, & demandez le nombre qui vient par cette addition; car si vous en ôtez 3, la premiere figure du reste vers la droite sera le plus petit nombre pensé, & ce qui restera vers la gauche, sera le plus grand.

Comme dans l'exemple proposé, où les deux nombres pensez sont 3, 5, en ajoûtant 1 au triple 15 du plus grand 5, & en ajoûtant au triple 48 de la somme 16 les deux nombres pensez 3, 5, ou 8, on a 56, d'où ôtant 3, il reste 53, dont la premiere figure 3 vers la droite est le plus petit nombre pensé, & l'autre figure 5 qui reste vers la gauche, est le plus grand.

PROBLEME XVIII.

Deviner plusieurs nombres que quelqu'un aura pensez.

Si la multitude des nombres pensez est impaire, demandez les sommes du premier & du second, du second & du troisiéme, du troisiéme & du quatriéme, & ainsi ensuite jusqu'à la somme du premier & du dernier, & ayant écrit toutes ces sommes par ordre, en sorte que la somme du premier & du dernier soit la derniere, ôtez toutes les sommes qui seront dans les lieux pairs de toutes celles qui seront dans les lieux impairs, & la moi-

tié

tié du reste sera le premier nombre pensé, lequel étant ôté de la premiere somme, il restera le second nombre pensé, lequel étant pareillement ôté de la seconde somme, le reste sera le troisiéme nombre pensé, & ainsi ensuite.

Comme si l'on a pensé ces cinq nombres, 2, 4, 5, 7, 8, les sommes du premier & du second, du second & du troisiéme, & ainsi des autres jusqu'à la somme du premier & du cinquiéme sont 6, 9, 12, 15, 10, & ôtant la somme 24 des deux 9, 15, qui sont dans les lieux pairs, de la somme 28 des trois 6, 12, 10, qui sont dans les lieux impairs, il reste 4, dont la moitié 2 est le premier nombre pensé, lequel étant ôté de la premiere somme 6, le reste 4 est le second nombre pensé, lequel étant pareillement ôté de la seconde somme 9, il reste 5 pour le second nomre pensé, &c.

Si la multitude des nombres pensez est paire, demandez les sommes du premier & du second, du second & du troisiéme, du troisiéme & du quatriéme, & ainsi ensuite jusqu'à la somme du second & du dernier, & ayant écrit toutes ces sommes par ordre, en sorte que la somme du second & du dernier soit la derniere, ôtez de toutes les sommes qui seront dans les lieux pairs toutes celles qui seront dans les lieux impairs, excepté la premiere, & la moitié du reste sera le second nombre pensé, par le moyen duquel il sera facile de trouver les autres, car si on l'ôte de la premiere somme, il restera le premier nombre pensé, & si on l'ôte de la seconde somme, le reste sera le troisiéme nombre pensé, lequel étant pareillement ôté de la troisiéme somme, on aura au reste le quatriéme nombre pensé, & ainsi ensuite.

Comme si l'on a pensé ces six nombres, 2, 4, 5, 7, 8, 9, les sommes du premier & du second, du second & du troisiéme, du troisiéme & du quatriéme, & ainsi ensuite jusqu'à la somme du second & du sixiéme, seront 6, 9, 12, 15, 17, 13, & ôtant la somme 29 de la troisiéme 12, & de la cinquiéme 17, qui sont dans les lieux impairs, en omettant la premiere, de la somme 37 des trois 9, 15, 13, qui sont dans les lieux pairs, il reste 8, dont la moitié 4 est le second nombre pensé, qui étant ôté de la premiere somme 6, le reste 2 est le premier nombre pensé, & étant ôté de la seconde somme 9, le reste 5 est le troisiéme nombre pensé, lequel étant pareillement ôté de la troisiéme somme 12, il reste 7 pour le quatriéme nombre pensé, & ainsi ensuite.

Lors que chacun des nombres pensez ne sera composé que d'une figure, on les pourra trouver trés facilement en cette sorte. Ayant fait ajoûter 1 au double du nombre pensé, faites multiplier le tout par 5, & ajoûter au produit le second nombre pensé, & s'il y a un troisiéme nombre, ayant fait pareillement ajoûter 1 au double de la somme precedente, faites multiplier le tout par 5, & ajoûter au produit le troisiéme nombre pensé,

 &

& de même s'il y a un quatriéme nombre, ayant fait auſſi ajoûter 1 au double de la derniere ſomme precedente, faites multiplier le tout par 5, & ajoûter au produit le quatriéme nombre penſé, & ainſi enſuite, s'il y a davantage de nombres penſez. Aprés cela demandez le nombre qui provient par l'addition du dernier nombre penſé, & en ôtez 5 pour deux nombres penſez, & 55 pour trois nombres penſez, & 555 pour quatre nombres penſez, & ainſi enſuite, & alors la premiere figure du reſte vers la gauche ſera le premier nombre penſé, la ſuivante en allant vers la droite ſera le ſecond nombre penſé, & ainſi enſuite juſqu'à la derniere figure vers la droite, qui repreſentera le dernier nombre penſé.

Comme ſi l'on a penſé ces quatre nombres 3, 4, 6, 9, en ajoûtant 1 au double 6 du premier nombre penſé 3, & en multipliant la ſomme 7 par 5, on a 35, auquel ajoûtant le ſecond nombre penſé 4, on a 39, dont le double eſt 78, auquel ajoûtant 1, & multipliant la ſomme 79 par 5, on a 395, auquel ajoûtant le troiſiéme nombre penſé 6, on a 401, dont le double eſt 802, auquel ajoûtant pareillement 1, & multipliant la ſomme 803 par 5, il vient 4015, auquel ajoûtant le quatriéme nombre penſé 9, & ôtant de la ſomme 4024 ce nombre 555, il reſte 3469, dont les quatre figures ſont les quatre nombres penſez.

Ou bien plus facilement, ayant fait ôter 1 du double du premier nombre penſé, & ayant fait multiplier le reſte par 5, faites ajoûter au produit le ſecond nombre penſé, & demandez la ſomme s'il n'y a plus de nombres penſez; autrement faites ajoûter 5 à cette ſomme, pour avoir une ſeconde ſomme, & ayant fait pareillement ôter 1 du double de cette ſeconde ſomme, faites auſſi multiplier le reſte par 5, & faites ajoûter au produit le troiſiéme nombre penſé, & demandez la ſomme s'il n'y a plus de nombres penſez, autrement il faudra comme auparavant faire ajoûter 5 à cette ſomme, pour avoir une ſeconde ſomme, & ayant fait de la même façon ôter 1 du double de cette ſeconde ſomme, faites pareillement multiplier le reſte par 5, & faites ajoûter au produit le quatriéme nombre penſé, & ſi ce quatriéme nombre eſt le dernier, demandez la ſomme, à laquelle ſi vous ajoûtez 5, vous aurez une ſeconde ſomme, dont les figures repreſenteront comme auparavant les nombres penſez.

Comme dans la ſuppoſition que nous venons de faire de ces quatre nombres penſez 3, 4, 6, 9, en ôtant 1 du double 6 du premier nombre penſé 3, & en multipliant le reſte 5 par 5, on a 25, auquel ajoûtant le ſecond nombre penſé 4, on a cette ſomme 29, à laquelle ſi l'on ajoûte 5, on a cette ſeconde ſomme 34, dont le double eſt 68, d'où ôtant 1, il reſte 67, qui étant multiplié par 5, on a 335, auquel ajoûtant le troiſiéme nombre penſé 6, on a cette ſomme 341, à laquelle ajoûtant 5 on a cette ſeconde ſomme 346, dont le double 692 étant diminué de 1, & le

reſte

reste 691 étant multiplié par 5, on a 3455, auquel ajoûtant le quatriéme nombre pensé 9, on a cette somme 3464, à laquelle ajoûtant 5, on a cette seconde somme 3469, dont les quatre figures representent les quatre nombres pensez.

PROBLEME XIX.

Une personne tenant dans une main un certain nombre pair de pistoles, & un nombre impair en l'autre main, deviner en quelle main est le nombre pair & impair.

FAites multiplier le nombre de la main droite par un nombre pair tel qu'il vous plaira, comme par 2, & le nombre de la main gauche par un nombre impair aussi tel qu'il vous plaira, comme par 3, & ayant fait ajoûter ensemble les deux produits, faites prendre la moitié de leur somme: & alors si cette moitié est juste, en sorte que la somme soit un nombre pair, vous connoîtrez par là, que le nombre de la main droite, qui a été multiplié par un nombre pair est impair, & que par consequent celui de la main gauche, qui a été multiplié par un nombre impair est pair. Il arrivera tout le contraire, lors que la moitié de la somme ne sera pas juste, c'est-à-dire, quand cette somme sera un nombre impair: car dans ce cas le nombre de la main droite, qui a été multiplié par un nombre pair, sera pair, & celui de la main gauche, qui a été multiplié par un nombre impair, sera aussi impair.

Comme si dans la main droite il y a 9 pistoles, & 8 en la gauche, en multipliant le nombre 9 de la droite par 2, & le nombre 8 de la gauche par 3, & en ajoûtant ensemble les deux produits 18, 24, on aura leur somme 42, qui étant un nombre pair, fait connoître que le nombre impair 9, qui a été multiplié par le nombre pair 2, est en la main droite, & par consequent le nombre pair 8 dans la gauche.

Mais si dans la main droite il y a 10 pistoles, & 7 en la gauche, en multipliant le nombre 10 de la droite par 2, & le nombre 7 de la gauche par 3, & en ajoûtant ensemble les deux produits 20, 21, on aura leur somme 41, laquelle étant un nombre impair, fait connoître que le nombre pair 10, qui a été multiplié par le nombre pair 2, est en la main droite, & par consequent le nombre impair 7 dans la main gauche. C'est par le moyen de ce Probléme qu'on peut resoudre la Question suivante.

QUESTION.

Une personne tenant une piece d'or dans une main, & une piece d'argent en l'autre, trouver en quelle main est la piece d'or & la piece d'argent.

APrés avoir donné à l'or une certaine valeur qui soit un nombre pair, comme 8, & à l'argent une certaine valeur qui soit un nombre impair, comme 5, faites multiplier le nombre de la main droite par un nombre pair quelconque, comme par 2, & le nombre de la main gauche par un nombre impair quelconque, comme par 3, & ayant fait ajoûter ensemble les deux produits, demandez si leur somme est un nombre pair ou impair, ce que vous sçaurez sans le demander, si vous en faites prendre la moitié: car si cette somme est un nombre impair, l'or sera dans la main droite, & l'argent en la gauche, & tout au contraire, si elle est un nombre pair, l'or sera dans la main gauche, & l'argent en la droite.

PROBLEME XX.

Trouver deux nombres, dont on connoît la raison & la difference.

POur trouver deux nombres, dont le premier soit au second, par exemple comme 5 est à 2, & dont la difference, ou l'excés du plus grand sur le plus petit soit par exemple 12; multipliez cette difference 12 par le plus petit terme 2 de la Raison donnée, & divisez le produit 24 par la difference 3 des deux termes 5, 2, de la même Raison donnée, & le quotient 8 sera le plus petit des deux nombres qu'on cherche, auquel ajoûtant la difference donnée 12, la somme 20 sera le plus grand.

Ou bien multipliez la difference donnée 12 par le plus grand terme 5 de la Raison donnée, & divisez le produit 60 par la difference 3 des deux termes 5, 2, de la même Raison donnée, & le quotient 20 sera le plus grand des deux nombres qu'on cherche, duquel ôtant la difference donnée 12, le reste 8 sera le plus petit, comme auparavant.

Ou bien encore multipliez chacun des deux termes 5, 2, de la Raison donnée, par la difference donnée 12, & divisez chacun des deux produits 60, 24, par la difference 3 des deux mêmes termes 5, 2, & les quotiens 20, 8, seront les deux nombres qu'on cherche, comme auparavant. Par le moyen de ce Probléme, l'on peut aisément resoudre la Question suivante.

QUESTION.

Quelqu'un ayant autant de pieces de monnoye dans une main que dans l'autre, deviner combien il y en a en chaque main.

Faites mettre quelques pieces de la main gauche à la main droite, par exemple deux, en sorte qu'il y ait quatre pieces plus dans la main droite que dans la gauche, & demandez la Raison du nombre des pieces de la main droite au nombre des pieces de la main gauche, qui soit par exemple égale à celle de 5 à 3 : & alors il faudra multiplier la difference 4 du nombre des pieces d'une main au nombre des pieces de l'autre, par le plus petit terme 3 de la Raison donnée, & diviser le produit 12 par la difference 2 des deux termes 5, 3, de la même Raison donnée, & le quotient 6 sera le nombre des pieces de la main gauche, auquel ajoûtant la difference 4 des deux nombres des pieces qui sont en chaque main, on aura 10 pour le nombre des pieces de la main droite, auquel si l'on ajoûte le nombre 6 des pieces de la main gauche, on aura 16 pieces en tout, dont la moitié 8 fait connoître qu'au commencement il y avoit 8 pieces de monnoye dans chaque main.

PROBLEME XXI.

Deux personnes étant convenus de prendre à plaisir des nombres moindres qu'un nombre proposé, en continuant alternativement jusqu'à ce que tous les nombres fassent ensemble un nombre déterminé plus grand que le proposé, faire qu'on arrive à ce nombre déterminé plus grand.

Pour faire que le premier arrive par exemple à 100, en supposant qu'il lui est libre, aussi bien qu'au second, de prendre alternativement un nombre tel qu'il voudra, pourvû qu'il soit moindre par exemple que 11, qu'il ôte ce nombre 11 de 100 autant de fois qu'il pourra, & alors il restera ces nombres 1, 12, 23, 34, 45, 56, 67, 78, 89, dont il se doit souvenir & prendre le premier 1, car ainsi quelque nombre que le second prenne, il ne pourra pas empêcher le premier de parvenir au second nombre 12, car si le second prend par exemple 3, qui avec 1 fait 4, le premier n'a qu'à prendre 8, pour parvenir à 12 : aprés quoi quelque nombre que prenne le second, il ne pourra pas empêcher que le premier ne parvienne au troisiéme nombre 23, car s'il prend par exemple 1, qui avec 12 fait

13, le premier n'a qu'à prendre 10, qui avec 13 fait 23; ensuite dequoi quelque nombre pareillement que le second prenne, il ne pourra pas empêcher le premier de parvenir au quatriéme nombre 34, & ensuite au cinquiéme 45, & en aprés au sixiéme 56, & de là au septiéme 67, de là au huitiéme 78, de là au dernier 89, & de là enfin à 100.

Si le second vouloit gagner, il est évident qu'il devroit prendre au commencement un nombre qui fût le reste à 12 du nombre que le premier auroit pris, afin de pouvoir parvenir à 12, comme si le premier avoit pris 2, le second devroit prendre 10: mais si le premier sçait la finesse, il ne peut prendre que 1, & alors le second devroit prendre 11, ce qui ne se peut, parce qu'ils sont convenus de prendre des nombres moindres que 11. Mais ces sortes de Jeux ne se font ordinairement que parmi ceux qui les ignorent: Ainsi si le second ne sçait pas la finesse du Jeu, le premier qui veut gagner ne doit pas prendre toûjours 1 au commencement, mais quelqu'autre nombre aprés avoir gagné la premiere partie, en risquant de perdre la seconde, pour mieux cacher l'artifice.

Si le premier veut gagner, il ne faut pas que le plus petit nombre proposé mesure le plus grand, car dans ce cas le premier n'auroit pas une regle infaillible pour gagner. Par exemple si au lieu de 11, on avoit 10 qui mesure 100, en ôtant 10 continuellement de 100, on auroit ces nombres 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, dont le premier 10 ne pourroit pas être pris par le premier, ce qui fait qu'étant obligé de prendre un nombre moindre que 10, si le second étoit aussi fin que lui, il pourroit prendre le reste à 10, & ainsi il auroit une regle infaillible pour gagner.

Il n'est pas necessaire d'ôter continuellement le plus petit nombre du plus grand, pour sçavoir le nombre que le premier doit prendre pour gagner, car il suffit de diviser le plus grand par le plus petit, & le reste de la division sera le nombre que le premier doit choisir au commencement. Comme dans l'exemple proposé en divisant 100 par 11, il reste 1, pour le premier nombre du premier, auquel s'il ajoûte 11, il aura 12 pour son second nombre, auquel ajoûtant pareillement 11, il aura 23 pour son troisiéme nombre, & ainsi ensuite jusqu'à 100.

PROBLEME XXII.

Diviser un nombre donné en deux parties, dont la Raison soit égale à celle des deux nombres donnez.

Qu'il faille diviser le nombre donné 60 en deux autres nombres tels que le plus petit soit au plus grand, par exemple comme 1 est à deux, en sorte qu'une partie soit double de l'autre.

Ajoûtez

Ajoûtez ensemble les deux termes 1, 2, de la Raison donnée, & divisez par leur somme 3 le nombre donné 60 ; & le quotient 20 sera le plus petit des deux nombres qu'on cherche, lequel étant ôté du nombre donné 60, le reste 40 sera le plus grand nombre.

Ou bien multipliez les deux termes 1, 2, de la Raison donnée, chacun par le nombre donné 60, & divisez les produits 60, 120, chacun par la somme 3 des deux mêmes termes 1, 2, & les deux quotiens 20, 40, seront les deux nombres qu'on cherche.

Ce Probléme est le même que la seconde Question du Livre premier de Diophante, & l'on peut aisément par son moyen resoudre la Question suivante.

QUESTION.

Faire la monnoye d'un écu blanc en deux especes differentes, en sorte qu'il y ait autant d'une espece que de l'autre.

Comme l'on cherche une solution en nombres entiers, il est aisé de connoître que cette Question ne se peut pas resoudre generalement pour toutes sortes de monnoyes, car afin que la Question soit possible, il faut que la somme des deux termes qui expriment la Raison des deux especes proposées puisse diviser exactement la valeur d'un écu blanc, lors qu'il sera reduit en la monnoye la plus basse.

Ainsi en faisant valoir 60 sols un écu blanc, ou 240 liards, on connoît qu'on en peut donner la monnoye en sols & en liards, parce que sa valeur 240 se peut diviser par la somme 5 des deux termes 1, 4, qui expriment la Raison d'un liard à un sol, parce que quatre liards font un sol. Si donc on divise 240 liards par 5, on aura 48 liards, & par consequent 48 sols, pour la resolution de la Question, car 48 sols avec 48 liards, qui valent 12 sols, font 60 sols, telle qu'est la valeur supposée d'un écu blanc.

On connoîtra de la même façon, qu'il faut 12 sols & 12 pieces de quatre sols pour faire un écu de 60 sols, parce que divisant 60 par 5, le quotient est 12 ; & qu'il faut 13 sols, & 13 pieces de quatre sols, pour faire un écu de 65 sols, parce que divisant 65 par 5, le quotient est 13.

Pareillement pour donner en sols & en pieces de quatre sols la monnoye d'un Louïs d'or valant 11 livres, ou 220 sols, en sorte qu'il y ait autant de sols que de pieces de quatre sols, il faut 44 sols, & 44 pieces de quatre sols, parce que divisant 220 par 5, le quotient est 44 : & que pour donner dans les deux mêmes

mêmes especes la monnoye d'un Louïs d'or valant 12 livres 5 sols, ou 245 sols, en sorte qu'il y ait autant d'une espece que de l'autre, il faut 49 sols, & 49 pieces de quatre sols, parce que divisant 245 par 5, le quotient est 49.

Enfin l'on connoîtra que pour faire la monnoye en sols & en deniers d'un écu valant 65 sols, ou 780 deniers, en sorte qu'il y ait autant de sols que de deniers, il faut 60 sols, & 60 deniers, parce que divisant 780 par 13, qui est la somme des deux termes 1, 12, qui expriment la Raison d'un denier à un sol, parce qu'un sol contient 12 deniers, le quotient est 60. Ainsi des autres.

PROBLEME XXIII.

Trouver un nombre, qui étant divisé separément par des nombres donnez, il reste par tout 1, & étant divisé par un autre nombre donné, il ne reste rien.

POur trouver un nombre tel que si on le divise separément par les deux nombres donnez 5, 7, chaque reste soit 1, & que si on le divise par ce troisiéme nombre donné 3, qui doit être premier avec les deux precedens, il ne reste rien.

Multipliez ensemble les deux premiers nombres donnez 5, 7, pour avoir leur produit 35, auquel ajoûtant 1, on aura ce nombre 36, qui sera tel qu'étant divisé par 5, & par 7, il restera 1; & comme il arrive par hazard que ce même nombre 36 étant divisé par le troisiéme nombre donné 3, il ne reste rien, il s'ensuit que 36 est le nombre qu'on cherche.

Mais on peut trouver une infinité d'autres nombres plus grands, qui satisferont aux conditions du Probléme, ce qui se fera par le moyen du premier & plus petit nombre trouvé 36, en cette sorte.

Pour donc trouver un second nombre, ajoûtez le premier nombre trouvé 36 au produit 105 des trois nombres donnez 5, 7, 3, & la somme 141 sera le second nombre qu'on cherche, auquel ajoûtant le produit precedent 105, on aura 246 pour troisiéme nombre, auquel si l'on ajoûte pareillement le même produit 105, on aura 351 pour quatriéme nombre, & ainsi en suite.

Pareillement pour trouver un nombre, qui étant divisé separément par les trois nombres donnez 2, 3, 5, il reste 1, & étant divisé par ce quatriéme nombre donné 11, qui doit pareillement être premier avec les trois precedens 2, 3, 5, il ne reste rien.

Multipliez ensemble les trois premiers nombres donnez 2, 3, 5, pour avoir leur produit 30, auquel ajoûtant 1, on aura ce nombre 31, qui étant divisé par chacun des trois premiers

nombres donnez 2, 3, 5, il doit rester 1 : & si étant divisé par le quatriéme nombre donné 11, il ne restoit rien, ce nombre 31 seroit celui qu'on cherche, mais parce qu'il reste 9, le nombre 31 n'est pas celui qu'on cherche, & pour le trouver on fera ainsi.

Parce que le produit 30 des trois premiers nombres donnez 2, 3, 5, étant divisé par le quatriéme nombre donné 11, il reste 8, dont le quadruple 32 n'est moindre que de 1 du nombre 33 qui est multiple de 11, sçavoir le triple, si l'on multiplie ce produit 30 par 4, & qu'au produit 120 on ajoûte 1, la somme 121 sera le nombre qu'on cherche, par le moyen duquel on en pourra trouver autant d'autres qu'on voudra, en cette sorte.

Pour donc avoir un second nombre, ajoûtez le premier nombre trouvé 121 au produit 1320 des quatre nombres donnez 2, 3, 5, 11, & la somme 1441 sera le second nombre qu'on cherche, auquel ajoûtant le produit precedent 1320, on aura 2761 pour troisiéme nombre, auquel si l'on ajoûte pareillement le même produit 1320, on aura 4081 pour quatriéme nombre, & ainsi ensuite.

On pourra par un semblable raisonnement trouver un nombre, qui étant divisé séparément par ces trois nombres donnez 3, 5, 7, il reste un autre nombre que l'unité, par exemple 2, & étant divisé par ce quatriéme nombre donné 8, il ne reste rien.

Multipliez ensemble les trois premiers nombres donnez 3, 5, 7, & divisez leur produit 105 par le quatriéme nombre donné 8, & parce qu'il reste 1, multipliez le produit 105 par 6, afin que le produit 630 étant divisé par 8, il reste 6, qui est moindre que 8 de 2, car ainsi ajoûtant 2 au dernier produit 630, la somme 632 sera le nombre qu'on cherche, qui servira pour en trouver autant d'autres qu'on voudra de la même qualité, par une Methode semblable à la precedente, comme vous allez voir.

Pour donc trouver un second nombre plus grand, ajoûtez le nombre trouvé 632 au produit 840 des quatre nombres donnez 3, 5, 7, 8, & la somme 1472 sera le second nombre qu'on cherche, auquel ajoûtant le produit precedent 840, on aura 2312 pour le troisiéme nombre, auquel si l'on ajoûte pareillement le même produit 840, on aura 3152 pour le quatriéme nombre, & ainsi ensuite.

Pareillement pour trouver un nombre qui étant divisé par ces trois nombres donnez, 3, 5, 7, il reste 2, & étant divisé par ce quatriéme nombre donné 11, il ne reste rien; divisez le produit 105 des trois premiers nombres donnez 3, 5, 7, par le quatriéme 11, & parce qu'il reste 6, dont le double 12 surpasse le diviseur 11 de 1, multipliez le produit 105 par 2, afin qu'étant divisé par 11, il reste 1, & comme l'on voudroit qu'il

restât 9, qui est moindre que le diviseur 11 de 2, multipliez par 9 le dernier produit 210, afin que le produit 1890 étant divisé par 11, il reste 9, car ainsi ajoûtant 2 à ce dernier produit 1890, la somme 1892 étant divisée par 11, il ne restera rien, & elle sera par consequent le nombre qu'on cherche, par le moyen duquel on en pourra trouver une infinité d'autres de la même qualité, comme nous avons déja fait voir par plusieurs exemples, sans qu'il soit besoin de le repeter davantage.

De même pour trouver un nombre qui étant divisé par 5, ou par 7, ou par 8, il reste 3, & étant divisé par 11, il ne reste rien, on multipliera par 9 le produit 280 des trois premiers nombres donnez 5, 7, 8, afin que le produit 2520 étant divisé par le quatriéme nombre donné 11, il reste 1: car ainsi on pourra faire qu'il reste 8, qui est moindre que 11 du nombre donné 3, en multipliant par 8 le produit precedent 2520, pour avoir ce dernier produit 20160, auquel par consequent si l'on ajoute 3, la somme 20163 sera le nombre qu'on cherche. C'est par le moyen de ce Probléme que l'on peut resoudre la Question suivante.

QUESTION.

Trouver combien il y avoit de Loüis d'or dans une bourse, qu'une personne dit avoir perduë, & qui assure qu'en les comptant deux à deux, ou trois à trois, ou cinq à cinq, il en restoit toûjours un, & qu'en les comptant sept à sept, il n'en restoit point.

IL s'agit ici de trouver un nombre, qui étant divisé par celui qu'on voudra des trois nombres donnez 2, 3, 5, il reste 1, & étant divisé par le quatriéme nombre donné 7, il ne reste rien, car ce nombre sera celui des pistoles qui étoient dans la bourse : & comme il y a plusieurs nombres qui peuvent satisfaire à la Question, comme vous avez vû au Probléme precedent, on pourra juger par la grosseur ou par la pesanteur de la bourse, du nombre des pistoles qu'elle pouvoit contenir.

Mais pour trouver le moindre de tous ces nombres, cherchons premierement un nombre qui soit exactement divisible par 2, par 3, & par 5, & qui étant augmenté de 1, la somme soit aussi exactement divisible par 7. Si l'on multiplie ensemble les trois premiers nombres donnez 2, 3, 5, leur produit 30 sera divisible par chacun de ces trois nombres, mais en lui ajoûtant 1, la somme 31 n'est pas divisible par le quatriéme nombre donné 7, car il reste 3: & comme le produit 30 étant divisé par 7, il reste 2, son double 60 étant divisé

visé par 7, il restera 4 double de 2, & pareillement son triple 90 étant divisé par 7, il restera 6 triple de 2, & moindre de 1 que le diviseur 7, ce qui fait que si à ce triple 90 l'on ajoûte 1, la somme 91 sera exactement divisible par 7, & representera par consequent le nombre qu'on cherche.

Pour trouver un second nombre plus grand qui satisfasse à la Question, multipliez ensemble les quatre nombres donnez 2, 3, 5, 7, & ajoûtez à leur produit 210 le premier & plus petit nombre trouvé 91, & la somme 301 sera le second nombre qu'on cherche, auquel si l'on ajoûte le produit precedent 210, la somme 511 sera un troisiéme nombre qui satisfera, auquel pareillement si l'on ajoûte le même produit 210, la somme 721 sera un quatriéme nombre qui satisfera, & ainsi à l'infini.

Ainsi pour la resolution de la Question, l'on peut dire que dans la bourse perduë il pouvoit y avoir 91 Loüis d'or, ou bien 301, ou bien 511, ou bien encore 721, & c'est selon, comme nous avons déja dit, la grosseur de la bourse.

PROBLEME XXIV.

Diviser plusieurs nombres donnez chacun en deux parties, & trouver deux nombres, en sorte que multipliant la premiere partie de chacun des nombres donnez par le premier nombre trouvé, & la seconde par le second, la somme des deux produits soit par tout la même.

SI l'on donne par exemple ces trois nombres 10, 25, 30, & qu'on veüille avoir une solution en nombres entiers, prenez pour les deux nombres qu'on cherche deux nombres quelconques, pourvû que leur difference soit 1, ou telle qu'elle puisse diviser exactement le produit sous le plus grand de ces deux nombres & la difference de deux quelconques des trois nombres donnez, & que le plus grand de ces deux nombres, multipliez par le plus petit nombre donné 10, surpasse le plus petit des deux mêmes nombres, multiplié par le plus grand nombre donné 30, comme 2, & 7.

Ayant ainsi trouvé les deux nombres qu'on cherche, 2, 7, la premiere partie du premier nombre donné 10, se pourra prendre à volonté, pourvû qu'elle soit moindre que ce nombre donné 10, & que le nombre qui vient en ôtant le plus petit nombre trouvé 2 multiplié par le plus grand donné 30, du plus grand nombre trouvé 7 multiplié par le plus petit nombre donné 10, & en divisant le reste 10 par la difference 5 des deux nombres trouvez 2, 7, c'est-à-dire, moindre que 2, comme 1, qui étant ôté du premier nombre donné 10, le reste 9 sera l'au-

tre

tre partie, laquelle étant multipliée par le second nombre trouvé 7, & la premiere 1 étant multipliée par le premier nombre trouvé 2, la somme des deux produits 63, 2, est 65.

Pour trouver la premiere partie du second nombre donné 25, multipliez la difference 15 des deux premiers nombres donnez 10, 25, par le plus grand nombre trouvé 7, & ayant divisé le produit 105 par la difference 5 des deux nombres trouvez 2, 5, ajoûtez le quotient 21 à la premiere partie trouvée 1 du premier nombre donné 10, & la somme 22 sera la premiere partie du second nombre donné 25, c'est pourquoi l'autre partie sera 3, laquelle étant multipliée par le second nombre trouvé 7, & la premiere 22 par le premier 2, la somme des deux produits, 21, 44, fait aussi 65.

Enfin pour trouver la premiere partie du troisiéme nombre donné 30, multipliez la difference 5 des deux derniers nombres donnez 25, 30, par le plus grand nombre trouvé 7, & ayant divisé le produit 35 par la difference 5 des deux nombres trouvez 2, 7, ajoûtez le quotient 7 à la premiere partie 22 du second nombre donné 30, & la somme 29 sera la premiere partie du troisiéme nombre donné 30, c'est pourquoi l'autre partie sera 1, laquelle étant multipliée par le second nombre trouvé 7, & la premiere 29 par le premier 2, la somme des deux produits 7, 58, fait aussi 65.

Ou bien multipliez la difference 20 du premier & du troisiéme nombre donné, par le plus grand nombre trouvé 7, & ayant divisé le produit 140 par la difference 5 des deux nombres trouvez 2, 7, ajoûtez le quotient 28 à la premiere partie 1 du premier nombre donné 10, & vous aurez 29, comme auparavant, pour la premiere partie du troisiéme nombre donné 30.

Si l'on prend 1, 6, pour les deux nombres qu'on cherche, & 4 pour la premiere partie du premier nombre donné 10, auquel cas l'autre partie sera 6, qui étant multipliée par le second nombre trouvé 6, & la premiere 4 par le premier 1, la somme des deux produits 36, 4, est 40, la premiere partie du second nombre donné 25 sera 22, & l'autre partie par consequent sera 3, qui étant multipliée par le second nombre trouvé 6, & la premiere 22 par le premier 1, la somme des deux produits 18, 22, est aussi 40; & enfin la premiere partie du troisiéme nombre donné 30 sera 28, ce qui fait que l'autre partie sera 2, qui étant multipliée par le second nombre trouvé 6, & la premiere 28 par le premier 1, la somme des deux produits 12, 28, est aussi 40. Ce Probléme sert pour resoudre la Question suivante.

QUES-

QUESTION.

Une femme a vendu 15 pommes au Marché à un certain prix, une autre femme en a vendu 25 au même prix, & une troisiéme femme en a vendu 30 aussi au même prix, & chacune a rapporté une même somme d'argent. On demande comment cela se peut & se doit faire.

IL est évident qu'afin que la Question soit possible, il faut que les femmes vendent leurs pommes à deux diverses fois, & à divers prix, bien que chaque fois elles vendent chacune à un même prix. Si ces deux prix differens sont 2, 7, qui sont

	Pom.		*Den.*	*Pom.*		*Den.*	
10.	1	à	2	9	à	7	65
25.	22	à	2	3	à	7	
30.	29	à	2	1	à	7	

les deux nombres que nous avons trouvez au Probléme precedent, & si l'on suppose que la premiere fois elles vendent 2 deniers la pomme, & qu'à ce prix la premiere vende 1 pomme, la seconde 22, & la troisiéme 29, les trois nombres 1, 22, 29, étant les premieres parties des trois nombres donnez 10, 25, 30, qui ont été trouvées au Probléme precedent, dans ce cas la premiere femme aura 2 deniers, la seconde en aura 44, & la troisiéme en aura 58. En aprés si l'on suppose qu'elles vendent le reste de leurs pommes 7 deniers la pomme, alors la premiere femme aura 63 deniers pour 9 pommes qui lui restent, la seconde aura 21 deniers pour 3 pommes qui lui restent, & la troisiéme aura 7 deniers pour 1 pomme qui lui reste, de sorte que chacune aura en tout 65 deniers.

Ou bien si les deux prix differens sont 1, 6, qui sont les deux nombres que nous avons trouvez au Probléme precedent, & si l'on suppose que la premiere fois elles vendent 1 denier la pom-

	Pom.		*Den.*	*Pom.*		*Den.*	
10.	4	à	1	6	à	6	40
25.	22	à	1	3	à	6	
30.	28	à	1	2	à	6	

me, & qu'à ce prix la premiere vende 4 pommes, la seconde

22,

22, & la troisiéme 28, ces trois nombres 4, 22, 28, étant les premieres parties des trois nombres donnez 10, 25, 30, qui ont été trouvées au Probléme precedent, dans ce cas la premiere femme aura 4 deniers, la seconde en aura 22, & la troisiéme en aura 28. En aprés si l'on suppose qu'elles vendent le reste de leurs pommes 6 deniers la pomme, alors la premiere femme aura 36 deniers pour 6 pommes qui lui restent, la seconde aura 18 deniers pour 3 pommes qui lui restent, & la troisiéme aura 12 deniers pour 2 pommes qui lui restent, de sorte que chacune aura en tout 40 deniers.

PROBLEME XXV.

De plusieurs nombres en Progression Arithmetique, & disposez en rond, dont le premier soit l'unité, trouver celui que quelqu'un aura pensé.

Planche 1. 2. Fig.

POur deviner celui que quelqu'un aura pensé, par exemple des dix nombres naturels 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, disposez en rond, comme vous voyez dans la Figure, qui peuvent representer dix Cartes differentes, dont la premiere marquée par la lettre A seroit l'As, & la derniere representée par la lettre K seroit le Dix.

Ayant fait toucher un nombre, ou une Carte telle que voudra celui qui en aura pensé une, ajoûtez au nombre de cette Carte touchée le nombre qui exprime la multitude des Cartes, comme 10 dans cet exemple, & faites compter la somme que vous aurez à celui qui a pensé la Carte, par un ordre contraire à celui des nombres, en commençant par la Carte qu'il aura touchée, & en attribuant à cette Carte le nombre de celle qu'il aura pensée, car en comptant de la sorte, il finira à compter cette somme sur le nombre ou sur la Carte qu'il aura pensée, & vous fera par consequent connoître cette Carte.

Comme si l'on a pensé 3 marqué par la lettre C, & qu'on ait touché 6 marqué par la lettre F, si l'on ajoûte 10 à ce nombre 6, on a la somme 16, & comptant cette somme 16 depuis le nombre touché F vers E, D, C, B, A, & ainsi ensuite par un ordre retrograde, en sorte que l'on commence à compter le nombre pensé 3 sur F, 4 sur E, 5 sur D, 6 sur C, & ainsi ensuite jusqu'à 16, ce nombre 16 se terminera en C, & fera connoître qu'on a pensé 3, qui répond à C.

PRO-

PROBLEME XXVI.

Deviner de trois perſonnes, combien chacune aura pris de Cartes ou de Jettons.

FAites prendre au troiſiéme un nombre de Jettons, ou de Cartes, tel qu'il voudra, pourvû qu'il ſoit pairement pair, c'eſt-à-dire, diviſible par 4, & faites prendre au ſecond autant de fois 7 que le premier aura pris de fois 4, & au premier autant de fois 13. Aprés cela dites au premier qu'il donne de ſes Jettons aux deux autres autant qu'ils en auront chacun, & au ſecond qu'il donne de ſes Jettons auſſi aux deux autres autant qu'ils en auront chacun, & enfin au troiſiéme qu'il donne de ſes Jettons pareillement aux deux autres autant qu'ils en auront chacun : & alors il arrivera que chacun aura autant de Jettons l'un que l'autre, & le nombre de chacun ſera double de celui que le troiſiéme a pris au commencement. C'eſt pourquoi ſi vous demandez à l'une de ces trois perſonnes le nombre de ſes Jettons, la moitié de ce nombre ſera le nombre des Cartes ou des Jettons que le troiſiéme avoit au commencement : & ſi vous prenez autant de fois 7, & autant de fois 13, que dans le nombre du troiſiéme il y aura de fois 4, vous aurez le nombre des Cartes ou des Jettons que le ſecond & le premier avoient pris.

Comme ſi le troiſiéme prend 8 Cartes, le ſecond en doit prendre 14, ſçavoir deux fois 7, parce que dans 8 il y a deux fois 4, & le premier en doit prendre 26, ſçavoir deux fois 13, par la même raiſon. Si le premier qui a 26 Cartes, donne des ſiennes 14 au ſecond qui en a autant, & 8 au premier qui en a auſſi autant, il lui en reſtera ſeulement 4, & le ſecond en aura 28, & le troiſiéme 16. Mais ſi le ſecond qui a 28 Cartes, donne des ſiennes 4 au premier qui en a autant, & 16 au troiſiéme qui en a auſſi autant, il lui en reſtera 8, & le premier en aura 8, & le troiſiéme 32. Enfin ſi le troiſiéme qui a 32 Cartes, en donne 8 à chacun des deux autres qui en ont autant, tous trois en auront 16, qui eſt le double du nombre 8 des Cartes que le premier a pris au commencement, &c.

1e.	2e.	3e.
26	14	8
4	28	16
8	8	32
16	16	16

PROBLEME XXVII.

De trois Cartes inconnuës, deviner celle que chacune de trois personnes aura prise.

IL ne faut pas que le nombre des points de chacune des trois Cartes qui aura été prise, ſurpaſſe 9: & alors pour trouver ce nombre, dites à la premiere perſonne qu'elle ôte 1 du double du nombre des points de ſa Carte, & qu'aprés avoir multiplié le reſte par 5, elle ajoûte au produit le nombre des points de la Carte que la ſeconde perſonne aura priſe. Aprés cela faites ajoûter 5 à cette ſomme, pour avoir une ſeconde ſomme, & ayant fait ôter 1 du double de cette ſeconde ſomme, faites multiplier le reſte par 5, & ajoûter au produit le nombre des points de la Carte que la troiſiéme perſonne aura priſe. Enfin demandez la ſomme qui vient par cette derniere addition, car ſi vous lui ajoûtez 5, vous aurez une autre ſomme composée de trois figures, dont la premiere vers la gauche ſera le nombre des points de la Carte que la premiere perſonne aura priſe, celle du milieu ſera le nombre des points de la Carte de la ſeconde perſonne, & la derniere vers la droite fera connoître la Carte de la troiſiéme perſonne.

Comme ſi le premier a pris un 3, le ſecond un 4, & le troiſiéme un 7, en ôtant 1 du double 6 du nombre 3 des points de la Carte du premier, & en multipliant le reſte 5 par 5, on a 25, auquel ajoûtant le nombre 4 des points de la Carte du ſecond, on a cette ſomme 29, à laquelle ſi l'on ajoûte 5, on a cette ſeconde ſomme 34, dont le double eſt 68, d'où ôtant 1, il reſte 67, qui étant multiplié par 5, on a 335, auquel ajoûtant le nombre 7 des points de la Carte du troiſiéme, & 5 de plus, on a cette derniere ſomme 347, dont les trois figures repreſentent ſéparément les nombres des points de chaque Carte.

Autrement.

Ayant dit au premier qu'il ajoûte 1 au double du nombre des points de ſa Carte, faites multiplier la ſomme par 5, & ajoûter au produit le nombre des points de la Carte du ſecond: & ayant fait pareillement ajoûter 1 au double de la ſomme precedente, faites multiplier le tout par 5, & ajoûter au produit le nombre des points de la Carte du troiſiéme. Aprés cela demandez la ſomme qui viendra par cette derniere addition, & en ôtez 55, pour avoir au reſte un nombre qui ſera composé de trois figures, dont chacu-

ne

ne representera comme auparavant, le nombre des points de chaque Carte.

Comme dans cet exemple, en ajoûtant 1 au double 6 du nombre 3 des points de la Carte du premier ; & en multipliant la somme 7 par 5, on a 35, auquel ajoûtant le nombre 4 des points de la Carte du second, on a 39, dont le double est 78, auquel ajoûtant 1, & multipliant la somme 79 par 5, on a 395, auquel ajoûtant le nombre 7 des points de la Carte du troisiéme, on a 402, d'où ôtant 55, il reste 347, dont les trois figures representent en particulier le nombre des points de chaque Carte.

PROBLEME XXVIII.

De trois Cartes connuës deviner celle que chacune des trois personnes aura prise.

Des trois Cartes connuës, nous en appellerons une A, l'autre B, & la derniere C, & ayant laissé choisir une de ces trois Cartes à chacune de trois personnes, ce qui se peut faire en six manieres differentes, comme vous voyez ici, donnez à la premiere personne ce nombre 12, à la seconde ce nombre 24, & à la troisiéme ce nombre 36.

1e.	2e.	3e.	Sommes.
12.	24.	36.	
A	B	C	23
A	C	B	24
B	A	C	25
C	A	B	27
B	C	A	28
C	B	A	29

Aprés cela dites à la premiere personne qu'elle ajoûte ensemble la moitié du nombre de celle qui a prise la Carte A, le tiers du nombre de celle qui a prise la Carte B, & le quart du nombre de celle qui a prise la Carte C, & lui demandez la somme qui sera ou 23, ou 24, ou 25, ou 27, ou 28, ou 29, comme vous voyez dans cette Table, qui montre que si cette somme est par exemple 25, la premiere personne aura prise la Carte B, la seconde la Carte A, & la troisiéme la Carte C: & que si cette somme est 28, la premiere personne aura prise la Carte B, la deuxiéme la Carte C, & la troisiéme la Carte A. Ainsi des autres.

PROBLEME XXIX.

Deviner entre plusieurs Cartes, celle que quelqu'un aura pensé.

AYant pris à volonté dans un Jeu de Cartes, un certain nombre de Cartes, & les ayant montrées par ordre sur une Table à celui qui en veut penser une, en commençant par celle de dessous, & en les mettant proprement l'une sur l'autre, en sorte que leurs points & leurs figures regardent en haut; & en les comptant adroitement, pour en sçavoir le nombre, qui soit par exemple 12; dites-lui qu'il se souvienne du nombre qui exprime la quantiéme qu'il aura pensée, sçavoir de 1, s'il a pensé la premiere; de 2, s'il a pensé la seconde; de 3, s'il a pensé la troisiéme, &c. Aprés cela posez vos Cartes l'une aprés l'autre sur le reste du Jeu, dans une situation contraire, en commençant à mettre sur le reste du Jeu la Carte qui aura été mise la premiere sur la Table, & en finissant par celle qui aura été montrée la derniere: & ayant demandé le nombre de la Carte pensée, que nous supposerons 4, en sorte que la quatriéme Carte ait été pensée, remettez à découvert vos Cartes sur la Table l'une aprés l'autre, en commençant par celle de dessus, à laquelle vous attribuerez le nombre 4 de la Carte pensée, en comptant 5 sur la seconde Carte suivante, & pareillement 6 sur la troisiéme Carte plus basse, & ainsi ensuite jusqu'à ce que vous soyez parvenu à vôtre nombre 12 des Cartes que vous aviez prises au commencement, car la Carte sur laquelle tombera ce nombre 12, sera celle qui aura été pensée.

PROBLEME XXX.

Plusieurs Cartes differentes étant proposées successivement à autant de personnes, pour en retenir une dans sa memoire, deviner celle que chacun aura pensé.

S'Il y a par exemple trois personnes, qu'on montre trois Cartes à la premiere personne, pour en retenir une dans sa pensée; & que l'on mette à part ces trois Cartes. Qu'on presente aussi trois autres Cartes à la seconde personne, pour en penser une à sa volonté, & mettez aussi à part ces trois Cartes. Enfin presentez à la troisiéme personne trois

trois autres Cartes, pour lui faire penſer celle qu'il voudra, & mettez pareillement à part ces trois dernieres Cartes. Cela étant fait, diſpoſez à découvert les trois premieres Cartes en trois rangs, & y mettez deſſus les trois autres Cartes, & deſſus celles-ci les trois dernieres, pour avoir ainſi toutes les Cartes diſpoſées en trois rangs, dont chacun ſera compoſé de trois Cartes. Aprés quoi il faut demander à chaque perſonne dans quel rang eſt la Carte qu'il a penſée, & alors il ſera facile de connoître cette Carte, parce que la Carte de la premiere perſonne ſera la premiere de ſon rang, & pareillement la Carte de la ſeconde perſonne ſera la ſeconde de ſon rang, & de même la Carte de la troiſiéme perſonne ſera la troiſiéme de ſon rang.

PROBLEME XXXI.

De pluſieurs Cartes diſpoſées également en trois rangs, deviner celle que quelqu'un aura penſé.

IL eſt évident que le nombre des Cartes doit être diviſible par 3, afin qu'on en puiſſe faire trois rangs égaux. Suppoſant donc qu'il y ait par exemple 36 Cartes, dont chaque rang en comprendra par conſequent 12, demandez en quel rang eſt la Carte qu'on aura penſé, & ayant ramaſſé toutes les Cartes, en ſorte que le rang où ſera la Carte penſée, ſoit entre les deux autres rangs, diſpoſez de nouveau ces 36 Cartes en trois rangs égaux, en mettant la premiere au premier rang, la ſeconde au ſecond, la troiſiéme au troiſiéme, puis la quatriéme au premier rang, & pareillement la ſuivante au ſecond rang, & en continuant ainſi juſqu'à ce que toutes les Cartes ſoient rangées, aprés quoi vous demanderez encore dans quel rang eſt la Carte penſée, & ayant ramaſſé de nouveau toutes les Cartes, en ſorte que le rang où ſera la Carte penſée, ſoit auſſi entre les deux autres, vous ferez comme auparavant, trois rangs égaux des mêmes Cartes, & ayant enfin demandé dans quel rang eſt la Carte penſée, vous connoîtrez aiſément cette Carte, parce qu'elle ſe trouvera au milieu de ſon rang, ſçavoir dans cet exemple la 6e. Ou bien pour mieux cacher l'artifice, elle ſe trouvera au milieu de toutes les Cartes, ou la 18e. lors qu'on les aura ramaſſées comme auparavant, en ſorte que le rang où ſera la Carte penſée, ſoit toûjours entre les deux autres.

PROBLEME XXXII.

Deviner combien il y a de points dans une Carte que quelqu'un a tirée d'un Jeu de Cartes complet.

AYant fait tirer à quelqu'un une Carte telle qu'il voudra, d'un Jeu de Cartes, où il y en ait par exemple 52, tel qu'est celui dont on se sert pour jouër à l'Ombre, vous sçaurez combien il y a de points dans la Carte tirée, en faisant valoir 10 chaque Carte figurée, & les autres autant qu'elles contiendront de points, & en regardant le reste des Cartes les unes aprés les autres, vous ajoûterez les points de la premiere Carte aux points de la seconde, & à la somme les points de la troisiéme, & ainsi ensuite jusqu'à la derniere Carte, en rejettant neanmoins toûjours 10 de cette somme quand elle sera plus grande, où l'on voit qu'il est inutile de compter les Dix & les Cartes figurées, puis que valant 10 on les doit rejetter : & alors si l'on ôte la derniere somme de 10, le reste sera le nombre des points de la Carte qu'on aura tirée.

Il est aisé de connoître que quand il ne restera rien, la Carte qu'on aura tirée sera ou un Dix, ou une Carte figurée, & que dans ce cas si c'est une Carte figurée, on ne pourra pas assûrer qu'elle est plûtôt un Roi qu'une Dame, ou qu'un Valet ; & pour le pouvoir connoître, il vaudra mieux se servir d'un Jeu composé seulement de 36 Cartes, tel qu'étoit celui dont on se servoit autrefois pour jouër au Piquet, & faire valoir 2 chaque Valet, 3 chaque Dame, & 4 chaque Roi.

Si l'on veut se servir d'un Jeu composé seulement de 32 Cartes, dont on se sert à present pour jouër au Piquet, on fera, comme il vient d'être dit, excepté qu'il faut ajoûter toûjours 4 à la derniere somme, pour avoir une autre somme, laquelle étant ôtée de 10, si elle est moindre, ou de 20, si elle surpasse 10, le reste sera le nombre de la Carte qu'on aura tirée, de sorte que s'il reste 2, ce sera un Valet, s'il reste 3, la Carte qu'on aura tirée sera une Dame, & si le reste est 4, on aura tiré un Roi, &c.

Si le Jeu de Cartes est imparfait, on doit prendre garde aux Cartes qui y manquent, & ajoûter à la derniere somme le nombre des points de toutes ces Cartes qui y manquent, aprés que de ce nombre on aura ôté autant de fois 10 qu'il sera possible, ensuite de quoi la somme qui viendra par cette addition, doit être comme auparavant, ôtée de 10, ou de 20, selon qu'elle sera au dessous, ou au dessus de 20. Il est évident que si l'on regarde encore une fois les Cartes, on pourra nommer la Carte qui aura été tirée.

PROBLEME XXXIII.

Deviner le nombre de tous les points qui ſont en deux Cartes qu'on aura tirées d'un Jeu de Cartes complet.

DItes à celui qui aura tiré à l'avanture deux Cartes d'un Jeu compoſé de 52 Cartes, qu'il ajoûte à chacune de ſes Cartes autant d'autres Cartes que le nombre de ſes points ſera au deſſous de 25, qui eſt la moitié de toutes les Cartes, diminué d'un, en donnant à chaque Carte figurée tel nombre qu'on voudra, comme ſi la premiere Carte eſt un Dix, on lui ajoûtera 15 Cartes, & ſi la ſeconde Carte eſt un Sept, on lui ajoûtera 18 Cartes, ce qui fera en tout 35 Cartes, de ſorte que dans cet exemple il reſtera de tout le Jeu 17 Cartes. Prenant donc les Cartes qui reſtent du Jeu, & trouvant qu'il en reſte 17, ce nombre 17 ſera le nombre de tous les points pris enſemble des deux Cartes qu'on aura tirées.

Pour mieux cacher l'artifice, il ne faut point toucher aux Cartes, mais il faut faire ôter le nombre des points de chacune des deux Cartes qui ont été priſes de 26, qui eſt la moitié du nombre de toutes les Cartes, & faire ajoûter enſemble les deux reſtes, pour avoir leur ſomme, que vous devez demander, afin de l'ôter du nombre de toutes les Cartes, c'eſt-à-dire de 52, car le nombre qui reſtera, ſera celui qu'on cherche.

Comme dans cet exemple, où l'on ſuppoſe qu'on a pris un Dix, & un Sept, en ôtant 10 de 26, il reſte 16, & en ôtant 7 de 26, il reſte 19, & en ajoûtant enſemble les deux reſtes 16, 19, on a 35 pour leur ſomme, laquelle étant ôtée de 52, il reſte 17 pour le nombre des points des deux Cartes qu'on a tirées.

On travaillera de la même façon pour un Jeu de Piquet compoſé de 36 Cartes, ou ſeulement de 32 Cartes: mais pour cacher encore mieux l'artifice, au lieu de la moitié 26 de toutes les Cartes, quand il y en a 52, prenez un autre nombre moindre, mais plus grand que 10, comme 24, duquel ôtant 10 & 7, il reſte 14, & 17, dont la ſomme 31 étant ôtée de la ſomme 52 de toutes les Cartes, il reſte 21, d'où vous ôterez encore 4, qui eſt le double de l'excés de 26 ſur 24, pour avoir au reſte 17 le nombre des points des deux Cartes qu'on a tirées, ſçavoir du Dix & du Sept.

Quand on ſe ſervira d'un Jeu de Piquet compoſé de 36 Cartes, au lieu de la moitié 18 du nombre 36 de toutes les Cartes, on prendra pareillement un nombre moindre, comme 16, duquel ôtant 10 & 7, il reſte 6 & 9, dont la ſomme 15 étant ôtée

du nombre 36 de toutes les Cartes, il reste 21, d'où vous ôterez encore 4, qui est le double de l'excés de 18 sur 16, pour avoir au reste 17 le nombre des points des deux Cartes qui ont été tirées.

Pareillement si le Jeu de Piquet n'est que de 32 Cartes, au lieu de la moitié 16 du nombre 32 de toutes les Cartes, on prendra un nombre moindre tel que l'on voudra, pourvû qu'il soit plus grand que 10, comme 14, duquel ôtant 10 & 7, il reste 4 & 7, dont la somme 11 étant ôtée de 32, il reste 21, d'où il faut encore ôter 4, qui est le double de l'excés de 16 sur 14, pour avoir au reste 17 le nombre des points du Dix & du Sept qu'on a tiré.

PROBLEME XXXIV.

Deviner le nombre de tous les points qui sont en trois Cartes qu'on aura tirées à volonté d'un Jeu de Cartes complet.

POur resoudre ce Probléme comme le precedent, en suivant la voye la plus courte, il faut que le nombre des Cartes, dont le Jeu est composé, soit divisible par 3, ainsi le Jeu de 52 Cartes, ni celui de 32 Cartes ne sont pas propres, mais bien celui de 36 Cartes, parce que le nombre 36 de toutes les Cartes a sa troisiéme partie 12, qui nous servira pour resoudre la Question en cette sorte.

Dites à celui qui aura tiré à sa volonté trois Cartes d'un Jeu de Piquet composé de 36 Cartes, qu'il ajoûte à chacune de ses Cartes autant d'autres Cartes que le nombre de ses points sera au dessous de 11, qui est le tiers du nombre de toutes les Cartes diminué d'un, en donnant, comme dans le Probléme precedent, à chaque Carte figurée tel nombre qu'on voudra, comme si la premiere Carte est un Neuf, on lui ajoûtera 2 Cartes, si la seconde Carte est un Sept, on lui ajoûtera 4 Cartes, & si la troisiéme Carte est un Six, on lui ajoûtera 5 Cartes, ce qui fait en tout 14 Cartes, de sorte que dans cet exemple il restera de tout le Jeu 22 Cartes. Prenant donc les Cartes qui restent du Jeu, & trouvant qu'il en reste 22, ce nombre 22 fera connoître le nombre de tous les points des trois Cartes qu'on aura tirées.

Ou bien sans toucher aux Cartes, & pour mieux cacher l'artifice, faites ôter 12 qui est le tiers du nombre 36 de toutes les Cartes, le nombre des points de chacune des trois Cartes qu'on a prises, & faites ajoûter ensemble les trois restes, pour avoir leur somme, que vous devez demander, afin de l'ôter du nombre de toutes les Cartes, c'est-à-dire de 36, car le nombre qui restera, sera celui qu'on cherche.

Comme

Comme dans cet exemple, où l'on a supposé qu'on a pris un Neuf, un Sept, & un Six, en ôtant 9 de 12, il reste 3, & en ôtant 7 de 12, il reste 5, & enfin en ôtant 6 de 12, il reste 6, & ajoûtant ensemble les trois restes 3, 5, 6, on a 14 pour leur somme, laquelle étant ôtée de 36, il reste 22, pour le nombre des points des trois Cartes qui ont été tirées.

Pour mieux encore cacher l'artifice, & pour appliquer la Regle à un Jeu de plus ou de moins de 36 Cartes, comme de 52 Cartes, servez-vous d'un nombre plus grand que 10, & moindre que le tiers 17 de 52, par exemple de 15: & dites à celui qui aura tiré les trois Cartes, qu'il ajoûte à chacune de ses Cartes autant d'autres Cartes que le nombre de ses points sera au dessous de 15, comme si la premiere Carte est un Neuf, on lui ajoûtera 6 Cartes, si la seconde Carte est un Sept, on lui ajoûtera 8 Cartes, & si la troisiéme Carte est un Six, on lui ajoûtera 9 Cartes, ce qui fera en tout 26 Cartes, de sorte que dans cet exemple il restera de tout le Jeu 26 Cartes. Prenant donc les Cartes qui restent du Jeu, & trouvant qu'il en reste 26, ôtez de ce nombre 26 toûjours 4, qui est l'excés du nombre 52 de toutes les Cartes sur le triple de 15, augmenté de 3, c'est à dire, sur 48, & le reste 22 sera le nombre de tous les points des trois Cartes qui auront été tirées du Jeu.

Ou bien sans toucher aux Cartes, faites ôter le nombre des points de chacune des trois Cartes qui auront été prises, de 16, qui surpasse d'un le premier nombre 15, & faites ajoûter ensemble tous les restes, pour avoir leur somme, que vous devez demander, afin de l'ôter du nombre precedent 48, car le reste sera le nombre de tous les points des trois Cartes qu'on aura prises.

Comme dans cet exemple, où l'on suppose qu'on a pris un Neuf, un Sept, & un Six, en ôtant 9 de 16, il reste 7, & en ôtant 7 de 16, il reste 9, & enfin en ôtant 6 de 16, il reste 10, & en ajoûtant ensemble les trois restes 7, 9, 10, on a 26 pour leur somme, laquelle étant ôtée de 48, il reste 22 pour le nombre des points des trois Cartes qui ont été prises.

Pareillement pour un Jeu composé de 36 Cartes, servez-vous d'un nombre plus grand que 10, comme de 15: & si vous vous servez des Cartes ajoûtées, qui seront au nombre de 26, comme vous avez vû, ayant ôté ce nombre 26 du nombre 36 de toutes les Cartes, ajoûtez au reste 10 ce nombre 12, qui est l'excés du triple de 15, augmenté de 3, c'est-à-dire, de 48 sur le nombre 36 de toutes les Cartes, & la somme 22 sera le nombre des points qu'on cherche. Au lieu de 12, il faut ajoûter 16, pour un Jeu de Piquet de 32 Cartes, parce qu'ôtant 32 de 48, il reste 16.

A l'imitation de ce Probléme & du precedent, il sera aisé de resoudre la Question pour quatre Cartes qu'on aura tirées, & pour davantage.

PROBLEME XXXV.

Du Jeu de l'Anneau.

CE Jeu se peut pratiquer agreablement dans une Compagnie composée de plusieurs personnes, dont le nombre ne doit pas être plus grand que 9, si l'on ne veut, afin que l'on y puisse plus facilement appliquer le *Probl.* 18. sçavoir en faisant valoir 1 la premiere personne, 2 la seconde, 3 la troisiéme, & ainsi ensuite: & en faisant pareillement valoir 1 la main droite, & 2 la main gauche, & en donnant pareillement 1 au premier doigt d'une main, 2 au second, 3 au troisiéme, 4 au quatriéme, & 5 au cinquiéme: & enfin 1 à la premiere jointure, 2 à la seconde, & 3 à la troisiéme; car si l'on fait mettre à l'une de ces personnes, par exemple à la cinquiéme, un Anneau à la premiére jointure du quatriéme doigt de sa main gauche, il est évident que pour deviner la personne qui aura pris cet Anneau ou Bague, & dire en quelle main, en quel doigt, & en quelle jointure il est, il n'y a qu'à deviner ces quatre nombres 5, 1, 4, 2, le premier 5 representant la cinquiéme personne, le second 1 la premiere jointure, le troisiéme 4 le quatriéme doigt, & le quatriéme 2 la main gauche; ce qui se fera en suivant la derniere Methode du *Probl.* 18. comme vous allez voir.

En ôtant toûjours 1 du double 10 du premier nombre 5, & en multipliant le reste 9 toûjours par 5, on a 45, auquel ajoûtant le second nombre 1, on a cette somme 46, à laquelle si l'on ajoûte toûjours 5, on a cette seconde somme 51, dont le double est 102, d'où ôtant toûjours 1, il reste 101, qui étant multiplié toûjours par 5, on a 505, auquel ajoûtant le troisiéme nombre 4, on a cette somme 509, à laquelle ajoûtant toûjours 5, on a cette seconde somme 514, dont le double 1028 étant diminué toûjours de 1, & le reste 1027 étant multiplié toûjours par 5, on a 5135, auquel ajoûtant le quatriéme nombre 2, on a cette somme 5137, à laquelle ajoûtant toûjours 5, on a cette seconde somme 5142, dont les quatre figures representent les quatre nombres qu'on cherche, & font connoître par consequent, que l'Anneau est dans la premiere jointure du quatriéme doigt de la main gauche de la cinquiéme personne.

PROBLEME XXXVI.

Ayant un Vaſe rempli de huit pintes de quelque liqueur, en mettre juſtement la moitié dans un autre Vaſe de cinq pintes, par le moyen d'un troiſiéme Vaſe contenant trois pintes.

ON propoſe ordinairement cette Queſtion de la ſorte; Quelqu'un ayant une Bouteille pleine de 8 pintes d'excellent Vin, en veut faire preſent de la moitié, ou de quatre pintes à un de ſes amis: mais pour la meſurer il n'a que deux autres Bouteilles, dont l'une contient 5 pintes, & l'autre 3. On demande comment il doit faire pour mettre quatre pintes dans la Bouteille qui en contient cinq.

Pour le ſçavoir, appellons A la Bouteille de 8 pintes, B celle de 5, & C celle de 3, en ſuppoſant qu'il y a 8 pintes de Vin dans la Bouteille A, & que les deux autres B, C, ſoient vuides, comme vous voyez en D; & ayant rempli la Bouteille B du Vin de la Bouteille A, où il ne reſtera plus que 3 pintes, comme vous voyez en E, rempliſſez la Bouteille C du Vin de la Bouteille B, où par conſequent il ne reſtera plus que 2 pintes, comme vous voyez en F. Aprés cela verſez le Vin de la Bouteille C dans la Bouteille A, où par conſequent il y aura 6 pintes, comme vous voyez en G, & verſez les 2 pintes de la Bouteille B dans la Bouteille C, où il y aura 2 pintes, comme vous voyez en H, & ayant rempli la Bouteille B du Vin de la Bouteille A, où il reſtera ſeulement 1 pinte, comme vous voyez en I, achevez de remplir la Bouteille C du Vin de la Bouteille B, où il reſtera 4 pintes, comme vous voyez en K, & ainſi la Queſtion ſe trouvera reſoluë.

	8.	5.	3.
	A.	B.	C.
D.	8.	0.	0.
E.	3.	5.	0.
F.	3.	2.	3.
G.	6.	2.	0.
H.	6.	0.	2.
I.	1.	5.	2.
K.	1.	4.	3.

Remarque.

SI au lieu de la Bouteille B, vous voulez qu'il reſte quatre pintes de Vin dans la Bouteille A, que nous avons ſuppoſée remplie de huit pintes, ayant rempli la Bouteille C du Vin qui eſt en la Bouteille A, où alors il ne reſtera plus que 5 pintes, comme vous voyez en D, verſez les trois pintes

pintes de la Bouteille C, dans la Bouteille B, où il y aura par consequent 3 pintes de Vin, comme vous voyez en E : & ayant encore rempli la Bouteille C du Vin de la Bouteille A, où il ne restera plus que 2 pintes, comme vous voyez en F, achevez de remplir la Bouteille B du Vin qui est dans la Bouteille C, où il ne restera plus qu'une pinte, comme vous voyez en G. Enfin ayant versé le Vin de la Bouteille B dans la Bouteille A, où il se trouvera 7 pintes, comme vous voyez en H, versez la pinte de Vin, qui est en C, dans la Bouteille B, où il y aura par consequent 1 pinte, comme vous voyez en I, remplissez la Bouteille C du Vin de la Bouteille A, où il ne restera que 4 pintes, comme il étoit proposé, & comme vous voyez en K.

	8.	5.	3.
	A.	B.	C.
	8.	0.	0.
D.	5.	0.	3.
E.	5.	3.	0.
F.	2.	3.	3.
G.	2.	5.	1.
H.	7.	0.	1.
I.	7.	1.	0.
K.	4.	1.	3.



PRO-



PROBLÊMES DE GEOMETRIE.

LA Geometrie n'eſt pas moins feconde que l'Arithmetique, mais elle n'eſt pas ſi facile, ni par conſequent ſi agreable, parce que ſans demonſtration elle ne montre pas auſſi exactement que l'Arithmetique la preuve de ſes operations. C'eſt pourquoi je mettrai ſeulement ici les Problémes qui me ſembleront les plus faciles & les plus agreables.

PROBLEME I.

Tirer à une ligne donnée une perpendiculaire par l'une de ſes extrémitez.

POur tirer une perpendiculaire à la ligne donnée AB, par ſon extrémité A, parcourez à volonté ſur cette ligne AB, prolongée vers B autant qu'il en ſera beſoin, depuis l'extrémité donnée A, trois parties égales AC, CD, DB, dont la derniere DB ſe termine ici par hazard à l'autre extrémité B de la ligne donnée AB. Décrivez à l'intervalle CB, des deux dernieres parties, depuis leurs extrémitez B, C, deux arcs de Cercle, qui ſe coupent ici au point E, & des deux points E, C, décrivez avec la même ouverture du Compas deux autres arcs de Cercle, qui ſe coupent ici au point F, par lequel & par l'extrémité donnée A, vous tirerez la droite AF, qui ſera perpendiculaire à la ligne propoſée AB. Planche 1. 3. Fig. Planche 1. 3. Fig.

Si vous voulez tirer par l'autre extrémité B de la même ligne donnée AB, une ligne qui lui ſoit en même temps égale & perpendiculaire; diviſez la ligne AB en trois parties égales aux points C, D: & ayant trouvé le point F, comme il vient d'être enſeigné, décrivez de l'extrémité donnée B, avec l'ouverture AF, l'arc du Cercle GHI, & portez ſur cet arc la même ouverture du Compas deux fois depuis G en H, & depuis H en I. Enfin décrivez avec la même ouverture du Compas, des

des deux points H, I, deux arcs de Cercle qui se coupent ici au point K, & menez la droite AK, qui sera égale & perpendiculaire à la ligne proposée AB.

PROBLEME II.

Tirer par un point donné une ligne parallele à une ligne donnée.

4. Fig. POur tirer par le point donné C, une ligne parallele à la ligne donnée AB, prenez à volonté sur cette ligne AB, deux points proches des deux extrémitez A, B, comme D, E, & ayant avec l'ouverture DE décrit un arc de Cercle du point donné C, décrivez du point E, avec l'ouverture CD un autre arc de Cercle, qui rencontre ici le premier au point F, par lequel & par le point donné C, vous menerez la droite CF, qui sera parallele à la proposée AB.

Si vous voulez que la ligne parallele soit aussi égale à la ligne AB, au lieu de vous servir des deux points D, E, servez-vous des deux extrémitez A, B, c'est-à-dire, décrivez du point donné C, avec l'ouverture de la ligne donnée AB, un arc de Cercle, & un autre de l'extrémité B avec l'ouverture AC, & par le point G, où ces deux arcs s'entre-coupent, tirez au point donné C, la droite CG, qui sera égale & parallele à la proposée AB.

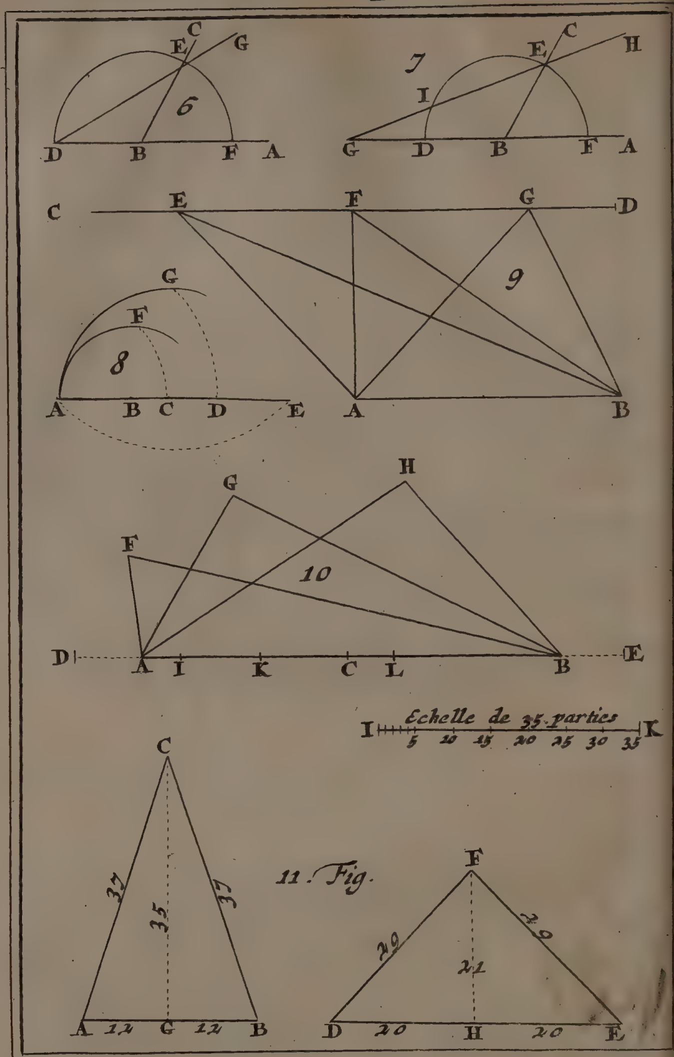
PROBLEME III.

Diviser avec une même ouverture du Compas une ligne donnée en autant de parties égales qu'on voudra.

Planche 1. 5. Fig. SI vous voulez diviser la ligne donnée AB en quatre parties égales, par exemple, parcourez sur cette ligne AB prolongée les quatre parties égales AB, BC, CD, DE, & faites sur ces parties les quatre Triangles équilateraux ABF, BCG, CDH, DEI, ce qui se peut faire avec la même ouverture du Compas. Enfin menez les droites AG, AH, AI, & alors de quatre parties de la ligne AB, la ligne HM en representera une, & la ligne DM en representera par consequent trois : & la ligne FK, ou BK en representera deux.

Mais la seule ligne A1 suffit, car elle retranche la ligne B1, égale à la quatriéme partie de la ligne AB, la ligne C2 égale à la moitié de la même ligne AB, & la ligne D3 égale aux trois quarts de la même ligne AB. La ligne AH sert pour diviser la ligne proposée AB en trois parties égales, car la ligne GL en represente une, & la ligne CL en represente par consequent deux, mais la même ligne A1 suffit aussi pour la division de la ligne donnée

AB


6
7
8
9
10
Echelle de 35. parties
5 10 15 20 25 30 35
11. Fig.
37
35
37
12
12
29
21
29
20
20

AB en trois parties égales, parce que la ligne BN en represente une, & la ligne CO en represente deux, d'où il suit que la ligne HO en represente aussi une.

PROBLEME IV.

Faire un Angle égal à la moitié, ou bien au double d'un angle donné.

POur faire premierement un angle égal à la moitié de l'angle donné ABC, décrivez à volonté de sa pointe B, le demi-cercle DEF, & joignez la droite DE, qui fera au point D, l'angle ADG égal à la moitié du donné ABC. Planche 2. 6. Fig.

Secondement pour faire un angle égal au double de l'angle donné ADG, décrivez du point B pris à discretion sur la ligne AB, par la pointe D de l'angle donné ADG, le demi-cercle DEF, & joignez la droite BE, qui fera en B l'angle ABC égal au double du donné ADG.

PROBLEME V.

Faire un angle égal au tiers, ou bien au triple d'un angle donné.

POur faire premierement un angle égal à la troisiéme partie de l'angle donné ABC, décrivez à volonté de sa pointe B, le demi-cercle DEF, & appliquez une Regle bien droite au point E, en sorte que sa partie GI, terminée par la circonference du demi-cercle DEF, & par la ligne AD prolongée, soit égale au demi-diametre BD, ou BE. Aprés cela menez la droite GE, qui fera au point G, l'angle AGH égal à la troisiéme partie de l'angle ABC, ce qui fait que l'arc ID sera aussi égal à la troisiéme partie de l'arc EF, qui mesure l'angle donné ABC. 7. Fig. Planche 2. 7. Fig.

Secondement, pour faire un angle égal au triple de l'angle donné AGH, ayant pris à discretion sur la ligne GH, le point I, portez la longueur IG sur la ligne AG, depuis I en B, pour décrire du point B, avec la même ouverture du Compas le demi-cercle DEF, qui passera par le point I, & donnera sur la ligne GH le point E, par lequel & par le point B, vous tirerez la droite BE, qui fera l'angle ABC triple du donné AGH.

PROBLEME VI.

Trouver à deux lignes données une troisiéme, & autant d'autres proportionnelles qu'on voudra.

Planche 2. 8. Fig. POur trouver premierement aux deux lignes données AB, AC, une troisiéme proportionnelle, décrivez de l'extrémité B de la premiere AB, par l'autre extrémité A, l'arc de Cercle AF, sur laquelle ayant mis la longueur de la seconde AC, depuis A en F, portez la même longueur sur la ligne AC, prolongée autant qu'il en sera besoin, depuis F en D, & la ligne AD sera troisiéme proportionnelle aux deux lignes données AB, AC.

Pareillement pour trouver aux trois lignes AB, AC, AD, une quatriéme proportionnelle, ou bien ce qui est la même chose, aux deux AC, AD, une troisiéme proportionnelle, décrivez de l'extrémité C de la premiere AC, par l'autre extrémité A, l'arc de Cercle AG, sur lequel ayant mis la longueur de l'autre ligne AD, depuis A en G, portez la même longueur AD sur la ligne AD prolongée, depuis G en E, & la ligne AE sera celle qu'on cherche: & ainsi ensuite.

PROBLEME VII.

Décrire sur une ligne donnée autant de Triangles differens qu'on voudra, dont les aires soient égales.

9. Fig. SI la ligne donnée est AB, tirez-lui à volonté la paralléle CD, sur laquelle ayant pris à volonté autant de points differens que vous voudrez de Triangles égaux, comme E, F, G, pour trois Triangles, tirez de ces trois points E, F, G, aux extrémitez A, B, de la base donnée AB, des lignes droites, & vous aurez les trois Triangles égaux AEB, AFB, AGB, sur la même base AB.

PROBLEME VIII.

Décrire sur une ligne donnée autant de Triangles differens qu'on voudra, dont les contours soient égaux.

10. Fig. SI la base donnée est AB, divisez-la en deux également au point C, & la prolongez de part & d'autre à volonté en D, & en E, en sorte que les deux lignes CD, CE, soient égales entre elles, & toute la ligne DE sera prise pour la somme des deux côtez

côtez de chaque Triangle, qu'on décrira ſur la baſe donnée AB en cette ſorte.

Décrivez du point A, avec une ouverture du Compas un peu plus grande que AD, un arc de Cercle, & ayant porté cette ouverture ſur la ligne DE, depuis D en I, décrivez du point B, avec l'ouverture IE, un autre arc de Cercle, qui coupe ici le premier au point F, qui ſera le ſommet du premier Triangle ABF.

Décrivez pareillement du point A, avec une ouverture un peu plus grande que AF, un arc de Cercle, & ayant porté cette ouverture ſur la ligne DE, depuis D en K, décrivez du point B, avec l'ouverture KE, un autre arc de Cercle, qui coupe ici le premier au point G, qui ſera le ſommet du ſecond Triangle AGB, dont le contour ſera égal à celui du premier AFB. Planche 2. 10. Fig.

Si vous voulez un troiſiéme Triangle, décrivez pareillement du point A un arc de Cercle avec une ouverture du Compas un peu plus grande que AG, & ayant porté comme auparavant cette ouverture ſur la ligne DE, depuis D en L, décrivez du point B, avec l'ouverture LE un autre arc de Cercle, qui coupe ici le premier au point H, qui ſera le ſommet du troiſiéme Triangle AHB, dont le contour ſera le même que celui des deux precedens. Ainſi des autres.

Vous remarquerez que les ſommets F, G, H, de tous ces Triangles ſe trouvent ſur la circonference d'une Ellipſe, dont le grand Axe eſt DE, & les deux Foyers ſont A, B.

PROBLEME IX.

Décrire deux Triangles iſoſcéles differens, de même aire, & de même contour.

PReparez une Echelle diviſée en parties égales d'une grandeur volontaire, comme IK, & ayant pris ſur la baſe AB, les deux parties, ou Segmens GA, GB, chacun de 12 parties priſes ſur l'Echelle, élevez du point G ſur la même baſe AB la perpendiculaire GC de 35 des mêmes parties, & joignez les deux lignes égales AC, BC, & vous aurez le premier Triangle iſoſcéle ABC, dont chacun des deux côtez égaux AC, BC, ſe trouvera de 37 parties, comme l'on connoîtra en ajoûtant le quarré 144 du Segment AG, avec le quarré 1225 de la perpendiculaire CG, & en prenant la Racine quarrée de la ſomme 1369. 11. Fig. Planche 2. 11. Fig.

Pour avoir un Triangle de même aire & de même contour que le precedent, prenez ſur la baſe DE, les deux Segmens HD, HE, chacun de 20 parties, & ayant élevé du point H ſur la baſe DE la perpendiculaire HF de 21 parties, joignez les lignes éga-

les EF, DF, dont chacune se trouvera de 29 parties, comme l'on connoîtra en ajoûtant le quarré 400 du Segment DH, avec le quarré 441 de la perpendiculaire HF, & en prenant la Racine quarrée de la somme 841.

Ainsi vous aurez le Triangle isoscéle DEF, dont le contour 98 est égal au contour, c'est-à dire à la somme des trois côtez du premier Triangle isoscéle ABC: & dont l'aire, ou le contenu 420 est égal au contenu du premier Triangle isoscéle ABC, comme l'on connoît en multipliant DH par FH, ou 20 par 21, parce que le produit 420 qui en provient par l'aire du Triangle DEF, est le même que celui qui provient en multipliant AG par CG, ou 12 par 35, pour l'aire du Triangle ABC.

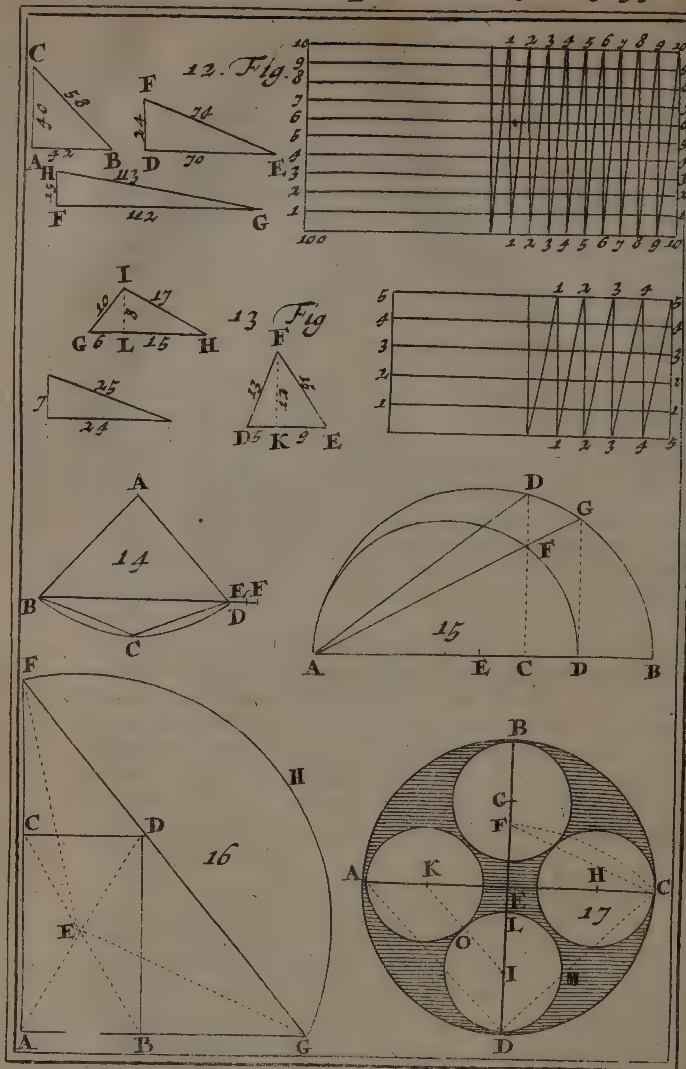
On peut décrire autant de couples qu'on voudra de Triangles isoscéles, en chacun desquels l'aire des deux Triangles sera la même, & le contour aussi le même, en trouvant en nombres ces couples, ce qui se peut faire en cherchant les deux nombres generateurs des moitiez AGC, DHF, qui sont deux Triangles rectangles égaux, que l'on pourra ensuite exprimer en nombres par le moyen de leurs nombres generateurs, comme il a été enseigné au *Probl. 6. Arithm.* ces deux nombres generateurs se trouveront par ce Canon general qui a sa démonstration.

Planche 2.11.Fig.

Si l'on divise la difference de deux Cubes par la difference de leurs côtez, & si l'on multiplie cette difference des côtez par la somme des mêmes côtez, on aura les deux nombres generateurs du premier Triangle rectangle AGC: & si l'on divise la difference des deux mêmes Cubes par la difference de leurs côtez, comme auparavant, & si l'on multiplie par le plus petit côté la somme de ce petit côté & du double du plus grand, on aura les deux nombres generateurs du second Triangle rectangle DHF.

On peut trouver infiniment les deux mêmes Triangles rectangles par cet autre Canon; *Si de deux nombres, dont le plus grand soit moindre que le quintuple du plus petit, on multiplie la somme par la difference, & qu'on multiplie par le double du plus petit la somme du plus grand & du septuple du plus petit, on aura les deux nombres generateurs du premier Triangle rectangle AGC: & si du quarré de la somme du plus grand & du double du plus petit, on ôte le quarré du plus petit, & qu'on multiplie par le double du plus petit l'excés du quintuple du plus petit sur le plus grand, on aura les deux nombres generateurs du second Triangle rect ngle DHF.*

PRO-


12. Fig.
13 Fig
14
15
16
17

PROBLEME X.

Décrire trois Triangles rectangles differens, dont les aires soient égales.

AYant preparé une Echelle de parties égales, prenez la base AB de 42 parties, & la hauteur ou perpendiculaire AC de 40, & alors l'hypotenuse BC du premier Triangle rectangle ABC se trouvera de 58 parties, comme l'on connoîtra en ajoûtant le quarré 1764 de la base AB, avec le quarré 1600 de la hauteur AC, & en prenant la Racine quarrée de la somme 3364. Planche 3. 12. Fig.

Prenez ensuite la base DE du second Triangle rectangle DEF de 70 parties, & la hauteur DF de 24, & alors l'hypotenuse EF se trouvera de 74 parties, comme l'on connoîtra en ajoûtant ensemble le quarré 4900 de la base DE, & le quarré 576 de la hauteur DF, & en prenant la Racine quarrée de la somme 5476: & l'aire de ce second Triangle rectangle DEF sera égale à celle du premier ABC, chacune étant 840, comme l'on connoît en multipliant la base par la hauteur, & en prenant la moitié du produit.

Enfin prenez la base FG du troisiéme Triangle rectangle FGH, de 112 parties, & la hauteur FH de 15, & alors l'hypotenuse BC se trouvera de 113 parties, comme l'on connoîtra en ajoûtant ensemble le quarré 12544 de la base FG, & le quarré 225 de la hauteur FH, & en prenant la Racine quarrée de la somme 12769, & l'aire de ce troisiéme Triangle rectangle FGH sera aussi 840.

Ces trois Triangles rectangles ont été trouvez en nombres entiers, par ce Canon que nous avons tiré de l'Algebre, qui nous apprend que pour trouver en nombres entiers, trois Triangles rectangles égaux, on doit auparavant trouver trois nombres qui serviront de nombres generateurs, en cette sorte.

Si de deux nombres quelconques on ajoûte le produit à la somme de leurs quarrez, on aura le premier nombre. La difference de leurs quarrez sera le second: & la somme de leur produit & du quarré du plus petit sera le troisiéme nombre generateur.

Si de ces trois nombres ainsi trouvez, on forme trois Triangles rectangles, sçavoir l'un des deux premiers, l'autre des deux extrémes, & le troisiéme du premier & de la somme des deux autres, ces trois Triangles rectangles seront égaux entre eux.

On peut trouver en nombres rompus autant d'autres Trian-

 gles

gles rectangles qu'on voudra, dont les aires seront égales entre elles & à l'un des trois precedens, en trouvant par le moyen de ce Triangle rectangle un autre Triangle rectangle égal, en cette sorte.

Formez de l'hypotenuse du Triangle rectangle proposé, & du quadruple de son aire, un autre Triangle rectangle, que vous diviserez par le double du produit, qui viendra en multipliant l'hypotenuse du Triangle rectangle proposé par la difference des quarrez des deux autres côtez du même Triangle rectangle, & vous aurez un Triangle rectangle égal au proposé.

PROBLEME XI.

Décrire trois Triangles égaux, dont le premier soit rectangle, le second soit oxygone, & le troisiéme soit amblygone.

Planche 3. 13. Fig.

AYant préparé comme auparavant, une Echelle de parties égales, qui peuvent representer des Pieds, des Toises, & tout ce qu'il vous plaira, prenez la base AB du Triangle rectangle ABC de 24 parties, & la hauteur AC de 7, & alors l'hypotenuse BC se trouvera de 25 parties, comme l'on connoîtra en ajoûtant ensemble le quarré 576 de la base AB, & le quarré 49 de la hauteur AC, & en prenant la Racine quarrée de la somme 625.

Prenez ensuite sur la base DE du Triangle oxygone DEF, le Segment KD de 5 parties, & le Segment KE de 9, & élevez du point K sur la base DE la perpendiculaire KF de 12 parties, & alors le côté DF se trouvera de 13 parties, comme l'on connoîtra en ajoûtant ensemble le quarré 25 du Segment DK, & le quarré 144 de la hauteur FK, & en prenant la Racine quarrée de la somme 169 : & l'autre côté se trouvera de 15 parties, comme l'on connoîtra en ajoûtant ensemble le quarré 81 du Segment KE, & le quarré 144 de la perpendiculaire KF, & en prenant la Racine quarrée de la somme 225.

Enfin prenez sur la base GH du Triangle amblygone GHI, le Segment LG de 6 parties, & le Segment LH de 15, & élevez du point L, sur la base GH, la perpendiculaire LI de 8 parties,

Planche 3. 13. Fig.

& alors le côté GI se trouvera de 10 parties, comme l'on connoîtra en ajoûtant ensemble le quarré 36 du Segment GL, & le quarré 64 de la hauteur IL, & en prenant la racine quarrée de la somme 100 : & le côté HI se trouvera de 17 parties, comme l'on connoîtra en ajoûtant au quarré 225 du Segment LH, le quarré 64 de la perpendiculaire LI, & en prenant la Racine quarrée de la somme 289.

On connoît que le Triangle ABC est rectangle en A, parce que

que la somme 625 des quarrez 49, 576, des deux côtez AC, AB, est égale au quarré du troisiéme côté BC: que le Triangle DEF est oxygone, parce que la somme des quarrez de deux côtez quelconques est plus grande que le quarré du troisiéme côté:& enfin que le Triangle GHI, est amblygone, & que l'angle I est obtus, parce que le quarré 441 de son côté opposé GH, qui est de 21 parties, est plus grand que la somme 389 des quarrez 100, 289, des deux autres côtez GI, HI.

Enfin, l'on connoît que ces trois Triangles ABC, DEF, GHI, sont égaux, c'est-à dire, que leurs aires sont égales entre elles, parce qu'en multipliant la base AB par la hauteur AC, il vient la même chose qu'en multipliant la base DE par la hauteur FK, & aussi la même chose qu'en multipliant la base GH par la hauteur LI, sçavoir 168, qui est le double de l'aire de chaque Triangle laquelle par consequent sera 84. Les trois côtez du Triangle oxygone DEF, & la perpendiculaire FK, sont dans une continuelle Proportion Arithmetique.

PROBLEME XII.

Trouver une ligne droite égale à un arc de Cercle donné.

Pour trouver une ligne droite égale à l'arc de Cercle BCD, dont le centre est A, & dont le Rayon ou Demi-diametre est AB, ou AD, divisez cet arc en deux également au point C, & tirez les cordes BC, CD, BD. Prolongez la corde BD en E, en sorte que la ligne BE soit double de l'une des deux cordes égales BC, CD, c'est-à-dire, égale à la somme de ces deux cordes. Prolongez encore la ligne BE en F, en sorte que la ligne EF soit égale à la troisiéme partie de la ligne DE, & la ligne droite BF sera à peu prés égale à la courbe BCD; J'ai dit à peu prés, parce que la ligne BF est tant soit peu moindre que l'arc BCD, mais la difference est si petite lors que l'arc BCD ne passe pas 30 degrez, qu'il n'y a pas seulement une partie à redire de cent mille qu'on peut donner au Rayon AB, ou AD. Planche 3. 14. Fig.

Remarque.

Ceux qui sçavent la Trigonometrie, trouveront que si l'arc BCD est precisément de 30 degrez, ou la douziéme partie de la circonference de tout le Cercle, & que le Rayon AB, ou AC soit de 50000 parties, en sorte que le Diametre soit de 100000 parties, chacune des deux cordes BC, CD, sera de 13053 parties, & que par consequent leur somme, ou la ligne BE sera de 26106 parties, de laquelle ôtant la corde BD, qui se trouvera de 25882 parties, il en restera 224 pour la ligne DE, dont la troisiéme

troisiéme partie est 74 pour la ligne EF, laquelle étant ajoûtée à la ligne BE, ou à 26106, la somme sera 26180 pour la ligne BF, ou pour l'arc BCD, lequel enfin étant multiplié par 12, on aura 314160 pour la circonference du Cercle. Ainsi nous sçavons que quand le Diametre d'un Cercle est de 100000 parties, la circonference est d'environ 314160 semblables parties, & que par consequent le Diametre d'un Cercle est à sa circonference, environ comme 100000 est à 314160, ou comme 10000 à 31416.

Ce qui sert pour *trouver la circonference d'un Cercle, dont on connoît le Diametre*, sçavoir en multipliant ce Diametre toûjours par 31416, & en divisant le produit par 10000, ce qui se fera en retranchant de ce produit quatre figures à la droite, car les figures qui resteront à la gauche, feront connoître la circonference du Cercle, & les figures retranchées seront le Numerateur d'une fraction, dont le Dénominateur sera 10000.

Comme pour connoître la circonference d'un Bassin rond d'une fontaine, dont le Diametre est par exemple de 64 pieds, en multipliant 64 par 31416, & en retranchant quatre figures à la droite du produit 2010624, on aura 201 pieds, & $\frac{624}{10000}$, pour la circonference qu'on cherche.

Il faudroit faire tout le contraire, si l'on vouloit *connoître le Diametre d'un Cercle, ou d'une boule par sa circonference connuë*, c'est-à dire, qu'il faudroit multiplier cette circonference par 10000, ce qui se fera en lui ajoûtant vers la droite quatre zero, & en divisant le produit par 31416.

Ainsi pour connoître le Diametre d'une Tour ronde, dont on a mesuré le contour ou la circonference en dehors par le moyen d'une longue corde, qui soit par exemple de 154 pieds, en ajoûtant quatre zero à la droite de ce nombre 154, & en divisant 1540000 par 31416, on aura 49 pieds pour le Diametre qu'on cherche.

PROBLEME XIII.

Trouver entre deux lignes données une, ou deux, ou trois moyennes proportionnelles.

Planche 8.15.Fig. PRemierement, pour trouver entre les deux lignes données AB, AC, une moyenne proportionnelle, ayant décrit autour de la plus grande AB, le Demi-cercle ADB, élevez de l'extremité C de la plus petite AC, la perpendiculaire CD, & menez la droite AD, qui sera moyenne proportionnelle entre les deux AB, AC.

16. Fig. Pour trouver entre les deux lignes données AB, AC, deux moyennes

moyennes continuellement proportionnelles, ayant fait de ces deux lignes données AB, AC, le Parallelogramme rectangle ABDC, décrivez de son centre E, le quart de Cercle GHF de telle grandeur que la droite FG, qui sera tirée par les deux points F, G, où il coupe les deux lignes données AC, AB, prolongées, passe par l'angle droit D, & alors les deux lignes CF, BG, seront les deux moyennes proportionnelles qu'on cherche, de sorte que les quatre lignes AB, CF, BG, AC, seront continuellement proportionnelles.

Enfin, pour trouver entre les deux lignes données AB, AC, trois moyennes continuellement proportionnelles, ayant trouvé entre ces deux lignes données AB, AC, une moyenne proportionnelle AD, comme il a été enseigné, cherchez de la même façon entre cette moyenne AD, & la premiere AC, une autre moyenne proportionnelle AF, & entre la même moyenne AD & la derniere AB, une autre moyenne proportionnelle AG, & les trois lignes AF, AD, AG, seront les moyennes proportionnelles qu'on cherche, de sorte que les cinq lignes AC, AF, AD, AG, AB, seront dans une proportion continuë. 15. Fig. Planche 3. 25. Fig.

Remarque.

Si les deux lignes AB, AC, sont données en nombres, comme si AB étoit de 32 pieds, & AC de 2, on pourra exprimer en nombres les trois moyennes AF, AD, AG, en multipliant ensemble les deux nombres 32, & 2, des deux lignes données AB, AC, & en prenant la Racine quarrée du produit 64, qui donnera 8 pour la moyenne AD, laquelle étant multipliée separément par la premiere AC, & par la derniere AB, les Racines quarrées des deux produits 16, 256, donneront 4 pour AF, & 16 pour AG.

Mais pour trouver en nombres seulement deux moyennes proportionnelles entre les deux proposées AB, AC, telles que sont les deux CF, BG, en supposant que la plus petite AB soit de 2 pieds, & la plus grande AC de 16; multipliez le quarré 4 de la premiere AB, par la derniere AC, & prenez la Racine cubique du produit 64, qui donnera 4 pour la premiere moyenne proportionnelle CF, qui suit en proportion la premiere des deux données AB: & pareillement multipliez le quarré 256 de la derniere AC, par la premiere AB, & prenez la Racine cubique du produit 512, qui donnera 8 pour l'autre moyenne proportionnelle BG. 16. Fig.

PROBLEME XIV.

Décrire dans un Cercle donné quatre Cercles égaux qui se touchent mutuellement, & aussi la circonference du Cercle donné.

Planche 3.17.Fig.

AYant divisé le Cercle donné ABCD, dont le centre est E, en quatre parties égales, par les deux Diametres perpendiculaires AC, BD, prenez sur le Diametre BD, la ligne DF, égale à la ligne CD; qui est la soûtendante ou la corde du quart de Cercle, & la ligne EF donnera la longueur du Rayon de chacun des quatre Cercles égaux qu'on cherche. Si donc on porte la longueur de cette ligne EF sur les Diametres perpendiculaires AC, BD, en AK, BG, CH, DI, & que des centres K, G, H, I, l'on décrive par les points A, B, C, D, quatre circonferences de Cercle, elles se toucheront mutuellement, & aussi celle du Cercle donné ABCD.

Remarque.

Si l'on joint deux centres quelconques, comme I, K, par la ligne droite IK, cette ligne droite IK sera parallele à sa corde correspondante DA, & passera par le point d'attouchement O: elle fera par consequent en I un angle demi-droit, ou de 45 degrez avec le Diametre BD; ce qui fait que l'arc LO sera aussi de 45 degrez, aussi bien que l'arc MO, parce que tout l'arc LM est un quart de Cercle. D'où il suit que si l'on joint la droite CF, l'angle ECF sera de 22 degrez & 30 minutes, d'où l'on peut tirer une autre construction pour la resolution du Probléme.

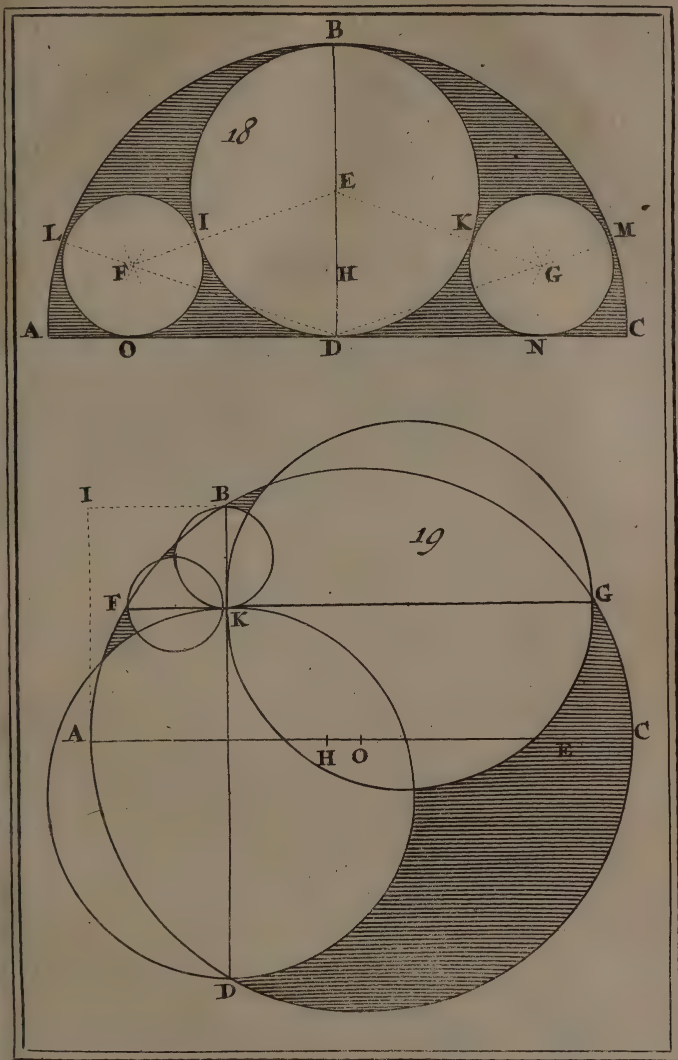
PROBLEME XV.

Décrire dans un Demi-cercle donné trois Cercles, qui touchent la circonference & le Diametre de ce Demi-cercle donné, & dont celui du milieu qui est le plus grand, touche les deux autres qui sont égaux.

Planche 4.18.Fig.

ELevez du centre D du Demi-cercle donné ABC, sur son Diametre AC, la perpendiculaire DB, & la divisez en deux également au point E, qui sera le centre du plus grand des trois Cercles qu'on cherche, lequel par consequent sera BIDK.

Pour décrire les deux autres Cercles qui sont égaux entre eux, divisez le Demi-diametre DE, en deux également au point H, &


B
18
E
L
I
K
M
F
H
G
A
C
O
D
N
I
B
19
F
K
G
A
H
O
E
C
D

& décrivez de part & d'autre des deux points E, D, avec l'ouverture BH, deux arcs de Cercle, qui se coupent ici aux deux points F, G, qui seront les centres des deux Cercles égaux, qu'il ne sera pas difficile de décrire, parce que le Rayon de chacun est égal à la ligne DH, ou à la quatriéme partie du Diametre BD, ou bien, ce qui est la même chose, à la huitiéme partie du grand Diametre AC.

Remarque.

Il est évident que le Demi-cercle ABC est double du Cercle BIDK, parce que le Diametre AC est double du Diametre BD: & que pareillement le Demi-cercle BID est double du Cercle ILO, parce que le Rayon DE est double du Rayon FI, ou FL. D'où il est aisé de conclure que le Triangle mixtiligne ABID est égal au Demi-cercle BDI, & que par consequent le Demi-cercle ABC se trouve divisé en quatre parties égales par le Diametre BD, & par la circonference BIDK.

PROBLEME XVI.

Décrire quatre Cercles proportionnels, en sorte que leur somme soit égale à un Cercle donné, & que la somme de leurs Rayons soit égale à une ligne donnée.

QUe le Cercle donné soit ABCD, dont le centre soit O, & un Diametre soit AC, & que la ligne donnée soit AE, qui doit être plus grande que le Rayon AO, & moindre que le Diametre AC, si l'on veut que les quatre Cercles qu'on cherche, soient inégaux. Les Diametres de ces quatre Cercles se determineront en cette sorte. Planche 4. 19. Fig.

Ayant tiré à volonté dans le Cercle donné ABCD, la ligne FG parallele au Diametre AC, & ayant retranché de la ligne donnée AE, la partie EH égale à la moitié de la ligne FG, tirez par l'extrémité A, du Diametre AC, la ligne AI égale à la ligne AH, & perpendiculaire au Diametre AC, & tirez par le point I, au même Diametre AC, la parallele IB, qui rencontre ici la circonference du Cercle donné au point B, par lequel on tirera la ligne BD, perpendiculaire à la ligne FG, & les quatre lignes KF, KB, KG, KD, seront les Diametres des quatre Cercles qu'on cherche.

Remarque.

Il peut arriver que les deux plus petits Cercles KF, KB, seront égaux entre eux, aussi bien que les deux plus grands KG, KD, sçavoir lors que la ligne FG sera égale à la ligne donnée AE.

Ainsi

Ainsi quand on voudra que tous ces quatre Cercles soient inégaux, on doit tirer la ligne FG, avec cette circonspection, qu'elle soit plus grande ou plus petite que la ligne donnée AE, & dans ce cas, le Cercle KF sera le plus petit de tous, & le Cercle KD sera le plus grand.

PROBLEME XVII.

Déterminer sur la circonference d'un Cercle donné un arc, dont le Sinus soit égal à la corde du complement de cet arc.

Planche 5. 20. Fig. POur déterminer sur la circonference du quart de Cercle ABC, dont le centre est A, l'arc CD, dont le Sinus ED soit égal à la corde BD du complement de cet arc ; ayant élevé de l'extrémité B, du Rayon AB, la perpendiculaire BG égale à la corde BC du quart de Cercle, tirez du centre A par le point G, la droite AG, & ayant pris sur le Rayon AB, la partie AF égale à la partie GH, élevez du point F sur AB, la perpendiculaire FD, qui déterminera l'arc CD qu'on cherche.

Remarque.

La Secante AG de l'Arc BH est égale à la Tangente d'un arc de 60 degrez, c'est-à dire, que le Rayon AH étant de 100000 parties la ligne AG en comprend 173205, de laquelle ôtant GH, ou 100000, le reste 73205 est la partie GH, ou AF, c'est-à-dire le Sinus ED de l'arc CD, qui se trouvera de 47. 3'. 31". & par consequent son complement BD de 42. 56'. 29". Ainsi nous sçavons que le Sinus d'un arc de 47. 3'. 31". est égal à la corde d'un arc de 42. 56'. 29". qui est son complement.

PROBLEME XVIII.

Décrire un Triangle rectangle, dont les trois côtez soient en Proportion Geometrique.

Planche 5. 21. Fig. AYant décrit à volonté le Demi-cercle ABC, dont le centre est D, & dont le Diametre AC sera pris pour l'hypotenuse du Triangle rectangle qu'on cherche, tirez par l'extrémité C de ce Diametre AC, la ligne CE égale & perpendiculaire au même Diametre AC, & joignez la droite DE, qui se trouve ici coupée par la circonference du Demi-cercle ABC au point F. Portez la longueur de la partie EF sur la circonference ABC ; depuis A en B, & joignez les droites AB, BC, qui feront au point

B un angle droit, & le Triangle rectangle ABC, sera celui qu'on cherche, de sorte qu'il y aura même raison du côté AB, au côté BC, que du même côté BC, à l'hypotenuse AC.

Remarque.

Si de l'angle droit B, l'on tire la ligne BG perpendiculaire à l'hypotenuse AC, le plus grand Segment CG sera égal au plus petit côté opposé AB, ou à la partie EF, d'où l'on peut tirer une autre construction pour la resolution du Probléme, sçavoir en prenant sur le Diametre AC, la partie CG égale à la partie EF, & en abaissant du point G, la perpendiculaire GB, &c.

On aura une troisiéme construction, si l'on considere que l'hypotenuse AC se trouve coupée au point G par sa perpendiculaire BG, dans la moyenne & extréme raison, c'est-à-dire, que l'hypotenuse AC est à son plus grand Segment CG, comme le même plus grand Segment CG est au plus petit AG. Planche 5.21.Fig.

Si vous voulez une quatriéme construction, abaissez de l'extrémité A, la ligne AG perpendiculaire au Diametre AC, & égale à la troisiéme partie du même Diametre AC, & tirez par le point G, au Diametre AC, la parallele GH, qui sera égale à la troisiéme partie du petit Segment AG, &c.

PROBLEME XIX.

Décrire quatre Cercles égaux qui se touchent mutuellement, & qui touchent par le dehors la circonference d'un Cercle donné.

Ayant divisé le Cercle donné ABCD en quatre parties égales par les deux Diametres AC, BD, qui se coupent à angles droits au centre E, prenez sur le Diametre AC prolongé la ligne AF égale à la ligne AB, ou à la corde du quart de Cercle, & la ligne EF donnera la longueur du Rayon de chacun des quatre Cercles égaux qu'on cherche. Si donc on porte cette longueur EF sur chacun des deux Diametres prolongez AC, BD, depuis la circonference du Cercle donné ABCD, aux points G, H, I, K, & que de ces points G, H, I, K, comme centres on décrive par les points A, B, C, D, autant de Cercles égaux, ces quatre Cercles se toucheront mutuellement, & aussi la circonference du Cercle donné ABCD. 22. Fig.

Remarque.

Si l'on joint deux centres quelconques, comme G, H, par la droite GH, cette ligne GH sera parallele à la corde correspondante AB, & elle passera par le point d'attouchement O : elle Planche 5.22.Fig.

sera

sera par consequent aux points G, H, des angles demi-droits, ou de 45 degrez, ce qui fait que chacun des arcs AO, BO, sera aussi de 45 degrez. D'où il est aisé de conclure, qu'en prolongeant de part & d'autre la corde AB en M & en N, chacun des arcs AM, BN, sera un quart de Cercle.

PROBLEME XX.

Décrire un Triangle rectangle, dont les trois côtez soient en Proportion Arithmetique.

Planche 6.23. Fig. AYant parcouru sur la ligne indéfinie AB cinq parties égales d'une grandeur volontaire, depuis A jusqu'en B, & ayant pris la ligne terminée AB pour l'hypotenuse du Triangle rectangle qu'on cherche; décrivez de son extrémité A, à l'ouverture de trois parties un arc de Cercle, & de l'autre extrémité B, à l'ouverture de quatre parties un autre arc de Cercle, qui coupera le premier en un point, comme C, duquel vous tirerez aux deux extrémitez A, B, de l'hypotenuse AB, les droites AC, BC, & le Triangle ABC sera rectangle en C, & ses trois côtez AB, BC, AC, seront en Proportion Arithmetique, c'est-à-dire, qu'ils se surpasseront également, puis que le côté AB est de 5 parties, le côté BC de 4, & le côté AC de 3.

Remarque.

Planche 6.23. Fig. Ce Triangle rectangle est le seul dans son espece, dont les trois côtez soient Arithmetiquement proportionnels, ils sont tels, que la somme de leurs Cubes en nombres est un Cube parfait: car AB étant 5, son Cube est 125, BC étant 4, son Cube est 64, & AC étant 3, son Cube est 27, & la somme 216 de ces trois Cubes 125, 64, 27, a sa Racine cubique 6, qui dans ce Triangle rectangle se rencontre égale à son aire.

24. Fig. Si l'on double tous les côtez du Triangle ABC, en sorte que le côté AB soit de 10 parties, le côté BC de 8, & le côté AC de 6, on aura un autre Triangle rectangle semblable au precedent, ce qui fait que ses trois côtez seront toûjours en Proportion Arithmetique, & que la somme de leurs Cubes sera aussi un Cube parfait, sçavoir 1728, dont le côté, ou la Racine cubique est 12. De plus l'aire & le contour de ce second Triangle rectangle ABC seront égaux entre eux, chacun étant 24. Voyez le *Probl.* 23.

PROBLEME XXI.

Décrire six Cercles égaux qui se touchent mutuellement, & aussi les trois côtez & les trois angles d'un Triangle donné équilateral.

Que le Triangle équilateral donné soit ABC, & que son centre soit D. Tirez de ce centre D, par les trois angles A, B, C, & par les milieux E, F, G, des trois côtez autant de lignes droites, pour y marquer les centres K, L, M, N, O, P, des six Cercles qu'on cherche, en cette sorte. Planche 6. 25. Fig.

Ayant pris sur le côté AB, la partie EH égale à la moitié de la perpendiculaire DE, & ayant joint la droite DH, prolongez cette ligne DH en I, en sorte que la partie HI soit égale à la partie HE, & toute la ligne DI donnera la longueur du Rayon de chacun des six Cercles égaux qu'on veut décrire, dont les centres se trouveront en portant cette longueur DI, depuis E en K, depuis B en L, &c. 25. Fig.

Remarque.

Si l'on joint les deux centres P, L, par la droite PL, cette ligne PL sera parallele au côté AB, & divisera par consequent à angles droits & en deux également au point Q, le Rayon EK. D'où il suit que si l'on joint la droite EL, & la droite KL, qui passera par le point d'attouchement R, le Triangle ELK sera isoscéle, chacun des deux côtez égaux EL, KL, étant double de la base EK: l'arc ER sera de 75. 31'. 20". & l'arc BR de 44. 28'. 40". ce qui fait que ces deux arcs font ensemble precisément 120 degrez, sçavoir autant que l'angle PDL.

PROBLEME XXII.

Etant donnez plusieurs Demi-cercles qui se touchent à l'angle droit de deux lignes perpendiculaires, & qui ont leurs centres sur l'une de ces deux lignes: trouver les points où ces Demi-cercles peuvent être touchez par des lignes droites tirées de ces points à un point donné sur l'autre ligne perpendiculaire.

Que les Demi-cercles ABC, ADE, AFG, AHI, AKL, qui ont leurs centres sur la ligne AL perpendiculaire à la ligne AM, se touchent à l'angle droit A, & qu'il faille trouver 26. Fig.

Planche 6.26. Fig. trouver les points où tous ces Demi-cercles seront touchez chacun par une ligne droite tirée du point M donné sur la ligne AM.

Décrivez du point donné M, comme centre, par le point d'attouchement A, l'arc de Cercle AK, qui coupera les circonferences des Demi-cercles donnez en des points, comme B, D, F, H, K, qui seront les points d'attouchement qu'on cherche.

Remarque.

Lors que les divisions de la ligne AL seront égales entre elles, on pourra se servir de ces Demi-cercles pour diviser une ligne donnée en parties égales, sçavoir en appliquant cette ligne, comme seroit AK, ou AO, depuis le point A sur la circonference du cinquiéme Demi-cercle, si on la veut diviser en cinq parties égales, comme elle se trouvera ainsi divisée par les circonferences des autres Demi-cercles. C'est de la même façon que l'on divisera en trois parties égales la ligne proposée, ou bien la ligne AN, &c.

PROBLEME XXIII.

Décrire un Triangle rectangle, dont l'aire soit en nombres égale au contour.

Planche 7.27. Fig. Tirez les deux lignes perpendiculaires AB, AC, d'une telle grandeur, que la premiere AB soit de 5 parties prises sur une Echelle divisée en parties égales, & que la seconde AC soit de 12 parties de la même Echelle, & joignez l'hypotenuse BC, qui se trouvera precisément de 13 parties égales, comme l'on
Planche 7.27. Fig. connoît en ajoûtant ensemble les quarrez 25, 144, des deux côtez AB, AC, & en prenant la Racine quarrée de la somme 169 : & l'aire du Triangle rectangle ABC sera égale à son contour, ou à la somme des trois côtez, chacun étant 30. Il arrive la même chose à cet autre Triangle rectangle en nombres 6, 8, 10, dont l'aire & le contour sont chacun 24.

Remarque.

Il n'y a en nombres entiers que ces deux Triangles rectangles, 6, 8, 10, & 5, 12, 13, dont l'aire dans chacun soit égale à son contour : mais en nombres rompus il y en a une infinité, que l'on peut trouver par ce Canon general qui a sa démonstration. *Formez d'un nombre quarré quelconque, & du même nombre quarré augmenté de 2, un Triangle rectangle, & le divisez par ce nombre quarré, pour avoir un second Triangle rectangle, dont l'aire sera égale à son contour.*

Comm

Comme si de 9 & de 11, on forme ce Triangle rectangle 40, 198, 202, & qu'on le divise par 9, on aura cet autre Triangle rectangle $\frac{40,\ 198,\ 202,}{9}$ dont l'aire & le contour sont égaux, chacun étant $\frac{440}{9}$. Pareillement si de 16 & de 18, on forme ce Triangle rectangle 68, 576, 580, & qu'on le divise par 16, on aura cet autre Triangle, $\frac{17,\ 144,\ 145,}{4}$ dont le contour & l'aire sont chacun $\frac{}{2}$. Ainsi des autres.

PROBLEME XXIV.

Décrire au dedans d'un Triangle équilateral, trois Cercles égaux qui se touchent mutuellement, & aussi les trois côtez du Triangle équilateral.

Pour inscrire dans le Triangle équilateral ABC trois Cercles égaux qui se touchant mutuellement, touchent aussi les côtez de ce Triangle, divisez chacun de ces côtez en deux également aux points D, E, F, par lesquels vous tirerez aux angles opposez autant de lignes droites, sur lesquelles on marquera les centres G, H, I, des trois Cercles qu'on cherche, en transportant sur chaque ligne perpendiculaire la moitié du côté du Triangle équilateral depuis son point de milieu, sçavoir la moitié AD, ou BD, depuis D en G, depuis E en I, & depuis F en H, &c. Planche 7. Fig. 28.

Remarque.

Si l'on joint les trois centres G, H, I, par des lignes droites qui passeront par les points d'attouchement, on aura le Triangle équilateral GHI, dont les côtez seront paralleles à ceux du Triangle donné ABC, & trois Trapezoïdes égaux AIHB, BHGC, CGIA, dont chacun a trois côtez égaux à ceux du Triangle équilateral GHI, & dont les aires sont égales chacune à la huitiéme partie du quarré du côté AB du Triangle donné ABC.

PROBLEME XXV.

Décrire un Triangle rectangle, dont l'aire en nombre soit sesquialtere du contour.

Tirez les deux lignes perpendiculaires AB, AC, d'une telle grandeur que la premiere AB soit de 8 parties prises sur une Echelle divisée en parties égales, & que la seconde AC soit Planche 7. Fig. 29.

de

de 15 parties de la même Echelle, & joignez l'hypotenuse BC, qui se trouvera precisément de 17 parties égales, comme l'on connoît en ajoûtant ensemble les quarrez 64, 225, des deux côtez AB, AC, & en prenant la Racine quarrée de la somme 289 : & l'aire 60 du Triangle rectangle ABC sera au contour 40, comme 3 est à 2. Il arrive la même chose à cet autre Triangle rectangle en nombres 7, 24, 25, dont l'aire 84 est aussi sesquialtere du contour 56, de sorte que ce contour 56 est égal aux deux tiers de l'aire 84.

Remarque.

Il n'y a en nombres entiers que ces deux Triangles rectangles 8, 15, 17, & 7, 24, 25, dont l'aire dans chacun soit sesquialtere de son contour : mais en nombres rompus il y en a une infinité d'autres de la même qualité, que l'on peut trouver par ce Canon general, que nous avons tiré de l'Algebre. *Formez d'un nombre quarré quelconque, & du même nombre quarré augmenté de 3, un Triangle rectangle, & le divisez par ce nombre quarré, pour avoir un second Triangle rectangle, dont l'aire sera sesquialtere du contour.*

Planche 7. 29. Fig. Comme si de 4 & de 7, on forme ce Triangle rectangle 33, 56, 65, & qu'on le divise par 4, on aura cet autre Triangle rectangle $\frac{33,\ 56,\ 65,}{4}$ dont l'aire $\frac{231}{4}$ est à son contour $\frac{77}{2}$, comme 3 est à 2. Pareillement si de 16 & de 19, on forme ce Triangle rectangle 105, 608, 617, & qu'on le divise par 16, on aura cet autre Triangle rectangle $\frac{105,\ 608,\ 617}{16}$, dont l'aire $\frac{1995}{16}$ est à son contour $\frac{665}{8}$, comme 3 est à 2. Ainsi des autres.

PROBLEME XXVI.

Décrire au dedans d'un Quarré donné quatre Cercles égaux, qui se touchent mutuellement, & aussi les côtez de ce Quarré.

30. Fig. Si le Quarré donné est ABCD, divisez chacun de ses côtez en deux également aux points F, G, H, I, & menez les droites FH, GI, qui se couperont à angles droits & en deux également au centre E du Quarré. On marquera sur ces deux lignes FH, GI, les centres L, M, N, O, des quatre Cercles qu'on cherche, en cette sorte.

Joignez la droite HI, & en retranchez la partie IK égale à la moitié IE, ou GE de la ligne IG, ou du côté du Quarré donné, & le reste HK sera le Rayon de chacun des quatre Cercles qu'on

veut

veut décrire : c'est pourquoi si l'on porte la longueur HK sur les lignes FH, GI, depuis leurs extrémitez F, G, H, I, aux points N, M, L, O, le Probléme sera resolu. Planche 7. 30. Fig.

Ou bien plus facilement, retranchez de la ligne IG, la partie IT, égale à la ligne IH, & faites les lignes EL, EM, EN, EO, égales chacune au reste TG, pour avoir, comme auparavant, les centres L, M, N, O, des quatre Cercles qu'on cherche, que l'on trouvera aussi en faisant les lignes FN, GM, HL, IO, égales chacune à la partie ET.

Ou bien encore, faites les quatre lignes AP, AQ, CR, CS, égales chacune à la ligne IH, & joignez les droites PQ, RS, qui donneront sur les deux lignes FH, GI, les centres L, M, N, O, des quatre Cercles qu'on cherche.

Remarque.

Il est évident que chacune des deux lignes PQ, RS, est égale au côté AB du Quarré donné ABCD, & que chacune des deux lignes PR, QS, est égale au Diametre de chacun des Cercles égaux qui se touchent. Il est évident aussi que chacun des deux Triangles isoscéles rectangles APQ, CRS, est égal au Quarré DIEH, ou à la quatriéme partie du Quarré proposé ABCD : & que le Triangle isoscéle rectangle OEN, est égal au Quarré du Rayon OI.

PROBLEME XXVII.

Décrire un Parallelogramme rectangle, dont l'aire en nombres soit égale au contour.

Tirez les deux lignes perpendiculaires AB, AD, d'une telle grandeur que la premiere AB soit de 3 parties prises sur une Echelle divisée en parties égales, & que la seconde AD soit de 6 parties de la même Echelle. Décrivez du point D, avec l'ouverture de la ligne AB, un arc de Cercle, & du point B, avec l'ouverture de la ligne AD, un autre arc de Cercle, qui rencontre ici le premier au point C, par où vous tirerez les deux lignes BC, CD, qui acheveront le Rectangle ABCD, dont l'aire est égale au contour, chacun étant 18. Planche 7. 31. Fig.

Remarque.

Il n'y a en nombres entiers que ce Rectangle, & le Quarré, dont le côté est 4, où dans chacun l'aire soit égale au contour : mais il y en a une infinité en nombres rompus, dont la longueur & la largeur se détermineront en cette sorte.

Ayant donné au côté AD tel nombre qu'on voudra, mais plus grand que 2, comme 8, divisez son double 16 par le même côté diminué de 2, c'est à-dire, par 6, & le quotient $\frac{8}{3}$ sera l'autre côté AB. Ainsi on aura en nombres un Parallelogramme rectangle, ayant 8 pour longueur, & $\frac{8}{3}$ pour largeur, dont le contour & l'aire seront chacun $\frac{64}{3}$ ou $21\frac{1}{3}$.

PROBLEME XXVIII.

Mesurer avec le Chapeau une ligne accessible sur la terre en l'une de ses deux extrémitez.

Planche 8. 32. Fig. IL ne faut pas que la ligne à mesurer soit d'une grandeur énorme, autrement il seroit difficile de la mesurer exactement avec le Chapeau; parce que pour peu que l'on manquât à viser juste, ou à se tenir bien droit, on se manqueroit sensiblement dans la mesure d'une ligne si longue, sur tout si le terrain étoit un peu inégal.

Pour donc mesurer avec le Chapeau la ligne AB accessible en son extrémité A, comme seroit la largeur d'une petite riviere, il faut que celui qui la veut mesurer se tienne bien droit à cette extrémité A, & qu'appuyant son menton sur un petit bâton qui doit être aussi appuyé sur quelque bouton de son habit, afin que sa tête puisse demeurer en même état, il abaisse son chapeau sur le front jusqu'à ce que le bord de son chapeau cache à sa vuë l'extrémité inaccessible B de la ligne à mesurer AB; aprés quoi il doit se tourner vers un terrain égal & uniforme, & remarquer en regardant par le même bord de son chapeau le point de ce terrain, où sa vûë se terminera comme C, & alors en mesurant avec un cordeau, ou avec une chaîne la distance AC il aura la longueur de la ligne proposée AB.

PROBLEME XXIX.

Mesurer une ligne horizontale accessible en l'une de ses deux extrémitez par le moyen de deux Bâtons inégaux.

33. Fig. POur connoître la longueur de la ligne horizontale AB, qui represente la largeur du fossé ABCD, & qui est accessible en son extrémité A, élevez à plomb en cette extrémité A, le plus petit bâton AE des deux, dont vous voulez vous servir pour mesurer cette ligne AB, & plantez aussi à plomb l'autre bâton plus grand FG, en ligne droite avec la ligne à mesurer AB, & à telle distance du premier AE, que par les deux bouts E, G, de ces deux

deux bâtons ainsi élevez vous apperceviez l'autre extrémité B inaccessible. Aprés cela mesurez exactement la distance AF, que nous supposerons de 12 pieds, & la longueur de deux bâtons AE, FG, dont le plus petit AE sera supposé de 3 pieds, & le plus grand FG de 5, de sorte que dans cette supposition l'excés du grand bâton FG sur le plus petit AE sera de 2 pieds, comme l'on connoît en ôtant 3 de 5; cet excés 2 sera le premier terme d'une Regle de trois directe, dont le second sera 12, ou la distance AF, & le troisiéme sera 3, ou le plus petit bâton AE, le quatriéme étant la ligne AB qu'on cherche, qui dans cet exemple se trouvera de 18 pieds: car si l'on multiplie le second terme 12, qui est la distance AF, par le troisiéme 3, qui est le plus petit bâton AE, & qu'on divise le produit 36 par 2, qui est l'excés du grand bâton FG sur le plus petit AE, on a 18 pieds pour la longueur de la ligne proposée AB. Planche 8. 33. Fig.

PROBLEME XXX.

Mesurer une Hauteur accessible par le moyen de son ombre.

POur connoître la Hauteur accessible AB, par le moyen de son ombre AC terminée par le Rayon BC du Soleil, élevez à plomb le bâton DE d'une longueur volontaire, comme de 8 pieds, & mesurez la grandeur de son ombre DF, que nous supposerons de 12 pieds. Mesurez en même temps l'ombre AC, qui soit par exemple de 36 pieds, j'ai dit en même temps, parce qu'autrement le Soleil changeant par son mouvement, ou par celui de la Terre, les Rayons BC, EF, ne seroient plus paralleles, ce qui empêcheroit de pouvoir trouver la Hauteur AB par la Regle de Trois directe, en disant, si 12 pieds de l'ombre DF proviennent d'une Hauteur DE de 8 pieds, de quelle Hauteur proviendra l'ombre AC de 36 pieds? & l'on trouvera 24 pieds pour la Hauteur AB qu'on cherche: car en multipliant le troisiéme terme 36 par le second 8, & en divisant le produit 288 par le premier 12, le quotient est 24 pour le quatriéme terme proportionnel, ou pour la Hauteur proposée AB. Planche 8. 34. Fig.

PROBLEME XXXI.

Trouver à trois lignes données une quatriéme proportionnelle.

POur trouver aux trois lignes données AB, AC, AD, une quatriéme proportionnelle, décrivez des deux extrémitez B, D, de la premiere & de la troisiéme ligne donnée, par l'ex- 35. Fig.

Planche 8. 35. Fig. trémité commune A, les deux arcs de Cercle AEF, AGH, & ayant appliqué sur le premier AEF la ligne AE égale à la seconde ligne donnée AC, prolongez cette ligne AE jusqu'à ce qu'elle rencontre le second arc AGH, en quelque point, comme en G, & toute la ligne AG sera la quatriéme proportionnelle qu'on cherche.

PROBLEME XXXII.

Décrire sur une ligne donnée un Parallelogramme rectangle, dont l'aire soit double de celle d'un Triangle donné.

36. Fig. SI le Triangle donné est ABC, & que la ligne donnée soit BE, tirez-lui la perpendiculaire EF, qui soit quatriéme proportionnelle à la Base donnée BE, à la Base AB du Triangle donné ABC, & à sa hauteur CD, & achevez le Rectangle BEFG, qui sera celui qu'on cherche. Ce Probléme n'a été ici mis que pour resoudre le suivant.

PROBLEME XXXIII.

Changer un Triangle donné en un autre Triangle, dont chaque côté soit plus grand que chaque côté du Triangle donné.

Planche 8. 37. Fig. SI le Triangle donné est ABC, prolongez sa base AB de part & d'autre en D & en E, en sorte que la ligne AD soit égale au côté AC, & la ligne BE au côté BC, & par le moyen du Probléme precedent, décrivez sur la ligne DE le Parallelogramme rectangle DEGF, qui soit double du Triangle donné ABC. Cela étant fait, si l'on prend sur la ligne DE entre les points A, B, un point à discretion, comme H, duquel on tire aux deux extrémitez F, G, les droites FH, GH, le Triangle FGH sera celui qu'on cherche, c'est à-dire, qu'il sera égal au proposé ABC, chacun étant la moitié du Rectangle FGED, & que chacun de ses côtez sera plus grand que chacun des côtez du Triangle donné ABC.

Remarque.

On peut même avoir un Triangle moindre que le proposé ABC, quoi que tous ses côtez soient plus grands que tous les côtez du Triangle ABC, sçavoir en prenant le sommet H du Triangle FGH au dessous de la Base AB.

PRO-

PROBLEME XXXIV.

Etant donnez ſur une même ligne droite deux Demi-cercles qui ſe touchent en dedans, décrire un Cercle qui touche la ligne droite & les circonferences des deux Demi-cercles donnez.

JE ſuppoſe que les deux Demi-cercles ABC, ADE, ſont poſez ſur la ligne droite AC, & qu'ils ſe touchent au point A. Pour décrire un Cercle qui touche les deux circonferences ABC, ADE, & la partie EC de la ligne droite AC, portez la longueur du Demi-diametre AG, du grand Demi-cercle ABC, depuis le centre F du petit Demi-cercle ADE, en O, pour avoir la ligne AO égale à la ſomme des Demi-diametres AF, AG, des deux Demi-cercles donnez ABC, ADE. Elevez du point E, ſur AC, la perpendiculaire EB, & joignez la droite AB. Cherchez aux deux lignes AO, AB, une troiſiéme proportionnelle AH, pour avoir en H le point d'attouchement du Cercle qu'on veut décrire, & de la ligne droite EC. Elevez de ce point H ſur EC la perpendiculaire HI quatriéme proportionnelle aux trois lignes AO, AH, FG, pour avoir en I le centre du Cercle qu'on cherche, dont la circonference doit paſſer par le point H, &c. Planche 8. Fig. 38.

Remarque.

Si au dedans de l'eſpace terminé par les deux circonferences ABC, ADE, l'on décrit un ſecond Cercle qui touche le premier décrit du centre I, & les deux circonferences ABC, ADE, & que du centre K de ce ſecond Cercle l'on abaiſſe la droite KL perpendiculaire au Diametre AC, cette perpendiculaire KL ſera triple du Rayon du Cercle décrit du centre K: & ſi au dedans du même eſpace l'on décrit un troiſiéme Cercle qui touche le ſecond décrit du centre K, & les circonferences ABC, ADE, la perpendiculaire tirée du centre M de ce troiſiéme Cercle ſur le Diametre AC, ſera quintuple du Rayon du même Cercle: & pareillement ſi au dedans du même eſpace l'on décrit un quatriéme Cercle qui touche le troiſiéme décrit du centre K, & les circonferences des deux Demi-cercles, la perpendiculaire tirée du centre P de ce quatriéme Cercle ſur le Diametre AC, ſera ſeptuple du Rayon du même Cercle, & ainſi des autres, ſelon la Progreſſion des nombres impairs 3, 5, 7, 9, &c.

Nous remarquerons ici pour les Sçavans, que tous les Cercles infinis qui peuvent toucher les deux circonferences ABC, ADE, ont leurs centres dans la circonference d'une Ellipſe, dont un Axe eſt AO, qui a la ligne AH pour Parametre.

PROBLEME XXXV.

Etant donnez ſur une ligne droite trois Demi-cercles qui ſe touchent en dedans, décrire un Cercle qui touche les circonferences des trois Demi-cercles.

Planche 9. 39. Fig.

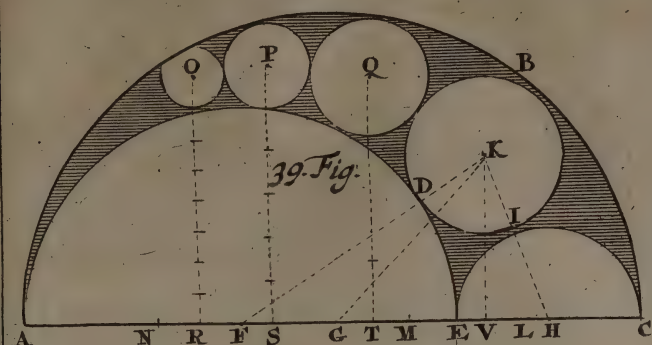
SI les trois Demi-cercles ſont ABC, ADE, EIC, dont les centres F, G, H, ſont ſur la ligne droite AC, ayant trouvé à la ligne FG, & au Rayon AF, une troiſiéme proportionnelle AL, cherchez à la ſomme des deux lignes AL, AG, au Rayon AG, & au Rayon AF, une quatriéme proportionnelle qui ſera la longueur du Rayon KI du Cercle qu'on cherche, dont la longueur doit être portée ſur la ligne AC, depuis G en M, & depuis F en N, afin que décrivant du centre N avec l'ouverture NE un arc de Cercle, & du centre H, avec l'ouverture FM un autre arc de Cercle, que l'on pourroit auſſi décrire du centre G avec l'ouverture MC, on ait en la commune interſection K de ces deux arcs, le centre du Cercle qu'on cherche, qu'il ne ſera pas difficile de décrire, puis que ſon Rayon eſt connu, ſçavoir GM, ou FN.

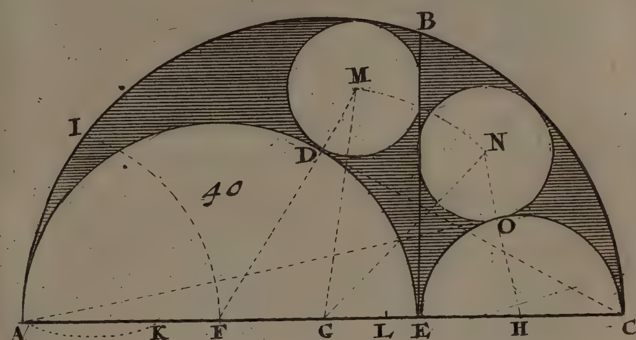
Remarque.

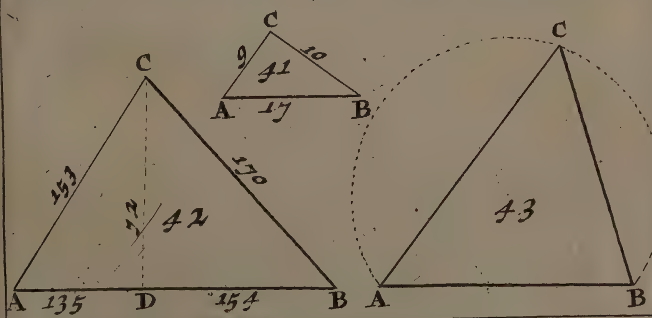
Si l'on joint le centre K avec les centres F, G, H, des trois Demi-cercles donnez, par les lignes droites FK, GK, HK, on aura les deux Triangles FKG, GKH, de même contour, le contour de chacun étant égal au Diametre AC du grand Demi-cercle donné ABC, à cauſe des deux lignes égales AF, GH.

Si entre les deux circonferences ABC, ADE, l'on décrit, comme dans le Probléme precedent, autant de Cercles qu'on voudra, qui ſe touchent mutuellement, & auſſi les deux circonferences ABC, ADE, & que de leurs centres O, P, Q, K, l'on tire ſur le Diametre AC, autant de perpendiculaires, la perpendiculaire KV ſera égale au Diametre de ſon Cercle, la perpendiculaire QT ſera double du Diametre de ſon Cercle, la perpendiculaire PS ſera triple du Diametre de ſon Cercle, la perpendiculaire OR ſera quadruple du Diametre de ſon Cercle, & ainſi des autres, ſelon la ſuite des nombres naturels 1, 2, 3, 4, 5, 6, &c.

PRO-


O
P
Q
B
K
39. Fig.
D
I
A
N
R
F
S
G
T
M
E
V
L
H
C


B
M
I
N
D
40
O
A
K
F
G
L
E
H
C


C
9
10
41
A
17
B
C
153
170
42
A
135
D
154
B
C
43
A
B

PROBLEME XXXVI.

Etant donnez sur une ligne droite trois Demi-cercles qui se touchent en dedans, avec une autre ligne droite tirée par le point d'attouchement des deux Demi-cercles interieurs, & perpendiculaire à la premiere ligne droite : décrire deux Cercles égaux qui touchent cette perpendiculaire & les circonferences des deux Demi-cercles.

SI les trois Demi-cercles donnez sont ABC, ADE, EOC, dont les centres F, G, H, sont placez sur la ligne droite AC, qui est coupée à angles droits au point E par la ligne droite BE, on trouvera le Rayon commun aux deux Cercles égaux qui doivent toucher la perpendiculaire BE, & les circonferences de deux Demi-cercles, en décrivant du point A par le centre F, l'arc de Cercle FI, du point I par le point A, l'arc de Cercle AK, & la ligne KF donnera la longueur du Rayon des deux Cercles égaux qu'on cherche, dont les centres M, N, se trouveront en cette sorte. Planche 9. Fig. 40.

Ayant fait la ligne GL égale à la ligne KF, décrivez du centre G, avec l'ouverture LC, l'Arc de Cercle MN, & du centre F, avec l'ouverture KE, un autre arc de Cercle qui donnera sur le premier MN, le centre M du Cercle qui doit toucher les circonferences des deux Demi-cercles ABC, ADE, & la perpendiculaire EB. Décrivez aussi du centre H avec l'ouverture FL, un autre arc de Cercle qui coupera le premier MN au centre N du Cercle qui doit toucher la perpendiculaire BE, & les deux circonferences ABC, EOC.

Remarque.

Si l'on joint les deux centres M, N, avec les trois F, G, H, par des lignes droites, on aura les deux Triangles FMG, GNH, d'un contour égal, ce contour étant dans chaque Triangle égal au Diametre AC du plus grand Demi-cercle donné ABC, à cause des deux côtez égaux GM, GN, de la base GH égale au Rayon AF, & de la base FG égale au Rayon EH. De plus le Rayon MN, ou NO, est quatriéme proportionnel aux trois lignes AG, AF, FG. Enfin si l'on joint les droites AO, CD, elles seront perpendiculaires à leurs Rayons, c'est-à-dire, que la ligne AO sera perpendiculaire au Rayon HO, ou NO, & touchera par consequent les circonferences de ces deux Rayons au point O : & que la ligne CD sera perpendiculaire à chacun des deux Rayons FD, MD, & touchera par consequent au point D, les circonferences de ces deux Rayons.

 D'où

D'où l'on peut tirer une autre construction pour la resolution du Probléme.

PROBLEME XXXVII.

Décrire un Triangle, dont l'aire & le contour soient un même nombre quarré.

Planche 9. 41. Fig. AYant fait la Base AB de 17 parties prises sur une Echelle divisée en parties égales, décrivez de l'extrémité A, avec l'ouverture de 9 de ces parties un arc de Cercle, & un autre arc de Cercle de l'autre extremité B, avec l'ouverture de 10 des mêmes parties, qui coupera le premier en un point, comme C, & joignez les droites AC, BC, & le Triangle ABC sera celui qu'on cherche, son aire & son contour étant chacun 36, dont la Racine quarrée est 6.

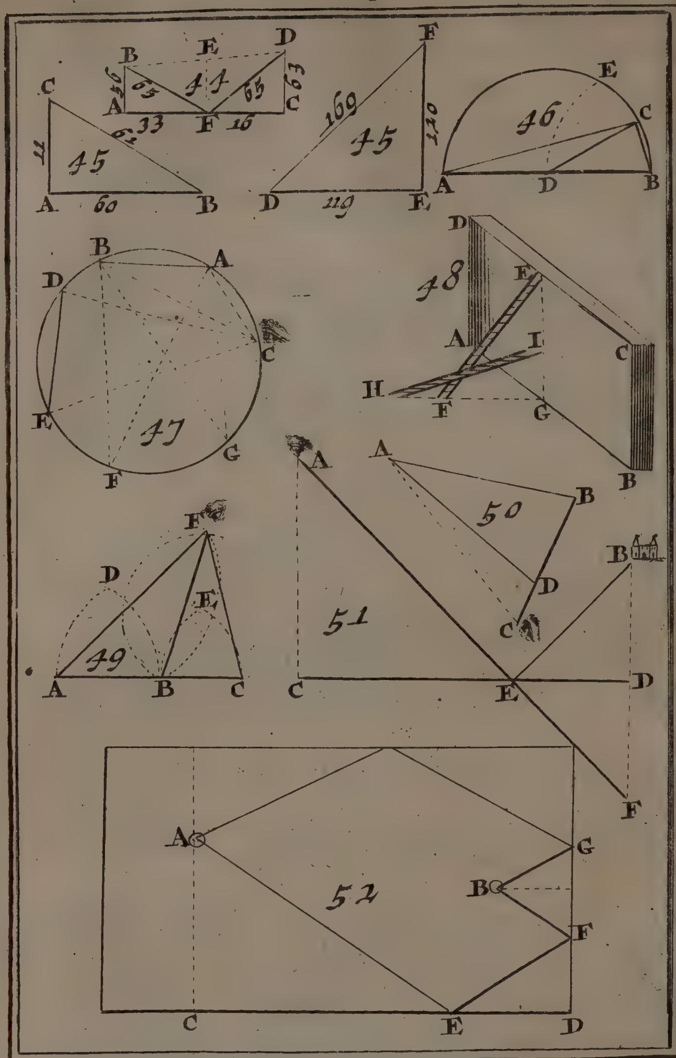
Remarque.

Ce Triangle a été trouvé en nombres par le moyen de ces deux Triangles rectangles en nombres de même hauteur 72, 135, 153, & 72, 154, 170, dont les nombres generateurs sont 12, 3, & 11, 7, sçavoir en joignant ensemble ces deux
42. Fig. Triangles rectangles, pour avoir le Triangle obliquangle ABC, dont la hauteur CD sera 72 à l'égard de la Base AB, qui est 289, & en divisant chaque côté par la Racine quarrée 17 de cette Base 289, &c.

PROBLEME XXXVIII.

Faire passer une circonference de Cercle par trois points donnez, sans en connoître le centre.

Planche 9. 43. Fig. POur décrire un arc de Cercle par trois points donnez, comme par les trois angles du Triangle ABC, sans en avoir le centre, faites de quelque matiere solide, comme de Carton, un angle égal à l'angle C, & appliquez en diverses manieres un côté de cet angle au point A, en sorte que l'autre côté tombe sur le point B, & alors la pointe du même angle marquera un point de l'arc qu'on cherche, que l'on décrira en joignant tous ses divers points, que l'on peut trouver à l'infini, par une ligne courbe, &c.


44
45
46
47
48
49
50
51
52
169
120
119
60
11
61
33
16
65
63
56

PROBLEME XXXIX.

Etant données deux lignes perpendiculaires à une même ligne tirée par leurs extrémitez, trouver sur cette ligne un point également éloigné de chacune des deux autres extrémitez.

SI l'on donne les deux lignes AB, CD, perpendiculaires à la ligne AC, qui passe par leurs extrémitez A, C, on trouvera sur cette ligne AC le point F également éloigné des deux autres extrémitez B, D, en joignant ces deux extrémitez par la droite BD, & en lui tirant par son point de milieu E, la perpendiculaire EF, qui donnera sur la ligne AC le point F qu'on cherche, de sorte que les deux lignes FB, FD, seront égales entre elles. Planche 9. 44. Fig.

Remarque.

Ce Probléme se propose ordinairement ainsi, *Etant données les hauteurs AB, CD, & leur distance AC, trouver sur le Terrain AC, le point F, en sorte que les cordes qui seront tenduës depuis les sommets B, D, jusqu'au point F, soient égales entre elles.*

Lors que les hauteurs AB, CD, & leur distance AC seront connuës en nombres, comme si la hauteur AB étoit de 56 pieds, la hauteur CD de 63, & la distance AC de 49, on trouvera la partie AF en ôtant de la somme des deux quarrez AC, BD, le quarré AB, & en divisant le reste par le double de AC: & pareillement on trouvera la partie CF, en ôtant de la somme des quarrez AC, AB, le quarré CD, & en divisant le reste par le double de AC. Ainsi la partie AF se trouvera de 33 pieds, & l'autre partie CF de 16: & chacune des deux cordes égales FC, FD, se trouvera de 65 pieds, comme l'on connoîtra en ajoûtant ensemble les deux quarrez AB, AF, ou bien les deux CD, CF, & en prenant la Racine quarrée de la somme 4225, &c.

PRO-

PROBLEME XL.

Décrire deux Triangles rectangles, dont les lignes ſoient telles que la difference des deux plus petites du premier ſoit égale à celle des deux plus grandes du ſecond, & que reciproquement la difference des deux plus petites du ſecond ſoit égale à celle des deux plus grandes du premier.

Planche 5. 45. Fig.

TIrez premierement les deux lignes perpendiculaires AB, AC, d'une telle grandeur que la premiere AB ſoit de 60 parties priſes ſur une Echelle diviſée en parties égales, & la ſeconde AC de 11 parties, & alors l'hypotenuſe BC ſe trouvera de 61 parties, comme l'on connoîtra en ajoûtant enſemble les quarrez AB, AC, & en prenant la Racine quarrée de la ſomme 3721.

Tirez enſuite les deux lignes perpendiculaires DE, EF, dont la premiere DE ſoit de 119 parties, & la ſeconde EF de 120, & alors l'hypotenuſe DF ſe trouvera de 169 parties, comme l'on connoîtra en ajoûtant enſemble les quarrez DE, EF, & en prenant la Racine quarrée de la ſomme 28561; & les deux Triangles rectangles ABC, DEF, ſatisferont au Probléme, car la difference 49 des deux plus petites lignes AB, AC, du premier ABC, eſt égale à la difference des deux plus grandes DE, EF, du ſecond DEF: & reciproquement la difference 1, des deux plus petites DE, EF, du ſecond DEF, eſt égale à la difference des deux plus grandes AB, BC, du premier ABC.

Remarque.

Ces deux differences 49, 1, ſe rencontrent ici des nombres quarrez, & elles ſeront toûjours telles dans tous les autres couples de Triangles rectangles qu'on peut trouver par ce Canon general, que j'ai tiré de l'Algebre; *Le double du produit ſous le plus grand de deux nombres quelconques & leur ſomme, & la ſomme des quarrez des deux mêmes nombres, ſont les deux nombres generateurs de l'un des deux Triangles rectangles qu'on cherche: & le double du produit ſous le plus petit des deux mêmes nombres & leur ſomme, & la même ſomme des quarrez, ſont les deux nombres generateurs de l'autre Triangle rectangle qu'on cherche.*

De ces trois nombres generateurs, celui qui eſt commun aux deux Triangles rectangles, eſt l'hypotenuſe d'un troiſiéme Triangle rectangle, l'un des deux autres eſt le contour de ce troiſiéme

troisiéme Triangle rectangle, & le troisiéme est le même contour, en y changeant le plus grand nombre generateur du troisiéme Triangle rectangle au plus petit.

PROBLEME XLI.

Diviser la circonference d'un Demi-cercle donné en deux arcs inégaux, en sorte que le Demi-diametre soit moyen proportionnel entre les Cordes de ces deux arcs.

SI le Demi-cercle donné est ABE, dont le centre soit D, décrivez par ce centre D, de l'extrémité B, du Diametre AB, l'arc de Cercle DE, & ayant divisé l'arc BE en deux également au point C, tirez les deux cordes AC, BC, entre lesquelles le Demi-diametre AD, ou CD, sera moyen proportionnel. Planche 10. Fig. 46.

Remarque.

Il est évident que l'arc BE est de 60 degrez, & que par consequent sa moitié BC, ou CE, est de 30 degrez, & l'autre arc AEC de 150 degrez. D'où il est aisé de conclure, que parce que le Sinus d'un arc est la moitié de la corde d'un arc double, & que la moitié du Rayon ou Sinus Total est le Sinus d'un arc de 30 degrez, ce Sinus d'un arc de 30 degrez est moyen proportionnel entre le Sinus d'un arc de 15 degrez, & le Sinus de son complement, ou le Sinus d'un arc de 75 degrez.

PROBLEME XLII.

Une Echelle d'une longueur connuë étant appuyée contre une muraille d'une certaine distance, trouver combien elle décendra, lors qu'on l'éloignera un peu davantage du pied de la même muraille.

SUpposons que l'Echelle EF, qui est appuyée contre la muraille ABCD, soit longue de 25 pieds, & éloignée de la même muraille de 7 pieds, en sorte que la ligne FG, qui est perpendiculaire à la muraille, soit d'autant. Supposons encore qu'on éloigne cette Echelle, depuis F vers H, de 8 pieds, en sorte qu'ayant la situation HI, la partie FH soit de 8 pieds, & toute la ligne GH par consequent de 15 pieds, auquel cas l'Echelle sera décenduë de la ligne EI, qu'on trouvera en cette sorte. Planche 10. Fig. 48.

Multipliez la longueur EF de l'Echelle par elle-même, c'est-à-dire, 25 par 25, pour avoir son quarré 625. Multipliez aussi

la

Planche 10. Fig. 48. la longueur FG par elle-même, c'est-à-dire, 7 par 7, pour avoir son quarré 49, qu'il faut ôter du quarré precedent 625, & le reste 576 sera le quarré de la hauteur EG, à cause du Triangle EFG rectangle en G, c'est pourquoi si l'on prend la Racine quarrée de ce reste 576, on aura 24 pieds pour la hauteur EG.

Multipliez pareillement la longueur HI par elle-même, ou 25 par 25, pour avoir son quarré 625 : & aussi la longueur HG par elle-même, ou 15 par 15, pour avoir son quarré 225; lequel étant ôté du precedent quarré 625, il restera 400 pour le quarré de la hauteur IG, c'est pourquoi si l'on prend la Racine quarrée de ce reste 400, on aura 20 pour la hauteur IG, laquelle étant ôtée de la hauteur EG, qui a été trouvée de 24 pieds, le reste donnera 4 pieds pour la ligne EI qu'on cherche.

PROBLEME XLIII.

Mesurer une ligne accessible sur la Terre par le moyen de la lumiere & du bruit d'un Canon.

FAites avec une balle de Mousquet un Pendule long de 11 pouces & 4 lignes, en prenant cette longueur depuis le centre de mouvement jusqu'au centre de la balle : & au moment que vous appercevrez la lumiere du Canon qui doit être au lieu dont vous cherchez la distance du lieu où vous étes, mettez le pendule en branle, en sorte que les arcs des Vibrations ne passent pas 30 degrez ; & enfin multipliez toûjours par 100 le nombre des Vibrations qui se feront faites depuis le moment que vous avez apperçû la lumiere jusqu'à celui où vous avez entendu le bruit du coup de Canon, pour avoir en toises de Paris la distance du lieu où vous étes au lieu où l'on a tiré ce coup de Canon.

Remarque.

C'est à peu prés de la même maniere qu'on pourra mesurer la hauteur d'une nuée, lors qu'elle est proche du Zenit, & qu'il y fait des Eclairs & des Tonnerres: mais cette maniere de mesurer une telle distance est fort incertaine, & j'ai seulement voulu l'indiquer ici par recreation.

Elle sera plus certaine, lors qu'on voudra mesurer une mediocre distance sur la terre, dont les extrémitez ne peuvent pas être vûës l'une de l'autre: mais au lieu du Canon, il sera plus commode de se servir de l'Arquebuse, dont le son se porte à la distance de 230 toises en une seconde de temps.

Ainsi pour mesurer cette distance, il faut par le moyen d'une horloge à pendule, compter les secondes de temps, qui se seront

ront écoulées entre la lumiere de l'Arquebuſe qui aura été tirée à l'une des deux extrémitez de la ligne propoſée, & le ſon qui ſera parvenu aux oreilles d'une perſonne, qui doit être ſituée à l'autre extrémité de la même ligne ; car en multipliant le nombre des ſecondes par 230, on aura en toiſes la longueur de la ligne propoſée.

Le Pere Schot dit que par pluſieurs experiences on a connu qu'un boulet de gros Canon pointé horizontalement fait une lieuë d'Allemagne de 4000 Pas Geometriques en deux ſecondes de temps : ce qui peut ſervir auſſi pour meſurer une diſtance ſur la terre, s'il eſt vrai que la vîteſſe du ſon eſt égale à celle du boulet, car ainſi l'on pourra dire que la diſtance en Pas Geometriques eſt au temps en ſecondes entre la lumiere & le coup entendu, comme 4000 eſt à 2, ou comme 2000 à 1, &c.



PRO-



PROBLÊMES D'OPTIQUE.

L'Optique, selon son étymologie est la science de la Vision, qui se fait en trois manieres differentes, sçavoir par des Rayons directs, ou directement envoyez de l'objet à l'œil, ce qui fait la *Perspective*, qui trompe agreablement l'imagination, en representant dans le Tableau, qu'elle suppose transparent, toutes sortes d'objets au naturel, non comme ils sont en effet, mais comme ils agissent dans l'œil, & paroissent dans le Tableau. Ou bien par des Rayons reflets, c'est-à-dire, par des Rayons qui se reflechissent, lors qu'ils sont envoyez contre quelque corps qu'ils ne peuvent pas penetrer, ce qui fait la *Catoptrique*, qui suppose que l'Angle de reflexion est égal à l'Angle d'incidence. Ou bien encore par des Rayons brisez, ainsi appellez, parce qu'ils se rompent en passant par des corps transparens, ce qui fait la *Dioptrique*, qui suppose que lors qu'un Rayon passe d'un milieu qu'il penetre facilement dans un autre plus difficile à penetrer, il se rompt en s'approchant de la perpendiculaire : & qu'au contraire lors qu'il sort d'un milieu difficile à penetrer, pour entrer dans un facile, il se brise en s'écartant de la perpendiculaire. L'Optique suppose aussi que les Objets qui sont vûs sous de plus petits angles, paroissent plus petits, ce qui arrive ordinairement, lors qu'ils sont plus éloignez. Sur ces suppositions nous resoudrons plusieurs Problémes utiles & agreables, comme vous allez voir.

PROBLEME I.

Faire qu'un objet étant vû de loin, ou de plus proche, paroisse toûjours de la même grandeur.

Planche 10. 47. Fig. 1

POur faire que la ligne AB paroisse à l'œil posé au point C, par tout d'une même grandeur, on la placera en tel lieu qu'on voudra de la circonference d'un Cercle qui passe par l'œil C,

C, de sorte que si on lui donne la situation DE, auquel cas elle sera plus éloignée de l'œil, neanmoins elle paroîtra de la même grandeur, parce que l'œil arrêté en C, void ces deux lignes égales AB, DE, sous les angles égaux ACB, DCE.

Remarque.

Il est évident que la ligne proposée AB sera toûjours vûë sous un même angle, & que par consequent elle paroîtra toûjours d'une même grandeur à quelque distance que soit l'œil de cette ligne, pourvû qu'il ne quitte jamais la circonference du Cercle qui passe par les deux extrémitez A, B: & qu'ainsi sans changer la situation de la ligne AB, on peut changer celle de l'œil, en le plaçant en tel point qu'on voudra de la circonference d'un Cercle quelconque qui passe par les deux extrémitez de la ligne, ou grandeur proposée AB, comme en F, ou en G, les angles visuels, AFB, AGB, ACB, étant toûjours égaux.

Il est aussi évident, que la même ligne AB paroîtra toûjours de la même grandeur en l'approchant de l'œil C, sans la placer dans la circonference d'un Cercle, pourvû que ses deux extrémitez demeurent toûjours dans les mêmes Rayons visuels AC, BC, comme il arrive en lui donnant la situation AD, parce que dans cette situation elle est vûë sous le même angle visuel ACB, ce qui ne doit point changer sa grandeur apparente, quoi qu'elle soit plus proche de l'œil C.

Planche 10. 50. Fig.

C'est par cette égalité des angles visuels, que l'on peut écrire contre une muraille des caracteres, qui bien qu'inégaux paroîtront égaux, étant vûs d'un certain point: & que l'on peut placer sur un pinacle, ou sur quelque haut frontispice une statuë d'une telle longueur & d'une telle grosseur, qu'étant vûë d'en bas, elle paroisse d'une grandeur proportionnée à la hauteur du lieu, sans qu'il soit besoin de polir extrémement cette figure, & encore moins de s'arrêter aux muscles du corps, ni aux plis de la Draperie, comme l'on feroit si la figure se voyoit de plus prés.

PROBLEME II.

Trouver un point, duquel deux parties inégales d'une ligne droite paroissent égales.

IL y a une infinité de points differens, d'où les deux parties inégales AB, BC, de la ligne droite AC, étant vûës, peuvent paroître égales, parce qu'ils sont dans la circonference d'un Cercle: mais sans nous arrêter à la Theorie, nous enseignerons ici une Methode trés-courte, pour trouver un de ces points, comme vous allez voir.

Décrivez des deux extrémitez A, B, avec l'ouverture AB deux

Planche 10. 49. Fig. deux arcs de Cercle, qui se coupent ici au point D, duquel il faudra décrire avec la même ouverture du Compas un autre arc de Cercle. Décrivez pareillement des deux extrémitez B, C, avec l'ouverture BC, deux arcs de Cercle, qui se coupent ici au point E, & décrivez de ce point E, avec la même ouverture du Compas un autre arc de Cercle, qui coupe ici celui que nous avons décrit du point D en F, qui sera le point duquel les deux lignes proposées AB, BC, étant vûës, paroîtront égales, à cause de l'égalité des deux angles visuels AFB, BFC.

Remarque.

On travaillera de la même façon, lors que les deux extrémitez des deux lignes proposées AB, BC, ne se joindront pas. Nous avons enseigné dans nôtre *Dictionnaire Mathematique*, la maniére de trouver un point, duquel trois parties inégales d'une ligne droite étant vûës, paroîtront égales.

PROBLEME III.

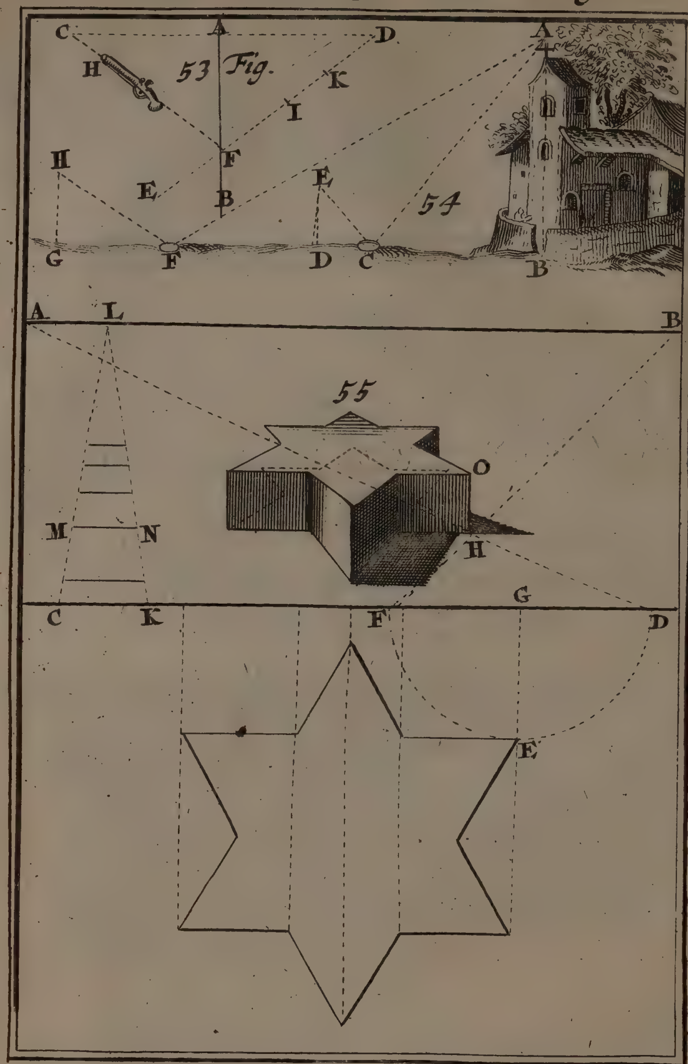
Etant donné un point de quelque objet, & le lieu de l'œil, trouver le point de reflexion sur la Surface d'un Miroir plat.

51. Fig. SI le point de l'Objet est B, & que le lieu de l'œil soit A, on trouvera sur la Surface d'un Miroir plat, qui est ici representé par la ligne droite CD, le point E de reflexion, en tirant des deux points A, B, les deux lignes AC, BD, perpendiculaires au Plan CD, & en cherchant à la somme des deux perpendiculaires AC, BD, à leur distance CD, & à la perpendiculaire AC, une quatriéme proportionnelle, dont la longueur étant portée sur la ligne CD, depuis C en E, on aura en E le point de reflexion qu'on cherche, de sorte que si l'on tire les deux lignes AE, BE, l'angle d'incidence AEC sera égal à l'angle de reflexion BED, comme il est aisé à démontrer.

Remarque.

Dans nôtre *Dictionnaire Mathematique* on trouve ce Probléme appliqué à un Miroir Spherique : mais il se peut aisément appliquer au Jeu de Billard, comme si la ligne CD representoit un bord du Billard, & qu'aux deux points A, B, du tapis ou table du même Billard, il y eut deux billes, dont l'une, comme A, ne pourroit pas être envoyée directement contre l'autre B, à cause du Fer qui seroit entre-deux, en trouvant le point E, comme il vient d'être enseigné, on auroit en E le point où le Joüeur pourroit envoyer la bille A, afin que par une bricole elle pût toucher

Recreations Mathematiq. Planche 11. Pag. 129



toucher l'autre bille qui seroit en B. Mais dans la pratique cela se peut faire plus facilement en cette sorte. Planche 10. 51. Fig.

Soit donc CD le bord d'un Billard, & supposons qu'avec une bille qui est en A, un Joüeur veüille frapper par reflexion la bille de son adversaire, qui est en B. Pour trouver le point E sur le bord du Billard, où il faut envoyer la bille A, pour la faire refléchir en B, il faut prolonger par la pensée la perpendiculaire BD jusqu'en F, en sorte que la ligne DF soit égale à cette perpendiculaire BD, & ayant mis en F une marque visible, le Joüeur poussera sa bille A, selon la ligne AF, & alors cette bille A rencontrant le bord du Billard en E, se refléchira, & rencontrera necessairement la bille B, sur tout si l'on pousse fortement la bille A, pour s'opposer aux défauts du Billard.

Comme dans ce Jeu il n'est pas toûjours facile, ni même permis de mettre une marque visible en F, parce que l'adversaire a la liberté de l'ôter; il faut que le Joüeur vise du point F, la bille A, & qu'il remarque par le Rayon visuel AF, le point E sur le bord du Billard, où il doit envoyer sa bille pour la faire refléchir en B.

Si vous voulez trouver le point E de reflexion, pour faire que 52. Fig. la bille A rencontre la bille B par deux bricoles, ayant tiré du point A, la ligne AC parallele à la ligne DG, & pareillement du point B, la ligne BG parallele à la ligne CD, cherchez à la somme des deux lignes paralleles AC, DG, à la ligne AC, & à la somme des deux lignes paralleles CD, BG, une quatriéme proportionnelle, dont la longueur étant portée en CE, on aura le point E qu'on cherche.

PROBLEME IV.

Tirer par derriere l'épaule un Pistolet aussi justement que si on le couchoit en joüe.

ON se servira d'un Miroir plan qui est ici representé par la Planche 11. 53. Fig. ligne droite AB, à laquelle est perpendiculaire la ligne CD tirée du point C, qui represente le but où l'on veut tirer, & dont l'image ou l'apparence dans le Miroir est D, autant éloignée du Miroir que le point C, à l'égard de l'œil posé en E, d'où il void par reflexion le point C, par le Rayon de Reflexion EFD, le Rayon d'incidence étant la ligne CF, selon laquelle il faudra placer le Pistolet GH, en le tournant jusqu'à ce que son apparence IK convienne avec la ligne de reflexion EFD, en cachant l'apparence D du point C, car ainsi le Pistolet GH regardant directement le but proposé C, on ne manquera pas de frapper le point C, si on lâche le coup.

PROBLEME V.

Mesurer une Hauteur par Reflexion.

Planche II. 54. Fig.

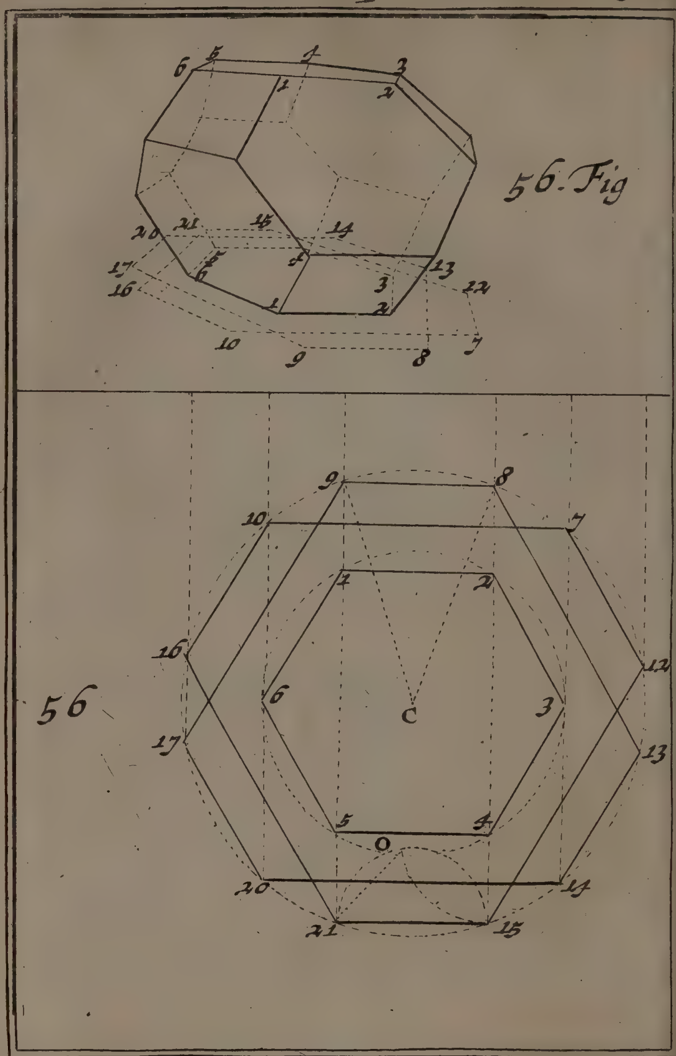
PRemierement, si la Hauteur est accessible, comme AB, en sorte qu'on puisse approcher de son extrémité B, & connoître de combien on en est éloigné, lors qu'on est dans un Plan horizontal & au niveau de cette base B, faites sur ce Plan horizontal à une distance connuë du point B, un petit creux, pour y mettre de l'eau qui le remplisse, afin que dans cette eau vous puissiez voir par Reflexion le sommet A de la Hauteur à mesurer AB, par le Rayon de Reflexion CE, qui passe par l'œil que je suppose en E, & mesurez exactement la hauteur de l'œil ED, & sa distance CD du point C de Reflexion. Nous supposerons la hauteur ED de 4 pieds, la distance CD de 3, & la distance BC de 48; aprés quoi on dira par la Regle de Trois directe, si la distance CD de 3 pieds donne 4 pieds pour la hauteur ED, combien donnera la distance BC de 48 pieds? & l'on trouvera 64 pieds pour la hauteur AB qu'on cherche, car en multipliant ensemble les deux derniers termes 4, 48, & en divisant leur produit 192 par le premier 3, il vient 64 pour le quatriéme proportionnel.

Mais si la hauteur AB est inaccessible, en sorte qu'on ne puisse pas mesurer actuellement la distance BC, il faudra dans la même Plaine faire en ligne droite un autre creux à une distance connuë du premier C, comme F, pour le remplir pareillement d'eau, afin que la même personne y puisse voir par reflexion le même sommet A, par le Rayon de reflexion FH, qui passe par l'œil que je suppose en H; j'ai dit la même personne, afin que la hauteur de l'œil GH soit la même que la premiere DE, que nous avons supposée de 4 pieds : & parce que nous avons supposé la distance CD de 3, si l'on suppose la distance CF de 32, & la distance FG de 5, en multipliant ensemble les lignes ED, CF, c'est-à-dire, 4 & 32, & en divisant le produit 128 par l'excés 2 de la distance FG sur la distance CD, on aura 64 pieds pour la Hauteur AB qu'on cherche.

Remarque.

Si vous voulez connoître la distance BC, sans sçavoir la Hauteur AB, multipliez ensemble les deux distances CD, CF, c'est-à-dire, 3 & 32, & divisez leur produit 96 par l'excés 2 de la distance FG, sur la distance CD, & le quotient donnera 48 pieds pour la distance BC, &c.

PRO-


56. Fig
56
C
O

PROBLEME VI.

Representer en Perspective tout ce que l'on voudra, sans se servir du Point de vûë.

PRemierement pour trouver dans le Tableau l'apparence de quelque point du Plan Geometral; par exemple du point E, tirez de ce point E, la ligne EG perpendiculaire à la ligne de terre CD, & portez la longueur de cette perpendiculaire GE, de part & d'autre depuis le point G, sur la même ligne de terre CD, aux points F, D. Aprés cela ayant pris à volonté sur la ligne horizontale AB, les deux Points de distance A, B, tirez de ces deux points A, B, par les points D, F, les droites AD, BF, qui donneront par leur intersection l'apparence H du point proposé E. Planche 11. 55. Fig.

C'est de la même façon que l'on trouvera l'apparence de quelqu'autre point du Plan Geometral, & par consequent la representation de la base de quelque corps que ce soit, lequel par consequent se pourra aisément representer en Perspective, en tirant de tous les points de son Assiete, ou Plan perspectif des lignes perpendiculaires à la Ligne de terre CD, & égales en apparence à la hauteur du corps proposé, ce qui se fera en cette sorte.

Ayant porté la hauteur naturelle du corps proposé sur la Ligne de terre CD, par exemple depuis C en K, tirez de ces deux points C, K, au point L pris à discretion sur la Ligne horizontale AB, les droites LC, LK, qui termineront les hauteurs apparentes de tous les points du corps proposé, en tirant de ces points des lignes paralleles à la Ligne de terre CD; comme pour trouver la hauteur du point H, on en élevera la perpendiculaire HO égale à la partie MN, &c.

PROBLEME VII.

Representer en Perspective un Polyëdre équilateral, terminé par six Quarrez égaux, & par huit Exagones reguliers & égaux entre eux.

CEux qui entendent la Perspective representeront facilement ce corps dans le Tableau, dont le Point de vûë est V, & un des deux points de distance est D, marqué sur la Ligne horizontale DV, qui est parallele à la Ligne de terre AB; pourvû qu'ils en sçachent décrire le Plan & le Profil, ce qui se fera en cette sorte. Planche 12. 56. Fig.

Planche 12. 56. Fig. Premierement, si l'on veut que ce Corps s'appuye sur l'un de ses huit Exagones, comme 1, 2, 3, 4, 5, 6, on décrira de son centre C un Cercle, dont le Rayon ou Demi-diametre C8, ou C9, soit tel, que son quarré soit au quarré de celui de l'Exagone, comme 7 est à 3, de sorte que si le Rayon ou le côté 1, 2, de l'Exagone est de 65465 parties égales, le Rayon C8, ou C9 du grand Cercle en contiendra 100000.

Ayant donc ainsi décrit ce grand Cercle, on le divisera inégalement, comme vous voyez dans la figure, en sorte que le plus petit côté 8, 9, & les autres cinq, soient égaux chacun au côté de l'Exagone, & que le plus grand 7, 10, & les autres cinq soient doubles chacun du plus petit, auquel cas, le plus petit soûtiendra un arc de 38. 12'. & le plus grand, ou son double un arc de 81. 48'. Mais sans cela il sera aisé de décrire ce Plan par la seule inspection de la Figure.

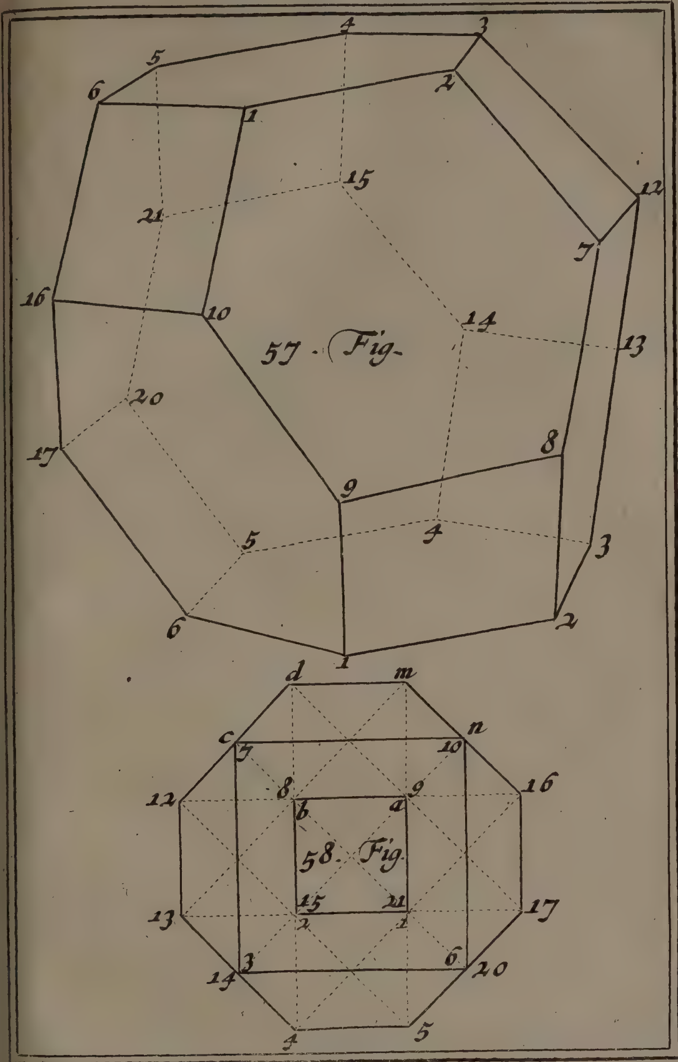
Pour le Profil, décrivez autour du plus petit côté 21, 15, le Demi-cercle 21, 0, 15, & ayant décrit du point 4 par le point 15, l'arc de Cercle 15, 0, joignez la droite 21, 0, qui sera la hauteur des points 9, 8, 14, 13, 20, 17, la hauteur des points 7, 12, 15, 21, 16, 10, étant égale au double de la ligne 21, 0, & la hauteur des points 1, 2, 3, 4, 5, 6, étant égale au triple de la même ligne 21, 0.

Si l'on met en Perspective ce Plan ainsi décrit, & que de tous ses angles on éleve des perpendiculaires à la Ligne de terre, pour y mettre les hauteurs convenables à celles du Profil, il n'y aura plus qu'à joindre les côtez, comme vous voyez dans la Figure, & encore mieux dans la 57. *Fig.* que nous avons representée en plus grand volume, pour vous mieux faire distinguer les côtez qu'il faut joindre, dont ceux qui sont marquez par des lignes noires, sont ceux qui paroissent à l'œil, & les autres qui sont marquez par des lignes ponctuées, sont ceux qu'on ne void pas.

Planche 13. 57. Fig.

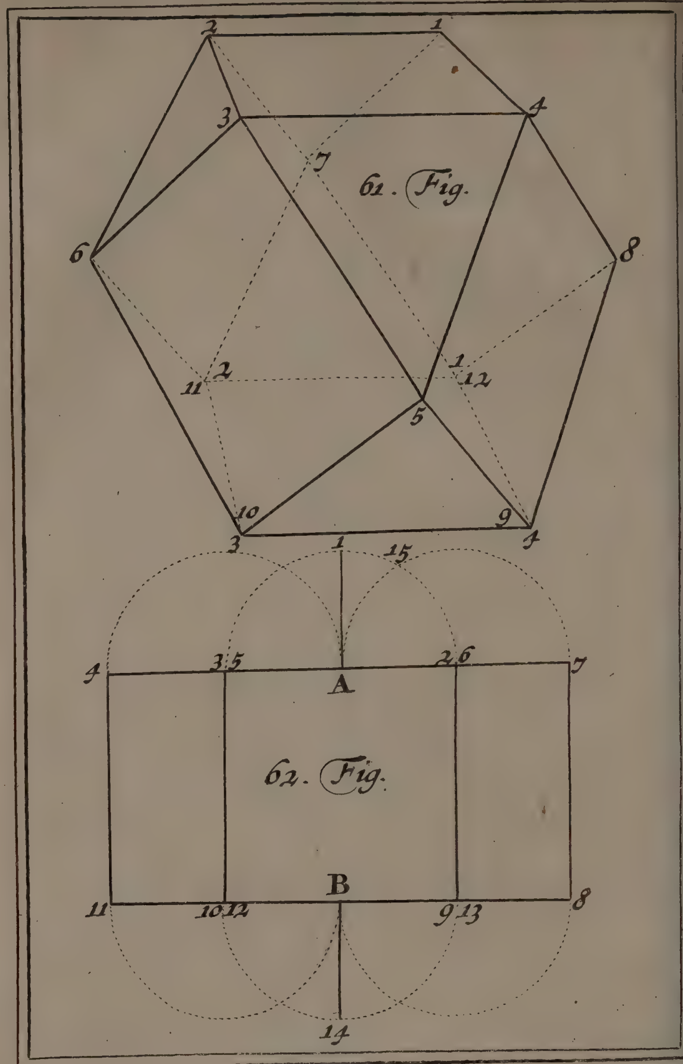
58. Fig. Secondement, si l'on veut que le Corps s'appuye sur l'une de ses six Surfaces quarrées, comme sur le Quarré *a*, *b*, 15, 21, le Plan, ou l'Assiete de ce Polyëdre changera, & elle sera telle que vous la voyez dans la Figure, qu'il ne faut que regarder pour la comprendre, pour le moins quand on sçaura, que le grand côté de l'Octogone irregulier, comme *d*12 est égal à la Diagonale *a*15, ou *b*21 du Quarré interieur qui sert de base au Polyëdre.

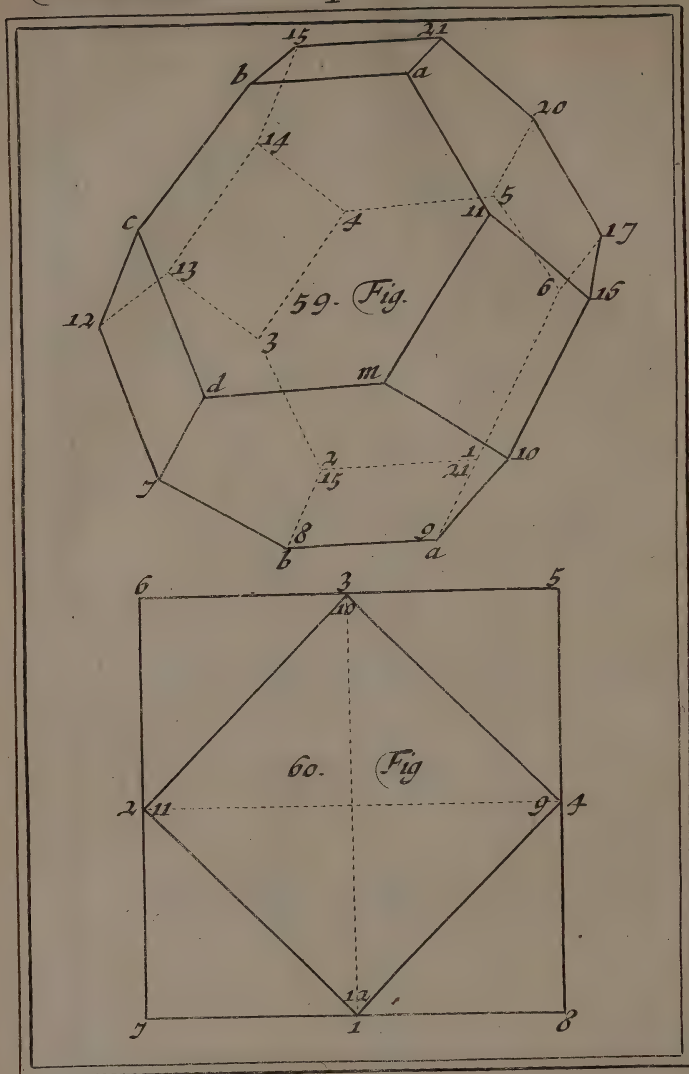
Le Profil change aussi, car la hauteur des points 3, 7, 6, 10, est égale à la moitié *cd* du grand côté *d*12 de l'Octogone irregulier, la hauteur des points 4, 5, 17, 6, *m*, *d*, est égale au côté entier *d*12, la hauteur des points 14, 20, *n*, *c*, est égale au même côté *d*12, & à sa moitié *cd*, & enfin la hauteur des points *a*, *b*, 15, 21, est double du même côté *d*12, dont le quarré est au Quarré du Rayon de l'Octogone irregulier, comme 4 est à 5, ce qui fait que si ce Rayon est de 100000 parties



57. Fig.

58. Fig.


2
1
4
3
7
61. Fig.
6
8
2
1
11
12
5
10
9
3
4
1
15
4
3 5
2 6
7
A
62. Fig.
B
11
10 12
9 13
8
14


59. Fig.
15
21
b
a
20
14
5
4
11
c
17
13
6
16
12
3
m
d
2
1
10
15
21
7
8
9
b
a
60. Fig
6
3
5
10
2
11
9
4
12
7
1
8

égales, le grand côté $d12$ en contient 89442, & soûtient un arc de 53. 8'. & que le petit côté dm en comprend 63245, & soûtient un arc de 36. 52'. Par le moyen de ce Plan & de ce Profil, nous avons mis le Polyëdre en Perspective, comme vous voyez dans la 59. *Fig.* Planche 14. 59. Fig.

PROBLEME VIII.

Representer en Perspective un Polyëdre équilateral, terminé par six Quarrez égaux, & par huit Triangles équilateraux, & égaux entre eux.

SI vous voulez que le Polyëdre s'appuye sur l'un de ses six Quarrez égaux, comme 9, 10, 11, 12, il n'y aura qu'à lui circonscrire un autre quarré, & le Plan sera achevé, dont le Profil est tel. 60. Fig.

La hauteur des points 5, 6, 7, 8, est égale à la moitié 3, 5, du côté 6, 5, du quarré circonscrit, & la hauteur des points 1, 2, 3, 4, est égale au côté entier 6, 5, ou à la Diagonale 11, 9, ou 10, 12, du quarré inscrit, qui sert de base au Polyëdre.

Par le moyen de ce Plan & de ce Profil, nous avons mis ce Polyëdre en Perspective, comme vous voyez dans la 61. *Fig.* qui vous fait voir distinctement les côtez qu'il faut joindre, quand on a trouvé dans le Tableau l'apparence des points qui bornent leurs extrémitez. Planche 15. 61. Fig.

PROBLEME IX.

Representer en Perspective un Polyëdre équilateral, terminé par six Quarrez égaux, & par douze Triangles isoscéles & égaux entre eux, dont la hauteur est égale à la base.

PRemierement, si vous voulez que le Polyëdre s'appuye sur l'un de ses six Quarrez égaux, comme 3, 6, 9, 12, son Assiete sera telle que vous la voyez dans la Figure, où les Demi-cercles qui sont décrits des quatre angles droits de la base 3, 6, 9, 12, & des milieux A, B, des deux côtez opposez 5, 2, & 12, 9, font assez connoître la description de ce Plan, sans qu'il soit besoin d'en parler davantage. 62. Fig.

Pour le Profil, nous dirons que la hauteur des points, 4, 11, 7, 8, 1, 14, est égale à la touchante 7, 15, & que la hauteur des points 5, 6, 13, 12, est double de la precedente, c'est-à-dire, double de la même touchante 7, 15. Aprés quoi il n'y a plus

Planche 16. 63. Fig. plus qu'à regarder la 63. *Fig.* pour comprendre la maniere de representer ce Polyëdre en Perspective, que je vous represente encore tout ombré, & vû d'une autre façon dans la 64. *Fig.*

Planche 17. 64. Fig. 65. Fig. Secondement, si vous voulez que le Polyëdre soit élevé droit sur l'un de ses angles solides, comme 1, auquel cas son Assiete sera le simple Exagone regulier 2, 3, 4, 5, 6, 7, dont le centre sera le Point 1, & le Profil sera tel.

La hauteur des points 8, 9, 10, 11, 12, 13, est égale à la moitié du côté de l'Exagone: la hauteur des points 2, 3, 4, 5, 6, 7, est égale au triple de la precedente, c'est-à dire, à trois moitiez du côté de l'Exagone: & la hauteur du point 1 est double du côté de l'Exagone: ou égale au Diametre 4, 7.

Planche 18. 66. Fig. Je n'enseignera pas ici la maniere de representer en Perspective ce Polyëdre selon son Plan & son Profil, parce que nous en avons suffisamment parlé dans nôtre *Traité de Perspective*, c'est pourquoi je me contenterai de vous en donner simplement ici la Figure.

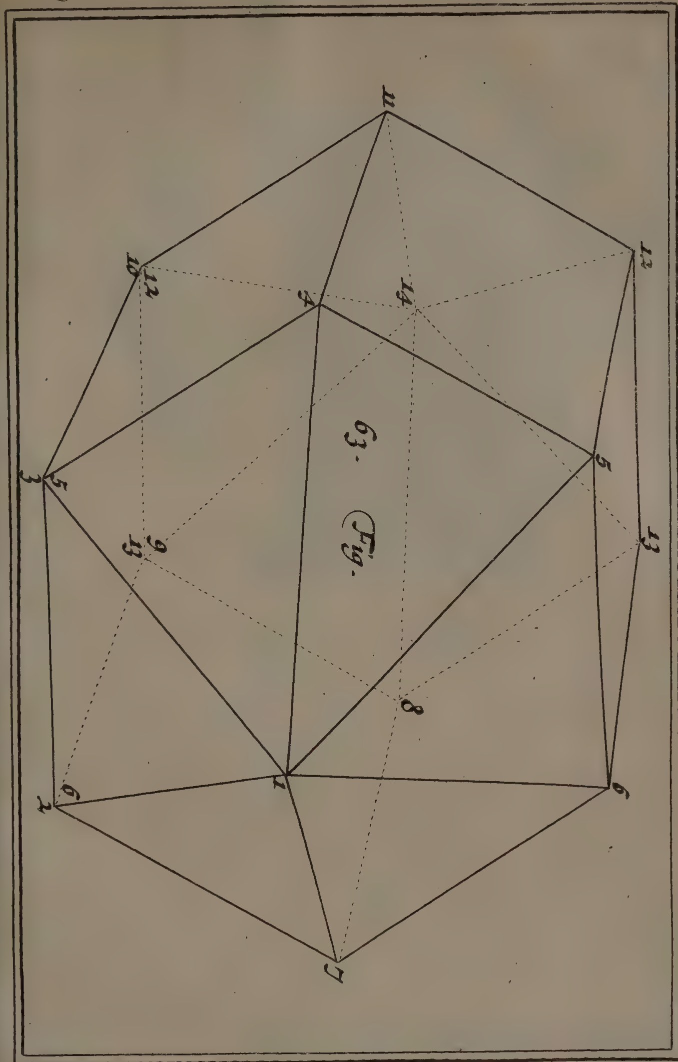
PROBLEME X.

Representer en Perspective un Polyëdre équilateral, terminé par douze Quarrez égaux, par huit Exagones reguliers & égaux, & par six Octogones reguliers & égaux.

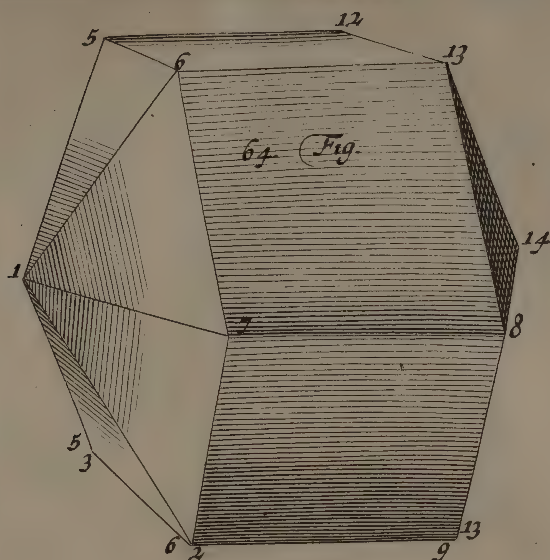
Planche 19. 68. Fig. Si vous voulez que la base de ce corps soit l'un de ses six Octogones, comme 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, dont le centre est O, joignez les extrémitez de deux côtez opposez & paralleles par des lignes droites paralleles entre elles, qui par leurs mutuelles intersections, formeront un Quarré, comme ABCD. Prolongez les deux côtez opposez & paralleles, 1, 2, & 5, 6, & pareillement les deux côtez opposez & paralleles 3, 4, & 7, 8, qui en rencontrant les deux premiers, formeront un autre Quarré plus grand EFGH. Aprés quoi il sera facile d'achever le Plan, sçavoir en faisant la ligne E20 égale à la partie E7, &c.

Pour une description plus exacte de ce Plan, on considerera qu'en supposant le Rayon O1, ou O2, de 1000 parties égales, le Rayon O13, ou O16, du Cercle moyen comprend 1514 de ces parties, & que le Rayon O12, ou O15, du plus grand Cercle en contient 1731. Que le plus petit côté soûtient dans le plus grand Cercle un arc 11, 12, ou 14, 15, de 25, 32'. dans le moyen un arc 1, 2, de 29, 16'. & dans le plus petit un arc 1, 2, de 45 degrez. Et que le plus grand côté soûtient dans le plus grand Cercle un arc 14, 11, de 64. 28'. & dans le Cercle moyen un arc 10, 13, ou 9, 16, de 60. 44'. dont la corde est double du plus petit côté 9, 10.

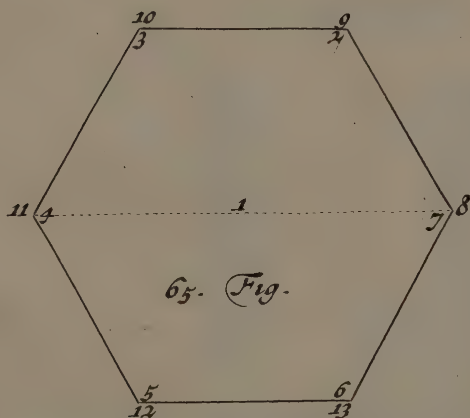
Pour


Fig. 63.
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14

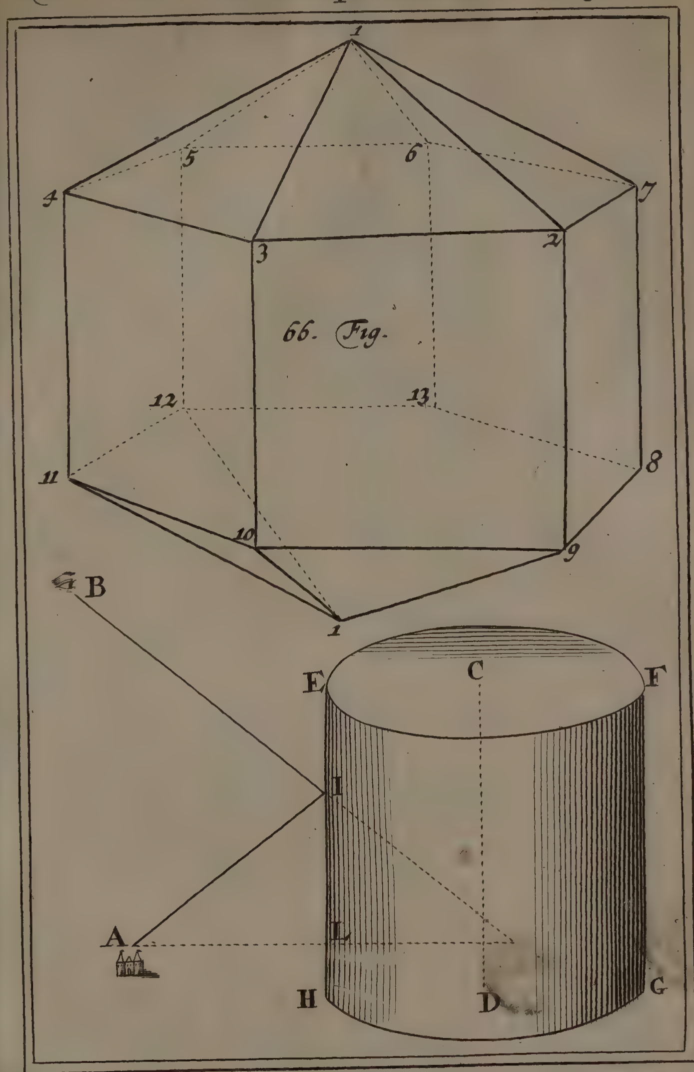


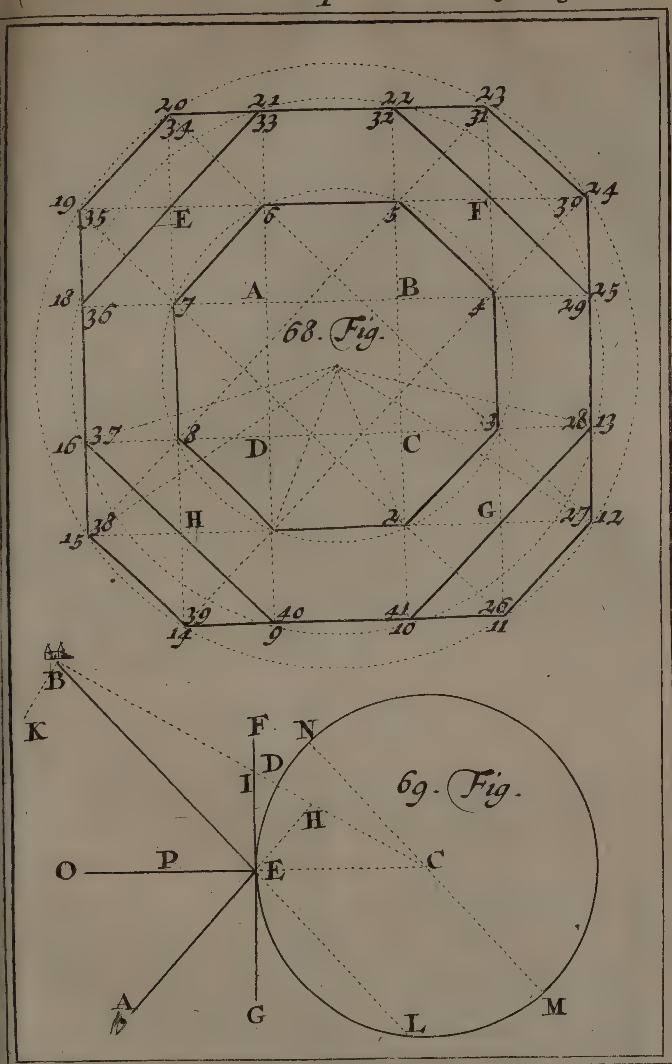


64. Fig.



65. Fig.


1
5
6
4
7
3
2
66. Fig.
12
13
8
11
10
9
1
B
E
C
F
I
A
L
H
D
G



68. Fig.
20
21
22
23
34
33
32
31
19
35
E
6
5
F
30
24
A
B
18
7
4
25
36
29
28
13
16
37
8
3
D
C
H
G
15
38
2
27
12
39
40
41
26
14
9
10
11
B
K
F
N
D
I
69. Fig.
H
O
P
E
C
A
G
L
M

Pour le Profil, on donnera toute la ligne 15, 12, à la hauteur des points 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, dont l'Assiete est l'Octogone interieur, ou le plus petit Octogone regulier 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8. On donnera la partie 15, G, à la hauteur des points 9, 10, 13, 25, 22, 21, 18, 16, dont l'Assiete est l'Octogone moyen. On donnera la partie 15, 2, à la hauteur des points 14, 11, 12, 24, 23, 20, 19, 15, dont l'Assiete est le plus grand Octogône. On donnera la partie 15, 1, à la hauteur des points 26, 27, 30, 31, 34, 35, 38, 39, dont l'Assiete est le plus grand Octogone. Enfin l'on donnera la partie 15, H, à la hauteur des points 40, 41, 28, 29, 32, 33, 36, 37, dont l'Assiete est l'Octogone moyen. Planche 19. Fig. 68.

La hauteur 15, 12, se trouvera de 2930 parties, dont le Rayon O1 du plus petit Octogone en contient 1000, la hauteur 15, G, est de 2389 semblables parties: la hauteur 15, 2, en contient 1848: la hauteur 15, 1, en comprend 1082: & enfin la hauteur 15, H, en contient 541.

Quand on aura mis en Perspective le Plan de ce Polyëdre terminé par 26 faces, & qu'on aura déterminé la position de ses angles solides suivant leurs hauteurs differentes, que le Profil precedent vous donne, on joindra ces angles solides par des lignes droites qui seront les côtez égaux du Polyëdre, comme vous voyez dans la Figure, qu'il suffit de regarder pour la comprendre. Planche 20. Fig. 70.

PROBLEME XI.

Etant donnez les points de l'œil & de quelque objet, avec le point de reflexion sur la Surface d'un Miroir plan, déterminer dans ce Miroir le lieu de l'image de l'objet proposé.

SI l'œil est A, l'Objet B, & que le point de reflexion soit E sur la Surface CD d'un Miroir plan, tirez de l'Objet B, la ligne BF perpendiculaire à cette Surface, & prolongez le Rayon de Reflexion AE jusqu'à ce qu'il rencontre cette perpendiculaire en un point, comme F, ou, ce qui est la même chose, faites DF égale à DB, & le point F sera le lieu de l'image de l'Objet B, c'est-à-dire, le point où l'objet B sera vû par l'œil A dans le Miroir plan CD, selon ce principe d'Optique, qui nous apprend que l'image d'un Objet se fait au concours du Rayon de reflexion, & d'une ligne droite tirée de l'Objet perpendiculairement à la Surface du Miroir, soit que cette Surface soit plane, ou Spherique. D'où il est aisé de conclure par l'égalité des Angles de reflexion & d'incidence, que quand le Miroir est plan, comme nous le supposons ici, l'Objet doit être vû au- Planche 10. Fig. 51.

Planche 20. 51. Fig.

tant enfoncé dans le Miroir qu'il en eſt éloigné, & c'eſt à cauſe de cela que nous avons fait la ligne DF égale à la perpendiculaire DB.

Il s'enſuit auſſi que la diſtance AF de l'image F de l'Objet B, à l'œil A, eſt égale au Rayon d'incidence BE, & au Rayon de reflexion AE, parce que le Rayon d'incidence BE eſt égal à la ligne EF, à cauſe de l'égalité des deux Triangles rectangles EDB, EDF.

Il s'enſuit encore que ſi l'œil A s'approche ou s'éloigne dans le même Rayon de reflexion AE du point de reflexion E, d'une certaine quantité, l'image F de l'Objet B s'approchera ou s'éloignera de l'œil A de la même quantité, parce que la diſtance EF demeurant toûjours la même, la diſtance AF croîtra ou décroîtra comme la diſtance AE.

Il s'enſuit de plus que lors que le Miroir plan eſt parallele à l'Horizon, comme CD, une grandeur perpendiculaire à l'Horizon, comme BD, doit paroître renverſée: & que lors que le Miroir plan eſt perpendiculaire à l'Horizon, la main droite d'une perſonne lui doit paroître à la gauche de ſon image, & la gauche à la droite.

Enfin il s'enſuit que la diſtance de l'œil à l'image de quelque Objet vû dans le dernier Miroir par pluſieurs reflexions à l'aide de pluſieurs Miroirs plans, eſt égale à la ſomme de tous les Rayons d'incidence & de reflexion: & qu'un Objet ſe peut quelquefois multiplier dans un Miroir plan, lors qu'il eſt de verre.

C'eſt ainſi que l'on void quelquefois qu'un flambeau allumé paroît double dans un Miroir plan de verre un peu épais, à cauſe de la double reflexion qui s'y fait, ſçavoir une qui ſe fait ſur la Surface exterieure du Miroir, & une autre qui ſe fait dans le fond du même Miroir; car la lumiere ne peut pas toute ſe reflêchir ſur la Surface exterieure du Miroir, mais elle penetre la glace du Miroir, quand elle eſt de verre, juſqu'à ce qu'elle rencontre cette feüille d'étain qu'on met derriere, pour empêcher les Rayons de paſſer outre, où par conſequent il ſe fait une ſeconde reflexion, & l'œil ſe rencontrant dans le concours des deux Rayons de reflexion qui ne peuvent pas être paralleles, il ne faut pas s'étonner s'il void l'Objet double, ou en deux endroits differens du Miroir. Il eſt évident que la diverſe irregularité du verre, & les diverſes reflexions, peuvent faire multiplier davantage l'Objet, ſur tout lors qu'il ſera vû un peu de côté.

PRO-

PROBLEME XII.

Etant donnez les points de l'œil & de quelque objet, avec le point de reflexion sur la Surface convexe d'un Miroir Spherique, déterminer dedans ou hors de ce Miroir l'image de l'objet proposé.

SI l'œil est A, l'Objet B, & que le point de reflexion soit E sur la Surface convexe DEL d'un Miroir Spherique, dont le centre est C, tirez de ce centre C, à l'Objet B, la droite BC, qui sera perpendiculaire à la Surface du Miroir Spherique, & dans laquelle par consequent sera l'image de l'Objet B, sçavoir H, qu'on trouvera en prolongeant le Rayon de reflexion AE, qui rencontre ici au dedans du Miroir la cathete d'incidence BC au point H, car il la peut rencontrer au point D de la Surface du Miroir, & aussi au dehors, sçavoir lors que l'angle d'incidence BEF, ou l'angle de reflexion AEG sera bien petit, ce qui fait que l'Objet B peut être vû au dedans du Miroir Spherique, comme ici, & quelquefois en sa Surface, ou bien au dehors. Planche 19. Fig. 69.

SCOLIE.

La touchante FG qui passe par le point E de reflexion, détermine, comme vous voyez, les angles d'incidence & de reflexion, & coupe la cathete d'incidence BC en I, en telle sorte que les quatre lignes BC, CD, BI, DI, sont proportionnelles, & que par consequent la ligne BC se trouve coupée aux points I, D, dans la moyenne & extréme raison proportionnelle, c'est-à-dire, que le Rectangle sous toute la ligne BC & sa partie du milieu DI, est égal au Rectangle sous les deux autres parties extrémes BI, CD; comme l'on démontrera aisément en tirant par le point B, la ligne BK parallele au Rayon de reflexion AE.

Il est évident par la proprieté des Foyers d'une Ellipse, que les deux points A, B, sont les Foyers d'une Ellipse, qui touche le Miroir Spherique au point E de reflexion, & qui a pour grand Axe la somme des deux Rayons AE, BE, de reflexion & d'incidence: & qu'ainsi pour trouver le point de reflexion E, il n'y a qu'à décrire une Ellipse qui touche la circonference DEL, & dont les Foyers soient les deux points A, B, ce qui se peut aisément faire par l'intersection de la circonference DEL, & d'une Hyperbole entre ses Asymptotes, dont l'opposée passe par le centre C de la même circonference DEL, comme nous avons démontré dans nôtre *Dictionnaire Mathematique*.

Il

Planche 19. 69. Fig. Il est évident aussi, que l'apparence H de l'Objet B, est plus proche du point E de reflexion, que du centre C, c'est-à-dire, que la ligne CH est toûjours plus grande que la ligne EH, parce que l'angle CEH est toûjours plus grand que l'angle ECH, comme l'on connoîtra en prolongeant vers L le Rayon d'incidence BE, & en lui tirant du centre C, la paralle-le MN.

Il est encore évident, que la même apparence H de l'Objet B est aussi plus proche du point de reflexion E, ou du point D de la Surface du Miroir, que l'Objet B, c'est-à-dire, que la ligne EH est moindre que le Rayon d'incidence BE, & que la ligne DH est moindre que la cathete d'incidence BD.

Enfin il est évident, que si la grandeur OE est perpendiculaire à la Surface du Miroir Spherique DEL, en sorte qu'étant prolongée elle passe par son centre C, le point P le plus proche du Miroir, doit paroître moins enfoncé que le point O plus éloigné: & que cette grandeur OE doit paroître renversée & plus petite.

D'où il suit qu'une grandeur doit paroître dans un Miroir Spherique convexe toûjours plus grande à mesure qu'elle s'approche du Miroir parallelement à soi même, parce qu'alors elle paroît moins enfoncée, & par consequent plus proche de l'œil, & qu'elle se trouve renfermée dans un plus grand angle. Il arrivera la même chose si l'Objet demeure immobile, & que l'œil s'approche du Miroir, parce que pour lors il verra aussi cet Objet moins enfoncé dans le Miroir, & consequemment plus grand, puis qu'il le verra de plus proche.

PROBLEME XIII.

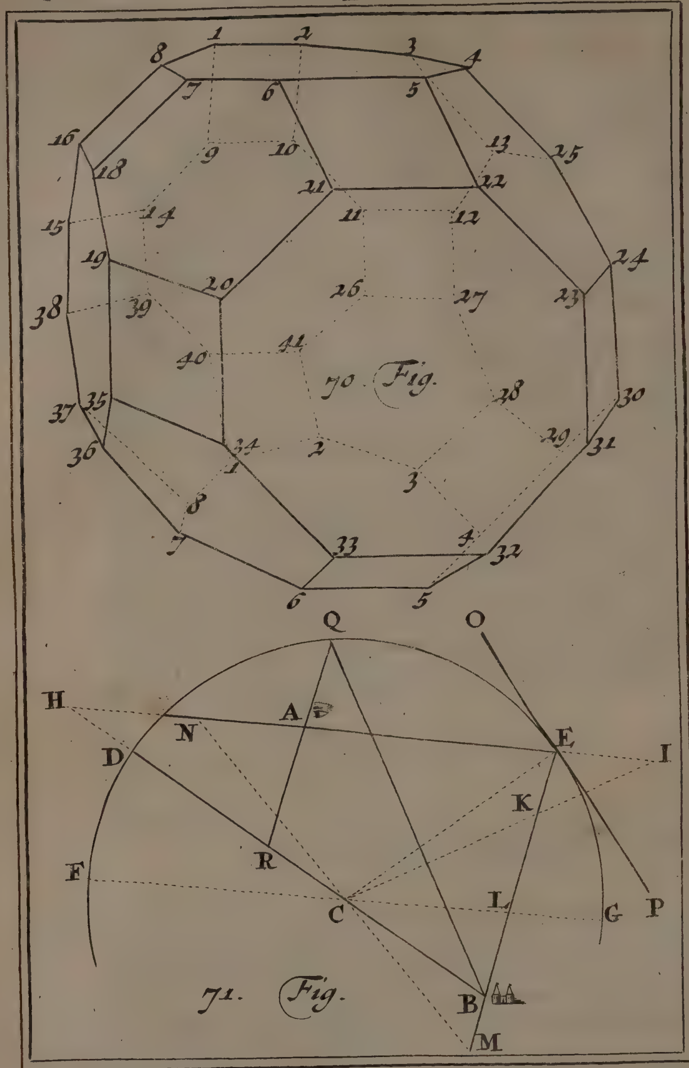
Déterminer le lieu de quelque Objet, vû par reflexion sur la Surface d'un Miroir Cylindrique.

Planche 18. 67. Fig. CE Probléme est assez difficile, parce qu'un Miroir Cylindrique étant pris selon sa longueur, peut être consideré comme un Miroir plan, & étant pris exactement selon sa rondeur, il peut être consideré comme un Miroir Spherique, & enfin étant pris en tout autre sens, il participe des proprietez d'un Miroir plan & d'un Spherique.

C'est pourquoi si le point de quelque Objet & l'œil sont dans un Plan qui passe par l'Axe du Miroir Cylindrique, ce point sera vû par reflexion dans le Miroir Cylindrique comme dans un Miroir plan, sçavoir autant enfoncé dans le Miroir qu'il en sera éloigné.

Comme si l'on suppose un point A de quelque Objet, & l'œil B, dans un Plan qui passe par l'Axe CD du Miroir Cylindrique

EFGH,


70 . Fig.
Q
O
H
A
N
E
I
D
K
R
F
C
L
G
P
B
M
71. Fig.

EFGH, ce point A sera vû en H par le Rayon de reflexion BIH, sçavoir au concours de ce Rayon de reflexion, & de la ligne ALH perpendiculaire à la commune Section EH du Miroir & du Plan qui passe par l'œil & par le point de l'Objet A : & dans ce cas, il est évident que l'Objet A paroît autant enfoncé dans le Miroir qu'il en est éloigné, c'est-à-dire, que les lignes AL, LH, sont égales entre elles, à cause des deux Triangles rectangles égaux ALI, HLI.

Planche 18. 67. Fig.

Mais si l'œil & le point de l'Objet sont dans un Plan parallele à la base du Miroir Cylindrique, comme la Section de ce Plan & du Miroir est un Cercle, l'Objet paroîtra dans ce Miroir Cylindrique, comme nous avons vû qu'il devoit paroître dans un Miroir Spherique. D'où il suit que les grandeurs paralleles à la base d'un Miroir Cylindrique y paroissent beaucoup racourcies, & que celles qui sont paralleles à l'Axe du même Miroir, y paroissent presque de la même grandeur, comme dans un Miroir Plan. Cela est encore vray dans un Miroir Conique, comme il est aisé à démontrer.

PROBLEME XIV.

Etant donnez les points de l'œil, & de quelque objet, avec le point de reflexion sur la Surface concave d'un Miroir Spherique, déterminer dedans ou dehors de ce Miroir l'image de l'objet proposé.

SI l'œil est A, l'Objet B, & que le point de reflexion soit E sur la Surface concave FEG d'un Miroir Spherique, dont le centre est C, tirez de ce centre C, à l'Objet B, la droite BC, qui étant prolongée rencontre ici le Rayon de reflexion AE, aussi prolongé au point H, qui sera l'image ou la representation de l'Objet proposé B, parce que ce point H est le concours du Rayon de reflexion AE, & de la cathete d'incidence CD, tirée du centre C par l'Objet B.

Planche 20. 71. Fig.

Remarque.

Si l'Objet avoit été plus proche du Miroir, comme en K, son apparence I se seroit trouvée de l'autre côté, sçavoir au concours du Rayon de reflexion AE, & de la cathete d'incidence CI, tirée du centre C par l'Objet K : & si l'Objet étoit en L, il ne se verroit point du tout dans le Miroir, parce que dans ce cas la cathete d'incidence FG, tirée du centre C par l'Objet L, ne rencontreroit point le Rayon de reflexion AE, lui étant parallele : & enfin si l'Objet étoit en M, son apparence N se trouveroit en dehors, sçavoir au concours du Rayon de

Planche 20. 71. Fig.

reflexion AE, & de la cathete d'incidence CN, tirée du centre C par l'Objet M.

Par là on void la raiſon de ce que l'experience nous enſeigne tous les jours, ſçavoir qu'un Objet peut être vû par reflexion dans un Miroir concave, comme dans un convexe, hors de la Surface du Miroir, comme eſt ici le point N, qui eſt l'image de l'Objet M: & en dedans, comme H, qui eſt l'image de l'Objet B, ou I, qui eſt l'image de l'Objet K, ces deux images H, I, paroiſſant enfoncées dans le Miroir, mais jamais tant enfoncées, comme ſi le Miroir étoit plan; cela venant des differens concours des Rayons de Reflexion, & des cathetes d'incidence, qui peuvent faire voir les Objets quelquefois en la Surface du Miroir, quelquefois en dedans, & d'autrefois en dehors & par devant, plus ou moins loin du Miroir: de ſorte qu'on les voit tantôt entre l'Objet & le Miroir: tantôt au lieu même où eſt l'Objet, ce qui fait que l'on peut manier l'image de ſa main, ou de ſa face hors du Miroir: tantôt plus loin du Miroir que l'Objet n'en eſt éloigné: & tantôt au lieu même où l'œil eſt placé, ce qui fait que ceux qui en ignorent la raiſon, ont peur, & ſe retirent, quand ils voyent ſortir hors du Miroir l'image d'une Epée, ou d'une Dague, que quelqu'un tient derriere eux.

Il eſt évident que la touchante OP, qui paſſe par le point E de reflexion, détermine l'angle d'incidence BEP, & ſon égal, ou l'angle de reflexion AEO: & que la ligne CE qui eſt perpendiculaire à la touchante OP, diviſe en deux également l'angle AEB fait par les Rayons d'incidence & de reflexion. D'où il ſuit, que ſi l'on diviſe en deux également cet angle par une ligne droite, cette ligne droite paſſera par le centre C du Miroir Spherique, parce qu'elle ſera perpendiculaire à la touchante OP.

Il eſt aiſé de juger, que l'Objet B peut être vû par reflexion en deux endroits differens, lors que l'œil eſt placé en un certain point; car ſi l'on mene un Rayon d'incidence quelconque BE, avec ſon Rayon de reflexion AE, & un autre Rayon d'incidence BQ, avec ſon Rayon de reflexion QR, qui rencontrera le premier en un point, comme A, où l'œil étant mis, il verra l'Objet B par les deux Rayons de reflexion AE, AQ, & par conſequent en deux endroits differens, ſçavoir aux points H, R, au dedans & au dehors du Miroir.

Il eſt auſſi facile de juger que ſi l'Objet eſt placé au centre C du Miroir, ſon image ſe reflêchit contre lui-même, parce que dans ce cas l'Angle d'incidence eſt droit. C'eſt pourquoi celui qui aura l'œil au centre C du Miroir, ne pourra voir autre choſe que ſoi-même.

PRO-

PROBLEME XV.

Des Miroirs ardens.

NOus avons vû au Probléme precedent, que deux Rayons de reflexion, qui appartiennent à un même Objet, comme AE, AQ, qui appartiennent à l'Objet B, s'unissent & se rencontrent au point A, au devant du Miroir, ce qui n'arrive pas aux Miroirs plans, où les Rayons de reflexion s'écartent, & encore moins aux Miroirs convexes, où les Rayons de reflexion s'écartent encore davantage, & s'unissent au derriere du Miroir. D'où il suit que par leur moyen on ne peut pas produire du feu, comme l'on fait à l'aide d'un Miroir concave, lequel alors on appelle *Miroir ardent*, qui peut être Parabolique & Spherique. Il est facile d'en faire de Spheriques, parce que le Tour peut aisément servir à faire un modelle pour cela, & qu'on les peut aisément polir : mais quand ils sont Paraboliques, ou de quelqu'autre figure, le Tour ne peut pas être si facilement mis en usage, pour faire un modelle qui puisse servir pour les construire, ce qui fait qu'on en void trés rarement de semblables, & que même ils ne se rencontrent pas si bons que les Spheriques, quoi que selon la Theorie ils devroient être meilleurs. C'est pourquoi non parlerons seulement ici des Miroirs Spheriques.

Soit donc la Surface concave d'un Miroir Spherique bien poli ABC, dont le centre soit D, & un Demi-diametre BD. Soit un Rayon de lumiere EF paralele au Demi-diametre BD, qui se reflêchissant par le Rayon de reflexion FG, coupera le Demi-diametre BD en un point, comme G, plus proche de la Surface du Miroir Spherique, que de son centre, c'est-à-dire, que la ligne BG sera toûjours plus petite que la ligne DG, comme l'on connoîtra en tirant le Demi-diametre DF, qui fera le Triangle isoscéle FGD, &c. Planche 21. Fig. 72.

Il est aisé de juger, que si de l'autre côté il y a un Rayon de lumiere parallele au même Demi-diametre BD, & autant éloigné de ce Demi-diametre BD, que le Rayon EF, comme HI, en sorte que les arcs BF, BI, soient égaux, ce Rayon HI se reflêchira par le Rayon IG, qui passera par le même point G : & que si ce Rayon de lumiere étoit plus ou moins éloigné du Demi-diametre BD, son Rayon de reflexion ne couperoit pas ce Demi-diametre BD au même point G ; mais en quelque lieu qu'il le coupe, ce point de rencontre sera toûjours plus éloigné du centre que

Planche 21. 72. Fig.

de la Surface du Miroir. Or comme l'on peut concevoir une infinité de Rayons differens paralleles entre eux & au Demi-Diametre BD, & également éloignez du même Demi diametre BD, il est évident que tous ces Rayons doivent se reflêchir en un même point, comme G, qu'on appelle *Foyer*, où l'on peut aux Rayons du Soleil allumer une bougie, ou un flambeau, fondre en peu de temps quelque métal que ce soit, & vitrifier la pierre, quand le Miroir est un peu grand.

On peut aisément connoître par la Trigonometrie la distance de ce Foyer G à la Surface du Miroir, la distance du Rayon d'incidence, ou de lumiere étant connuë en degrez, & le Demi-diametre du Miroir en pieds ou en pouces. Comme si la Rayon d'incidence EF est éloigné du Demi-diametre BD, par exemple de 5 degrez, en sorte que l'arc BF, ou l'angle BDF soit de 5 degrez, & si l'on suppose le Demi-diametre DB, ou DF de 100000 parties, on pourra trouver en ces mêmes parties premierement la distance DG, en tirant du Foyer G, la ligne GK perpendiculaire au Demi-diametre DF, qui sera divisé en deux également au point K, ce qui fait que sa moitié DK sera de 50000 parties, & en faisant dans le Triangle DKG cette Analogie,

Comme le Sinus Total	100000
A la Secante de l'angle D	100382
Ainsi la ligne DK	50000
A la ligne DG	50191

laquelle étant ôtée du Demi-diametre DB, ou de 100000, il restera 49809 pour la ligne GB, ou pour la distance du Foyer à la Surface concave du Miroir.

C'est par cette maniere que nous avons supputé la Table suivante, où l'on void que le Foyer G s'approche toûjours de la Surface concave d'un Miroir Spherique, à mesure que les Rayons d'incidence s'éloignent du centre du Miroir, de sorte que quand ils en sont éloignez de 60 degrez, le Foyer G se trouve precisément au point B de la Surface concave du Miroir.

On

1	49992	16	47985	31	41668	46	28022
2	49970	17	47715	32	41041	47	26686
3	49932	18	47427	33	40382	48	25276
4	49878	19	47269	34	39689	49	23787
5	49809	20	46791	35	38961	50	22214
6	49725	21	46443	36	38197	51	20548
7	49625	22	46073	37	37393	52	18787
8	49509	23	45682	38	36549	53	16918
9	49377	24	45268	39	35662	54	14935
10	49229	25	44831	40	34730	55	12828
11	49064	26	44370	41	33749	56	10586
12	48883	27	43884	42	32798	57	8196
13	48685	28	43372	43	31634	58	5646
14	48468	29	42832	44	30492	59	2920
15	48236	30	42265	45	29289	60	0000

On void auſſi dans cette Table, que les Rayons d'incidence, depuis 1 degré juſqu'environ à 15 degrez de diſtance, s'uniſſent par reflexion preſque en un même point, parce que la diſtance du Foyer G ne décroît pas ſenſiblement. Ce qui fait qu'une telle quantité de Rayons envoyez du Soleil ſur la Surface concave d'un Miroir Spherique, qui peuvent paſſer pour paralleles, à cauſe de la grande diſtance du Soleil à la Terre, ſe refléchit preſque en un même point, & par conſequent tous les Rayons de reflexion qui ſe trouvent compris dans une portion concave de Sphere d'environ 30 degrez, peuvent par leur union produire du feu, comme l'experience le montre. Planche 21. 72. Fig.

On void encore dans la Table precedente, que le Foyer G eſt éloigné de la Surface concave du Miroir d'environ la quatriéme partie du Diametre, ou de la moitié du Demi-diametre DB, & que par conſequent un Miroir concave Spherique doit brûler d'autant plus loin que plus ſon Diametre ſera grand. Il ne faut pas croire pourtant qu'il puiſſe brûler à une diſtance énorme, parce qu'outre la difficulté qu'il y auroit à en conſtruire un bien grand, ces Rayons de reflexion qui s'uniſſent enſemble en un même point dans un petit Miroir, depuis 1 juſqu'à 15 degrez de diſtance, font que la diſtance du Foyer G ne change pas ſenſiblement, & que ces Rayons ne s'uniront pas ſi parfaitement dans un grand Miroir, ce qui fera changer ſenſiblement la diſtance du même Miroir, & diminuera la force des Rayons. Ainſi ce que l'on dit d'Archimede n'eſt pas croyable, ſçavoir qu'aux Rayons du

du Soleil il avoit par le moyen d'un Miroir concave brûlé l'Armée Navale des Romains à une distance de 375 Pas Geometriques, qui reviennent à 1875 pieds.

COROLLAIRE.

Il suit de ce qui a été dit dans ce Probléme, & dans le precédent, que si l'on met un corps lumineux, comme une chandelle au Foyer G, ses Rayons se refléchiront par des lignes environ paralleles entre elles & au Demi-diametre DB: & que si on la met au centre D, ses Rayons se refléchiront contre eux mêmes, parce qu'alors ils seront perpendiculaires à la Surface du Miroir.

On peut par le moyen d'un semblable Miroir, representer à la faveur des Rayons du Soleil, tels caracteres qu'on voudra sur une muraille obscure, dont le Miroir ne soit pas beaucoup éloigné, sçavoir en écrivant sur la Surface concave du Miroir avec de la cire, ou autrement, les lettres à l'envers d'un caractere un peu gros, & en opposant directement le Miroir au Soleil, car alors les lettres paroîtront par reflexion dans leur situation ordinaire sur la muraille proposée.

On peut aussi par le moyen du même Miroir augmenter la lumiere dans une grande Chambre, en appliquant une chandelle allumée au Foyer de ce Miroir, car alors les Rayons de cette chandelle se refléchiront par toute la chambre, & y feront une telle clarté, qu'on pourra aisément lire contre les murailles.

Enfin l'on se peut servir de la même façon de ce Miroir pour s'éclairer la nuit, & voir de loin ce qui se passe: & il peut être utile à ceux qui veulent conserver leur vûë, en se servant de la lumiere d'une lampe mise au Foyer du Miroir, qui doit être placé un peu haut, & à côté, afin qu'il puisse envoyer commodément la lumiere de la lampe sur la Table où l'on veut lire, ou écrire.

Remarque.

Les Miroirs ardens se font ordinairement de métal, afin que la reflexion s'y fasse plus facilement, & que l'effet en soit plus prompt & plus vigoureux, quoi qu'on les puisse aussi faire de Verre, où la reflexion se fera presque aussi bien, pourvû que le Verre soit bien net, & un peu mince, & que l'enduit en soit bon, pour empêcher les Rayons d'incidence de traverser & de se briser.

Pour trouver facilement le Foyer d'un Miroir concave, quand il est exposé aux Rayons du Soleil, il faut éloigner ou approcher du Miroir une petite piece de bois, ou de quelqu'autre matiere solide, en telle sorte que le disque de lumiere qui paroîtra par

reflexion

réflexion contre cette piece, paroiſſe le plus petit qu'il ſera poſſible, car alors la piece ſe trouvera au Foyer. Ou bien l'on mettra de l'eau chaude auprés du Miroir du côté de la concavité qui regarde directement le Soleil, car la fumée qui ſortira de cette eau chaude, vous fera voir avec plaiſir le Cone de reflexion, dont la pointe ſera le Foyer. Ou bien encore l'on jettera de la pouſſiere au devant de la concavité du Miroir qui regarde directement le Soleil, car on connoîtra dans cette pouſſiere comme dans la fumée, le Cone de la lumiere refléchie, & par conſequent ſa pointe qui ſera le Foyer qu'on cherche. On peut même en Hyver remarquer ce Foyer & tout le Cone de reflexion ſans pouſſiere, ni ſans fumée, lors que l'air ſera groſſier & condenſé par le froid.

Quoi qu'il ſemble que pour produire du feu par le moyen d'un Miroir concave, il doive être éclairé des Rayons du Soleil, afin que la reflexion s'y puiſſe faire, on en peut neanmoins produire dans un lieu obſcur, ſçavoir en renvoyant les Rayons du Soleil contre la concavité de ce Miroir par le moyen d'un Miroir plan qui doit être un peu grand, afin qu'un plus grand nombre de Rayons s'uniſſant au Foyer, puiſſe brûler avec plus de force.

PROBLEME XVI.

Des Spheres de Verre, propres à produire du feu aux Rayons du Soleil.

ON peut auſſi produire du feu aux Rayons du Soleil avec une Sphere de Verre ou de Criſtal, ou de quelqu'autre matiere qui ſe puiſſe facilement penetrer par la lumiere, comme avec de l'eau renfermée dans une bouteille bien ronde, ou avec une Sphere de glace : non pas par reflexion, mais par refraction qui peut auſſi aſſembler en un point pluſieurs Rayons de lumiere paralleles entre eux, parce qu'en entrant dans la Sphere, ils ſe briſent en s'approchant de la perpendiculaire, & qu'en ſortant de la Sphere ils ſe briſent de nouveau en s'écartant de la perpendiculaire, ce qui les fait approcher du Diametre de la Sphere, auquel les Rayons d'incidence ſont paralleles, & le rencontrer en dehors en un point qui eſt le Foyer, dont l'effet n'eſt pas ſi prompt, ni ſi vigoureux que dans un Miroir ardent.

Soit une Sphere ou Boule de Verre BCD, dont le centre ſoit F, & un Diametre ſoit CD. Soit un Rayon de lumiere ou d'incidence AB, qui rencontrant la Surface de la boule de Verre en B, la penetre & entre au dedans, mais au lieu de ſe continuer ſelon la ligne droite ABH, comme il feroit s'il ne rencontroit aucune reſiſtance, il ſe briſe en ce point B, lequel à cauſe de cela Planche 21. 73. Fig.

 eſt

Planche 21. 73. Fig.

est appellé *Point de refraction*, & en s'approchant de la perpendiculaire GBF vers le centre F, se continuë selon la ligne BI, qui étant prolongée rencontre le Diametre CD aussi prolongé au point E, qui seroit le Foyer si le Rayon brisé BI ne se brisoit de nouveau au point I, par la ligne IO, qui en s'écartant de la perpendiculaire IL, rencontre le Diametre CD au point O, qui est le Foyer.

Auparavant que de vous enseigner à trouver ce Foyer O, ou sa distance DO à la Surface de la boule de Verre, nous expliquerons ici quelques termes, & quelques proprietez des Angles brisez & des Angles de refraction dans le Verre, qui ne sont pas les mêmes dans les autres corps Diaphanes, comme l'experience le fait connoître.

Si donc la ligne AB est un *Rayon d'incidence*, la droite BI s'appelle *Rayon de refraction*, & l'Angle HBI se nomme *Angle de refraction*. La droite BG, qui est perpendiculaire à la Surface de la boule, & qui par consequent passe par son centre F, s'appelle *Axe d'incidence*, & étant prolongée au dedans de la boule, se nomme *Axe de refraction*.

Le Plan qu'on imagine par le Rayon d'incidence AB, & par le Rayon de refraction BF, s'appelle *Plan de refraction*, qui est toûjours perpendiculaire à la Surface de la boule, qu'on nomme *Surface rompante*, parce que le Rayon d'incidence se brise là où il rencontre cette Surface. Il est évident que le Plan de refraction passe par les Axes d'incidence & de refraction, & qu'il contient l'Angle de refraction HBI, & l'Angle IBF, qu'on appelle *Angle brisé*, & encore l'Angle ABG, qui se nomme *Angle d'inclinaison*, lequel est toûjours égal au complement de l'*Angle d'incidence* ABP.

L'Angle brisé croît ou décroît à mesure que l'Angle d'inclinaison est plus grand, ou plus petit, de sorte que quand l'un de ces deux Angles est nul, l'autre Angle est aussi nul. Comme si la perpendiculaire BG est un Rayon d'incidence, auquel cas l'Angle d'inclinaison sera nul, ce Rayon d'incidence GB en penetrant le Verre, ne se brisera point, se continuant en droite ligne vers le centre F, ce qui fait que l'Angle brisé est aussi nul. Ainsi vous voyez que lors que le Rayon d'incidence est perpendiculaire à la Surface rompante, il ne se fait aucune refraction, parce qu'il n'y a aucune raison par laquelle cette refraction se doive faire plûtôt d'un côté que d'un autre.

Quoi que l'Angle brisé croisse à mesure que l'Angle d'inclinaison, neanmoins il ne croît pas de la même façon, c'est-à-dire, que si l'Angle d'inclinaison s'augmente par exemple d'un degré, l'Angle brisé ne s'augmentera pas aussi d'un degré, mais cette augmentation est telle, que les Sinus des Angles d'inclinaison dans un même Milieu sont proportionnels aux Sinus de leurs Angles brisez dans un autre Milieu plus facile ou plus difficile à penetrer ; de sorte que le Sinus d'un Angle d'inclinaison

est

est au Sinus de son Angle brisé, comme le Sinus d'un autre Angle d'inclinaison est au Sinus de son Angle brisé. C'est pourquoi si l'on a une fois connu par experience un Angle brisé pour quelque Angle d'inclinaison que ce soit, il sera facile de connoître par supputation les Angles brisez pour tous les autres Angles d'inclinaison. Planche 21. 73. Fig.

Parce que les deux lignes AH, CD, sont paralleles, l'Angle E est égal à l'Angle de refraction HBE: & parce que dans tout Triangle rectiligne les Sinus des Angles sont proportionnels à leurs côtez opposez, on connoît que le Sinus de l'Angle brisé EBF, est à son côté opposé EF, comme le Sinus de l'Angle BFC, ou de l'Angle d'inclinaison ABG, au Rayon de refraction BE; & comme l'on a reconnu par experience, que lors que la boule BCD est de Verre, le Sinus de l'Angle brisé EBF est au Sinus de l'Angle d'inclinaison ABG, ou BFC, comme 2 est à 3, il s'ensuit que si la ligne EF est de 200 parties, le Rayon de refraction BE en doit contenir 300, & qu'ainsi l'on peut facilement trouver par la Trigonometrie l'Angle E, ou l'Angle de refraction HBE, l'Angle brisé EBF, & le Demi-diametre BF, lors que l'on connoît l'Angle d'inclinaison ABG, ou son égal BFC, dans le Triangle obliquangle BFE, où trois choses sont connuës, le côté BE de 300 parties, & le côté EF de 200, avec l'Angle BFE, qui est le reste à 180 degrez de l'Angle BFC, qui est égal à l'Angle d'inclinaison ABG, que l'on suppose connu.

Supposons que l'Angle d'inclinaison ABG soit de 10 degrez, auquel cas l'Angle BFE sera de 170 degrez, & qu'on veüille trouver l'Angle brisé EBF; faites cette Analogie,

Comme le côté BE	300
Au Sinus de l'Angle opposé BFE	17365
Ainsi le côté EF	200
Au Sinus de l'Angle brisé EBF.	11577

qui se trouvera d'environ 6.39'. & qui étant ôté de l'Angle BFC, ou de l'Angle d'inclinaison ABG, que nous avons supposé de 10 degrez, il reste 3.21'. pour l'Angle de refraction HBE, ou pour l'Angle E, qui servira pour trouver le Demi-diametre BF, par cette Analogie,

Comme le Sinus de l'Angle BFE	17365
A son côté opposé BE	300
Ainsi le Sinus de l'Angle E	5843
A son côté opposé BF	101

Mais si le Demi-diametre BF est déja connu, comme de

 100

Planche 100 parties, on trouvera dans les mêmes parties la ligne EF, en
ar. 73. faisant dans le même Triangle BEF, cette Analogie.
Fig.

Comme le Demi-diametre BF	101
A la ligne EF	200
Ainsi le même Demi diametre BF	100
A la même ligne EF	198

à laquelle ajoûtant le Demi-diametre FC, ou 100, on aura 298 pour la ligne CE.

C'est par cette maniere qu'on a supputé la Table suivante, où l'on trouve vis-à-vis de l'Angle d'inclinaison ABG, la quantité

ABG	EBF	HBE	CE	ABG	EBF	HBE	CE
1	0.40	0.20	300	11	7.18	3.42	297
2	1.20	0.40	300	12	7.58	4. 2	297
3	2. 0	1. 0	300	13	8.38	4.22	297
4	2.40	1.20	300	14	9.16	4.44	296
5	3.20	1.40	300	15	9.56	5. 4	295
6	4. 0	2. 0	299	16	10.35	5.25	295
7	4.40	2.20	299	17	11.14	5.46	294
8	5.19	2.41	298	18	11.53	6. 7	293
9	5.59	3. 1	298	19	12.32	6. 28	292
10	6.39	3.21	298	20	13.11	6.49	292

de l'Angle brisé EBF, & de l'angle de refraction HBE, avec celle de la ligne CE, le Diametre CD de la Sphere de Verre étant supposé de 200 parties.

Nous n'avons pas prolongé cette Table au delà du 20. degré d'inclinaison, parce qu'elle suffit pour vous faire voir à quelle propoition la ligne CE décroît, qui est qu'elle décroît fort lentement, étant environ égale par tout à trois Demi-diametres, puis que la plus grande difference n'est d'environ que de la 25. partie du Diametre, ce qui fait que la ligne DE est presque égale au Demi-diametre de la même Sphere, c'est-à-dire, à la ligne DF.

Cette ligne DE, qui se trouve de 98 parties pour un Angle d'inclinaison de 20 degrez, comme l'on connoît en ôtant CD de CE, ou 200 de 292, nous servira pour trouver le Foyer O, comme vous allez voir, aprés avoir remarqué que l'Angle brisé EBF est environ double de l'Angle de refraction HBE,

HBE, & que par consequent cet Angle de refraction HBE est presque égal à la troisiéme partie de l'Angle d'inclinaison ABG ; comme l'on voit sans peine dans la Table precedente. Planche 21. 73. Fig.

Pour donc trouver le Foyer O, on considerera que puis que les lignes DE, DF, sont presque égales, les Angles IEF, IFE, sont à peu prés égaux, ce qui fait que l'Angle EIL, qui leur est égal, est environ double de chacun ; & par consequent de l'Angle E. Cela étant supposé, si l'on considere la ligne OI comme un Rayon d'incidence, en sorte que l'Angle OIL soit un Angle d'inclinaison, auquel cas, la ligne IB sera un Rayon de refraction, l'Angle OIE sera un Angle de refraction, & l'Angle EIL un Angle brisé, l'on connoîtra que cet Angle brisé EIL est aussi double de l'Angle de refraction EIO, comme nous avons remarqué auparavant. D'où il suit que les deux Angles E, EIO, sont égaux entre eux, & que par consequent les lignes OE, OI, sont aussi égales entre elles : & parce que la ligne OI est presque égale à la ligne OD, la ligne OE sera aussi presque égale à la ligne OD, & ainsi le Foyer O est environ au milieu de la ligne DE, & par consequent la ligne DO est égale à la moitié de la ligne DE, ou du Demi-diametre DF. Si donc on prend sur le Diametre prolongé la ligne DO égale à la moitié du Demi-diametre DF, ou au quart du Diametre CD, on aura en O le Foyer qu'on cherche.

Remarque.

L'Angle EBF, qui est un Angle brisé à l'égard du Rayon d'incidence AB, qui sortant de l'air pour entrer dans le verre, se brise par la ligne BE, qui est un Rayon de refraction, devient un Angle d'inclinaison à l'égard du Rayon d'incidence IB, qui sortant du Verre pour entrer dans l'air, se brise reciproquement par la ligne AB, qui sera un Rayon de Refraction : & comme cet Angle EBF est double de l'Angle de refraction HBE, l'on void que lors qu'un Rayon d'incidence sort du Verre pour entrer dans l'air, l'Angle d'inclinaison est double de l'Angle de refraction, ce qu'il est bon de remarquer, parce que cela nous servira pour le Probléme suivant.

PROBLEME XVII.

Des Lentilles de Verre, propres à produire du feu aux Rayons du Soleil.

LEs Lentilles de Verre, qui peuvent ſervir à produire du feu, étant expoſées directement aux Rayons du Soleil, peuvent être plates d'un côté & convexes de l'autre, comme un Segment de Sphere : ou bien convexes des deux côtez, comme les Lunettes des Vieillards, & les Microſcopes qui groſſiſſent extraordinairement les Objets, & ſervent à découvrir les moindres parties & les plus petits corps de la Nature : ou bien encore convexes d'un côté & concaves de l'autre, qui ne ſont pas ſi utiles que les autres, parce qu'elles ne peuvent ſervir à produire du feu, que quand leur convexité eſt tournée droit au Soleil, car lors que leur concavité regarde le Soleil, les Rayons de refraction au lieu de *convergens* deviennent *divergens*, c'eſt-à-dire, qu'ils s'écartent les uns des autres, ce qui les empêche de s'unir & de pouvoir produire du feu, comme nous ferons voir dans la ſuite.

Des Lentilles de Verre, faites en forme de Segment de Sphere.

Planche 21. 74. Fig.

EXpoſons premierement au Soleil la Surface plane FC de la Lentille de Verre FBC, dont la convexité FBC a ſon centre E dans l'Axe d'incidence EBH, qui diviſe l'arc FBC en deux également au point B, & ſa corde FC auſſi en deux également au point I, & dans lequel eſt le Foyer H de tous les Rayons d'incidence, qui ſont paralleles à l'Axe d'incidence EH, & par conſequent perpendiculaires à la Surface rompante FC. Ce Foyer H, ou ſa diſtance BH depuis la convexité du Miroir, ſe determinera en cette ſorte.

Soit un Rayon d'incidence DA, lequel étant parallele à l'Axe d'incidence EH coupera la Surface rompante FC à Angles droits, & la traverſera par conſequent ſans ſe briſer, juſqu'à ce qu'étant parvenu au point A de la Surface convexe, il ſe briſera en ſortant du Verre, & au lieu d'aller droit en G, il ſe détournera par le Rayon de refraction AH, qui coupera l'Axe d'incidence EH au point H, où tous les autres Rayons d'incidence paralleles au Rayon DA, s'uniront par refraction, pour le moins quand l'Arc BC, ou BF ne ſera pas plus grand que de 20 degrez, parce que, comme vous avez vû au Probléme precedent, les Rayons de refraction ne s'uniroient pas au même point H, mais plus proche du point B, ſi ces arcs étoient de beaucoup plus

grands que de 20 degrez. Ainsi le point H sera le Foyer, parce que c'est le lieu où les Rayons du Soleil s'unissant par refraction peuvent produire du feu. Planche 12. 74. Fig.

Cela étant supposé, l'on considerera que l'Angle d'inclinaison DAE, ou son égal AEH étant double de l'Angle de refraction GAH, ou AHE son égal, comme nous avons reconnu au Probléme precedent, le Sinus de l'Angle AEH sera presque double du Sinus de l'Angle AHE, à cause de la petitesse de ces Angles: & parce que dans un Triangle rectiligne les côtez sont proportionnels aux Sinus de leurs Angles opposez, le côté AH sera aussi presque double du côté AE: & comme le côté AH approche d'être égal à la ligne BH, il s'ensuit que la distance BH du Foyer H à la Surface convexe FBC est presque double du Demi-diametre AE, ou BE, & que par consequent toute la distance EH est environ triple de ce Demi-diametre.

Mais si l'on tourne la partie convexe FBC vers le Soleil, le 75. Fig. Rayon DA, & tous les autres paralleles à l'Axe d'incidence EB, se briseront deux fois auparavant que de s'unir au point K, qui sera le Foyer une fois en entrant dans le Verre par la ligne AH, qui s'approche de la perpendiculaire EAO, & une seconde fois en sortant du Verre par la ligne LK, qui s'écarte de la perpendiculaire LM.

Il est évident par ce qui a été dit au Probléme precedent, que dans la premiere refraction l'Angle d'inclinaison DAO, ou AEB, est triple de l'Angle de refraction GAH, ou AHE, & que par consequent la ligne AH est triple du Demi-diametre EA: & parce que la ligne AH est presque égale à la ligne BH, cette ligne BH sera aussi presque triple du même Demi-diametre AE, ou BE, comme auparavant, ce qui fait connoître que le Foyer seroit en H, s'il n'y avoit qu'une refraction, mais comme il y en a deux,

Il est évident aussi par la remarque du Probléme precedent, que dans la seconde refraction HLM, ou KHL est double de l'Angle de refraction KLH, & que par consequent la ligne KL est double de la ligne KH: & parce que la ligne KL est presque égale à la ligne KB, lors que l'épaisseur BI de la Lentille n'est pas beaucoup grande, comme nous le supposons ici, cette ligne KB est aussi presque double de la ligne KH, & que par consequent toute la ligne BH est environ triple de la ligne KH: & comme nous avons reconnu que la même ligne BH est aussi triple du Demi-diametre BE, il s'ensuit que ce Demi-diametre BE est égal à la ligne KH, & que par consequent la ligne KB est double du Demi-diametre BE, ou égale à tout le Diametre. Si donc on porte le Demi-diametre EB depuis le centre E en K, ce point K sera le Foyer qu'on cherche.

Des Lentilles de Verre, convexes des deux côtez.

Planche 21. 76. Fig. POur trouver le Foyer de la Lentille de Verre ABCD, dont l'Axe EI contient le centre E de la convexité ADC, & le centre F de la convexité ABC, tirez un Rayon quelconque d'incidence GH parallele à l'Axe EI, & ayant pris sur cet Axe la ligne BI triple du Demi-diametre BF, menez la droite HI, qui donnera le point K de la seconde refraction, par où vous tirerez du centre E, la droite EKM, qui sera perpendiculaire à la Surface rompante ADC, ce qui fait que la ligne IK étant considerée comme un Rayon d'incidence, l'Angle IKM sera un Angle d'inclinaison, lequel étant double de l'Angle de refraction, comme il a été remarqué au Probléme precedent, si l'on fait en K, l'Angle IKL égal à la moitié de l'Angle IKM, on aura en L le Foyer qu'on cherche, à l'égard de la convexité ABC exposée au Soleil.

Remarque.

Lors que les Demi-diametres ED, BF, seront égaux entre eux, c'est-à-dire, lors que les convexitez ABC, ADC, seront des portions égales de la superficie d'une même Sphere, le Foyer se trouvera environ au Centre F de la convexité ABC exposée au Soleil, ou au centre E de la convexité ADC tournée contre le Soleil. Mais soit que les Demi-diametres ED, BF, soient égaux, ou inégaux, la distance du Foyer L sera toûjours la même, en tournant vers le Soleil celle qu'on voudra des deux convexitez ABC, ADC.

Des Lentilles de Verre, convexes d'un côté, & concaves de l'autre.

77. Fig. LE Foyer d'une semblable Lentille se trouve comme dans la precedente, lors que sa convexité regarde le Soleil, mais il y a un abregé pour le trouver, quand le Diametre de la concavité est triple de celui de la convexité, car pour lors le Foyer se trouve éloigné d'un Diametre & demi, ou de trois Demi-diametres de la convexité, que nous supposons tournée vers le Soleil, c'est-à-dire, qu'il est au centre de la concavité, en considerant l'épaisseur de la Lentille comme trés-petite.

Proposons la Lentille de Verre ABCD, telle que le Demi-diametre EB de la convexité ABC, qui regarde le Soleil, soit la troisiéme partie du Demi-diametre FD de la concavité ADC. Cela étant, je dis que tous les Rayons d'incidence paralleles à l'Axe BF, comme GH, s'uniront par refraction au centre F de

la concavité, parce que ce Rayon GH en traversant le Verre se brisera par la droite HI, qui étant continuée passeroit par le point F, éloigné de la convexité ABC de trois Demi-diametres, comme vous avez vû auparavant, ce qui fait que le Rayon de refraction HF se trouvant perpendiculaire à la Surface concave ADC, ne se brisera point en I, lors qu'il sortira du Verre, & qu'il se continuera directement vers le point F, lequel par consequent sera le Foyer qu'on cherche. Planche 21. 77. Fig.

Mais si l'on tourne la concavité vers le Soleil, le Foyer se trouvera comme auparavant, & il se pourra aussi trouver par abregé, lors que le Demi diametre AB de la concavité sera la troisiéme partie du Demi diametre CD de la convexité, parce que dans ce cas, le Foyer se trouvera au centre C de la convexité, lors que l'épaisseur BD de la Lentille ne sera pas considerable, ce qu'il faut toûjours supposer ainsi, comme l'on connoîtra par un raisonnement semblable au precedent. Mais on ne peut tirer aucune utilité d'une Lentille ainsi exposée au Soleil, puis que ses Rayons de refraction s'écartent, au lieu de s'unir. Ainsi le point C n'est appellé Foyer qu'improprement, parce que les Rayons de refraction ne peuvent pas s'assembler à ce point qui regarde le Soleil, mais ils s'écartent par des lignes qui tendent seulement à ce point. 78. Fig.

Remarque.

Ce Foyer C, qui ne peut pas servir pour produire du feu, est appellé *Foyer Virtuel*, pour le distinguer du *Foyer Veritable*; où les Rayons du Soleil s'unissant par refraction, peuvent produire du feu. Ce Foyer veritable se peut trouver par cette Analogie, qui suppose que l'épaisseur de la Lentille, dont la convexité regarde le Soleil, est trés-petite, & comme insensible;

Comme la difference des Demi-diametres de la concavité & de la convexité,
Au Demi-diametre de la convexité;
Ainsi le Diametre de la concavité,
A la distance du Foyer.

Dans une Lentille convexe des deux côtez, le Foyer qui est toûjours veritable, se peut trouver par cette Analogie, qui comme la precedente, suppose que l'épaisseur de la Lentille est trés-petite.

Comme la somme des Demi-diametres des deux convexitez,
Au Demi-diametre de la convexité qui regarde le Soleil;

Ainsi

Planche 21. 79. Fig.

Ainsi le Diametre de l'autre convexité,
A la distance du Foyer.

Cette Analogie servira aussi pour trouver le Foyer d'une Lentille concave des deux côtez, mais comme ce Foyer n'est que Virtuel dans cette espece de Lentilles, aussi bien que dans celles qui sont plates d'un côté & concaves de l'autre, nous n'en parlerons pas davantage.

Si l'on fait une Lentille de Verre ABCG, concave d'un côté, & convexe de l'autre, en sorte que la convexité ABC soit la Surface d'une portion de Spheroïde produit par la circonvolution de l'Ellipse ABCD, autour de son grand Axe BD, qui soit à la distance EF des deux Foyers E, F, de l'Ellipse, comme 3 est à 2, & dont la concavité AGC ait pour centre le Foyer E; en exposant cette Lentille aux Rayons du Soleil, en sorte que sa convexité ABC regarde directement le Soleil, tous les Rayons d'incidence qui seront paralleles au grand Axe BD, s'uniront par refraction au Foyer E, lequel par consequent sera le Foyer veritable de cette Lentille Spherico-Elliptique. Sa convexité se peut aussi faire hyperbolique, mais cela est trop speculatif pour des Recreations Mathematiques. Voyez la Dioptrique du P. Dechales.

PROBLEME XVIII.

Representer dans une Chambre close les Objets de dehors avec leurs couleurs naturelles, par le moyen d'une Lentille de Verre convexe des deux côtez.

Ayant fermé la porte & les fenêtres de la chambre, en sorte que toutes les avenuës soient bouchées à la lumiere, excepté un petit trou que l'on fera à une fenêtre qui réponde sur quelque Place frequentée, ou sur quelque beau Jardin, si cela se peut; appliquez à ce trou une Lentille de Verre convexe des deux côtez, qui ne soit pas beaucoup épaisse, afin que son Foyer soit plus éloigné, comme un Verre des Lunettes, dont se servent les Vieillards: & alors les images des Objets de dehors, qui passeront au travers de ce Verre, étant reçûës sur un linge tendu à plomb, ou sur un Carton bien blanc placé environ au Foyer du même Verre, y paroîtront avec leurs couleurs naturelles, & mêmes plus vives que le naturel, sur tout lors que le Soleil les éclairera, sans neanmoins éclairer le Verre, parce que la trop grande lumiere en frappant contre le Verre empêcheroit de pouvoir discerner avec plaisir les images des Objets exterieurs, qui sans cela s'y distingueront d'une telle maniere avec leurs mouvemens, que l'on pourra

sans

ſans peine diſcerner les hommes d'avec les animaux qui paſſeront, & même un homme d'avec une femme, remarquer les Oiſeaux qui voleront en l'air, & connoître quand il fera un peu de vent, par le tremblement des herbes, ou des feüilles des arbres, qui ſe rendra ſenſible ſur le linge, ou ſur le carton, pourvû que le Vent les agite.

Remarque.

On peut bien ſans Verre diſtinguer auſſi ſur une muraille de la chambre, ou ſur le plancher, les images des Objets exterieurs, & principalement de ceux qui ſont en mouvement; mais ces images ne paroiſſent pas avec tant d'agréement & de diſtinction, parce que leurs couleurs ne ſont que ſombres & mortes. Or de quelque maniere qu'on les voye, elles paroîtront toûjours renverſées, mais on les peut redreſſer en pluſieurs manieres, ce qui ne ſert de rien, parce que cela n'augmente pas le plaiſir qu'il y a de les voir avec un Verre dans leurs couleurs naturelles, & ne diminuë en rien l'uſage qu'on en tire, qui eſt que l'on peut repreſenter en racourci ſur le carton les païſages, & tout ce qui pourra envoyer ſon image ſur ce carton : ſçavoir en paſſant un crayon ſur tous les traits de cette repreſentation qui paroîtra comme en Perſpective, dont les parties ſeront d'autant mieux proportionnées que moins la Lentille de Verre ſera épaiſſe par le milieu, & que le trou par où les eſpeces paſſent pour entrer dans le Verre, ſera bien petit. Ce trou ne doit pas avoir une épaiſſeur conſiderable, c'eſt pourquoi il doit être fait ſur une platine de métal bien mince, qu'on appliquera contre le trou de la fenêtre, qu'il eſt bon de faire un peu grand, afin de donner un paſſage libre aux eſpeces ou images des Objets de dehors, qui ſeront de côté.

On peut auſſi voir dans une chambre, dont les fenêtres ſeront fermées, pourvû que la porte ſoit ouverte, ce qui ſe paſſe au dehors par le moyen de pluſieurs Miroirs plans, qui pourront ſe communiquer par reflexion les eſpeces l'un à l'autre, &c.

J'ai oublié de dire, que par cette maniere de repreſenter ſur une Surface les images des Objets avec une Lentille de Verre, les Phyſiciens expliquent comment ſe fait la vûë, en prenant le creux de l'œil pour la chambre cloſe, le fond de l'œil, ou la Retine pour la Surface qui reçoit les eſpeces, l'humeur criſtallin pour la lentille de Verre, & le trou de la Prunelle pour le trou de la fenêtre, par où paſſent les eſpeces, ou images des Objets.

PROBLEME XIX.

Décrire sur un Plan une figure difforme qui paroisse au naturel, étant regardée d'un point déterminé.

ON peut déguiser, c'est à dire, rendre difforme une figure, par exemple, une Tête, en sorte qu'elle n'aura aucune proportion étant regardée de front sur le Plan où on l'aura tracée, mais étant vûë d'un certain point, elle paroîtra belle, c'est-à-dire, dans ses justes proportions. Cela se pratiquera de la sorte.

Planche 22. 80. Fig. Ayant fait sur du papier la figure que vous voulez déguiser avec ses justes mesures, décrivez un Quarré autour de cette figure, comme ABCD, & le reduisez en plusieurs autres petits quarrez, en divisant les côtez en plusieurs parties égales, par exemple, en sept, & en tirant des lignes droites en long & en travers par les points opposez des divisions, comme font les Peintres, quand ils veulent contretirer un Tableau, & le reduire au petit pied, c'est-à-dire, de grand en petit.

Cette preparation étant faite, décrivez à discretion sur le Plan proposé le Quarré long EBFG, & divisez l'un des deux plus petits côtez EG, BF, comme EG, en autant de parties égales que les côtez du Quarré ABCD, comme ici en sept, & l'autre côté BF en deux également au point H, duquel vous tirerez par les points de division du côté opposé EG, autant de lignes droites, dont les deux dernieres seront EH, GH.

Aprés cela ayant pris à discretion sur le côté BF, le point I, au dessus du point H, pour la hauteur de l'œil au dessus du Plan du Tableau, tirez de ce point I, au point E, la ligne droite EI, qui coupe ici celles qui partent du point H, aux points 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, par où vous tirerez autant de lignes droites paralleles entre elles & à la base EG du Triangle EHG, qui se trouvera ainsi divisé en autant de Trapezes que le Quarré ABCD est divisé en de Quarrez. C'est pourquoi si l'on rapporte dans ce Triangle EGH, la figure qui est dans le Quarré ABCD, en faisant passer chaque trait par les mêmes Trapezes ou Quarrez perspectifs qui sont representez par les Quarrez naturels du grand ABCD, la figure difforme se trouvera décrite, qu'on verra conforme à son prototype, c'est-à dire, comme dans le Quarré ABCD, en la regardant par un trou qui soit petit du côté de l'œil, & bien évasé du côté de la figure, comme K, que je suppose perpendiculairement élevé sur le point H, en sorte que sa hauteur LK soit égale à la hauteur HI, qui ne doit pas être bien grande, afin que la figure soit plus difforme dans le Tableau. Voyez le *Probl.* 21.

PRO-

PROBLEME XX.

Décrire sur un Plan une figure difforme qui paroisse dans sa perfection, étant vûë par reflexion dans un Miroir plan.

Ayant comme auparavant, compris la figure qu'on veut déguiser dans un Quarré, comme ABCD, divisé en plusieurs autres petits Quarrez, qui sont ici au nombre de seize, & supposant que le Miroir est une glace parfaitement quarrée, toute nuë & sans quadre, comme EFGH, tirez sur le Plan du Tableau la ligne droite IK égale au côté EF du Miroir, afin que la figure occupe entierement le Miroir EFGH, & ayant divisé en deux également au point P cette ligne IK, tirez-lui par son point de milieu P, la perpendiculaire indéfinie LM, en sorte que les deux parties PL, PM, soient égales entre elles, & d'une longueur volontaire. Planche 22. 81. Fig.

Aprés cela élevez du point L, la ligne LQ perpendiculaire à la ligne LM, & égale au double de la ligne IK, ou du côté du Miroir EF, & du point M, la ligne NO perpendiculaire à la même ligne LM, & aussi double de la ligne IK, en sorte que chacune des deux parties MN, MO, soit égale à la ligne IK, & joignez les droites LN, LO, qui passeront par les points I, K, & feront le Triangle LNO, que l'on divisera comme au Probléme precedent, en autant de quarrez perspectifs que le Quarré ABCD en contient de naturels, pour y transporter de la même façon la figure du Quarré ABCD, qui se trouvera difforme sur le Plan du Tableau, & qui paroîtra belle & semblable à son prototype, étant vûë du point Q élevé perpendiculairement sur le point L, comme nous avons dit au Probléme precedent, ou bien on la verra en son naturel par reflexion dans le Miroir EFGH placé sur la ligne IK, en regardant le Miroir par un petit trou élevé perpendiculairement sur le point M, à la hauteur de LQ, comme vous voyez dans la 82. *Fig.* où IRSK represente le Miroir, & Q le point de l'œil, &c. 82. Fig.

PROBLEME XXI.

Décrire sur un Plan Horizontal une figure difforme qui paroisse au naturel sur un Plan Vertical transparant, posé entre l'œil & la figure difforme.

Il est évident que si l'on met en Perspective quelque figure que ce soit sur du papier consideré comme un Plan horizontal, & que sur la Ligne de terre on éleve à angles droits un Plan Planche 23. 83. Fig.

Planche 23. 83. Fig.

transparant, qui soit par exemple de verre; l'œil étant placé vis-à-vis du point de vûë; à une hauteur égale à la distance de la Ligne de terre à la Ligne horizontale; & éloigné du Plan transparant qui represente le Tableau d'une distance égale à celle qu'on a supposée dans la Perspective, verra dans le Verre la figure difforme dans son naturel. Ceux qui entendent la Perspective comprennent facilement ce que je viens de dire; & ceux qui ne l'entendent pas pourront resoudre ce Probléme mécaniquement en cette sorte.

Ayant décrit sur une piece de carton ABCD, la figure que vous voulez déguiser; avec ses justes proportions, par exemple, l'œil EF, picquez cette figure EF, comme si vous vouliez faire un Poncis: & ayant élevé à angles droits ce Carton ainsi picqué sur le Plan MNOP, où vous voulez décrire la figure difforme; mettez derriere le Carton ABCD; une bougie allumée à telle hauteur & à telle distance qu'il vous plaira, comme en G, & alors la lumiere en passant par les trous du Carton ABCD, portera la figure sur le Plan MNOP, & l'y representera toute défigurée, comme HIKL, que l'on marquera avec un crayon, ou autrement, & qui paroîtra en son naturel sur un Verre mis à la place du Carton ABCD, étant regardée par l'œil placé au point G. Elle paroîtra aussi semblable à son prototype EF; étant vûë simplement par un petit trou mis au point G, comme au *Probl.* 19.

PROBLEME XXII.

Décrire sur la Surface convexe d'une Sphere une figure difforme, qui paroisse au naturel, étant regardée d'un point déterminé.

Planche 24. 84. Fig.

Ayant fait sur du papier la figure que vous voulez déguiser avec ses justes proportions, enfermez-la dans un Cercle ABCD, dont le Diametre AC, ou BD, soit égal au Diametre de la Sphere proposée, & divisez sa circonference en un nombre de parties égales, tel qu'il vous plaira, par exemple, en seize parties égales, pour tirer du centre de ce Cercle par les points de division autant de lignes droites. Divisez aussi le Diametre AC, ou BD de ce Cercle en un certain nombre de parties égales, comme en huit parties égales, & décrivez du même Centre par les points de division des circonferences de Cercle, lesquelles avec les lignes droites tirées du centre, diviseront le Cercle ABCD, en 64 petits espaces.

Décrivez encore un autre Cercle EFGH égal au precedent ABCD, & tirez de son centre I la ligne droite IK égale à la distance de l'œil au centre de la Sphere proposée, en sorte que la partie GK soit égale à la hauteur de l'œil sur la Surface de la même

même Sphere : & ayant tiré par le même centre I, le Diametre FH perpendiculaire à la ligne IK, divisez ce Diametre FH en autant de parties égales que le Diametre du premier Cercle ABCD, sçavoir en huit parties égales, pour tirer du point K, par les points de division autant de lignes droites, qui donneront sur le Demi-cercle FGH, les points 1, 2, 3, 4, & sur l'autre Demi-cercle FEH, les points 5, 6, 7. Planche 24. 84. Fig.

Cette preparation étant faite, décrivez du point L, comme Pole, sur la Surface convexe du Globe proposé des Cercles paralleles entre eux avec les ouvertures G1, G2, G3, G4, & GF, dont le plus grand sera MNO, duquel on ne void ici que la moitié qu'il faut diviser en autant de parties égales que la moitié du Cercle ABCD, comme ici en huit parties égales, pour décrire par les points de division & par le Pole L, autant de grands Cercles, qui avec les precedens diviseront l'Hemisphere LMNO en autant de petits espaces que le Cercle ABCD, dans lesquels on transportera l'image du Cercle ABCD, & cette image ou figure se trouvera défigurée dans l'Hemisphere LMNO, & paroîtra neanmoins semblable à son prototype, qui se trouve dans le Cercle ABCD, étant regardée d'un point élevé perpendiculairement sur le point L, & éloigné de ce point L d'une distance égale à la ligne GK.

Remarque.

Ce que nous avons fait sur la Surface convexe d'une Sphere, se peut faire de la même façon sur la Surface concave de la même Sphere, excepté que les Cercles paralleles qui ont été décrits du Pole L, avec les ouvertures G1, G2, G3, &c. doivent être décrits avec les ouvertures E5, E6, E7, & EF, c'est-à-dire, qu'au lieu de se servir du Demi-cercle FGH, que l'œil placé au point K void par sa convexité, on doit se servir de l'autre Demi-cercle FEH, que l'œil placé au même point K void par sa concavité.

PROBLEME XXIII.

Décrire sur la Surface convexe d'un Cylindre une figure difforme, qui paroisse belle quand elle sera vûë d'un point déterminé.

AYant comme à l'ordinaire, renfermé la figure qu'on veut déguiser en un Quarré KLMN divisé en plusieurs autres petits quarrez, & ayant déterminé le point de l'œil en O, à une distance raisonnable du Cylindre proposé ABCD, dont la base est le Cercle AFBG, tirez du centre E de cette base par le point 85. Fig.

déterminé

Planche 24. 85. Fig. déterminé O, la ligne droite EO, pour lui tirer par le même centre E, le Diametre perpendiculaire AB ; que vous diviserez en autant de parties égales que le côté KL du Quarré KLMN ; pour tirer du point O, par les points de division autant de lignes droites, qui donneront sur la circonference du Demi-cercle AFB, que l'œil void, les points 1, 2, 3, 4, & sur la circonference de l'autre Demi-cercle AGB, que l'œil ne void pas, les points 5, 6, 7.

Aprés cela tirez par les points 1, 2, 3, 4, sur la Surface du Cylindre des lignes paralleles entre elles, & à l'axe du même Cylindre, ou au côté AD, ou BC : & ayant divisé une de ces paralleles en autant de parties égales que le Diametre AB, décrivez sur la Surface du même Cylindre par les points de division des circonferences de Cercle paralleles à la circonference AFBG ; lesquelles avec les lignes droites paralleles precedentes formeront de petits espaces, dans lesquels on transportera la figure du Quarré KLMN, laquelle ainsi se trouvera défigurée sur la Surface du Cylindre ABCD, & qui neanmoins paroîtra conforme à son prototype, étant regardée par un petit trou placé au point O, où l'œil a été supposé dans la construction.

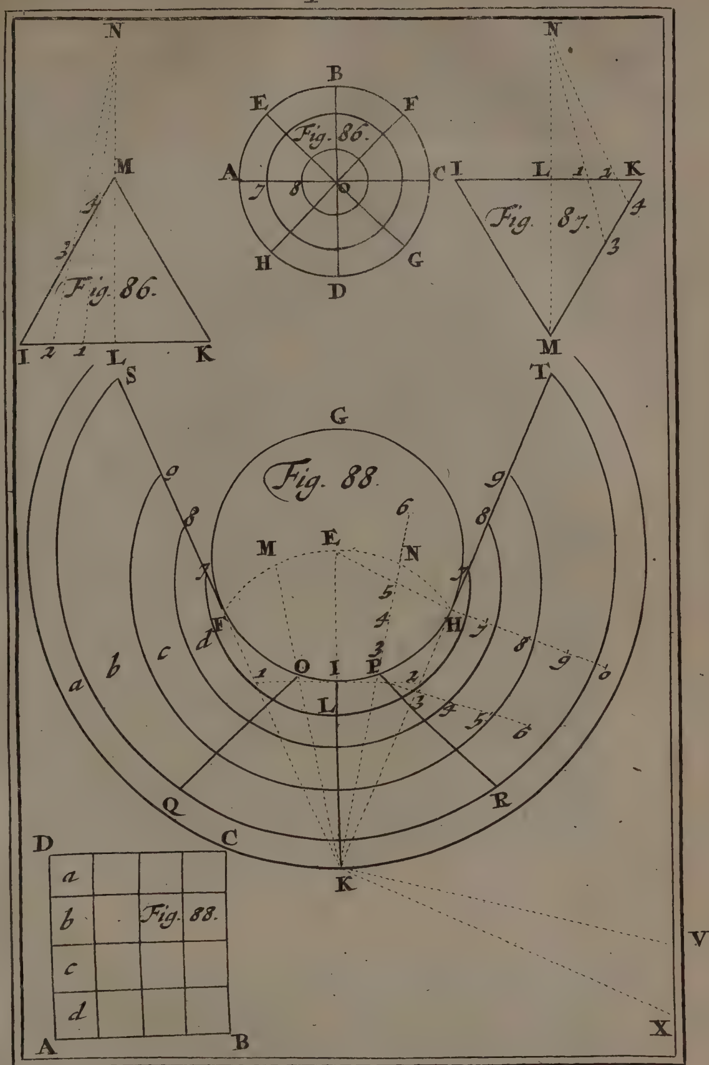
Remarque.

Ce que nous venons de faire sur la Surface convexe du Cylindre ABCD, se peut faire de la même façon dans sa Surface concave, en se servant du Demi-cercle AGB, comme nous avons fait du Demi-cercle AFB, c'est à dire, en élevant des perpendiculaires des points 5, 6, 7, dans la Surface concave, comme nous avons fait des points 1, 2, 3, 4, dans la Surface convexe ; &c.

PROBLEME XXIV.

Décrire sur la Surface convexe d'un Cone une figure difforme, qui paroisse en son naturel, étant regardée d'un point déterminé.

Planche 25. 86. Fig. DÉcrivez autour de la figure que vous voulez déguiser, un Cercle à volonté, comme ABCD, & divisez sa circonference en autant de parties égales qu'il vous plaira ; comme en huit parties égales, pour tirer par les points de division, A, E, B, F, &c. au centre O, autant de Demi-diametres, dont l'un, comme AO, étant divisé par exemple, en trois parties égales aux points 7, 8, vous décrirez du centre O, par ces points de division 7, 8, autant de circonferences de Cercle, lesquelles avec les Demi-diametres precedens diviseront l'espace terminé par


Fig. 86.
Fig. 86.
Fig. 87.
Fig. 88
Fig. 88.
N
M
I
L
K
B
E
F
A
C
H
G
D
S
T
O
P
Q
R
V
X
a
b
c
d

par la premiere & plus grande circonference ABCD en 24 petits espaces, qui serviront à contretirer l'image qui y sera comprise, & à la défigurer sur la Surface convexe du Cone, quand cette Surface aura été divisée en autant de semblables petits espaces, en cette sorte. Planche 25. 86. Fig.

Ayant tiré à part la ligne IK égale au Diametre de la base du Cone proposé, & l'ayant divisé en deux également au point L, tirez-lui par ce point L, la perpendiculaire LM égale à la hauteur du Cone, & joignez les droites MI, MK, qui representeront les côtez de ce Cone, que je suppose droit, comme si ce Cone avoit été coupé par un Plan tiré par son Axe, de sorte que le Triangle isoscéle IKM representera le Triangle de l'axe.

Cela étant fait, prolongez la perpendiculaire LM en N, au dessus du point M, qui represente la pointe du Cone, autant que vous voudrez que l'œil soit élevé au dessus de cette pointe, en sorte que la ligne MN soit égale à la distance de l'œil au sommet du Cone: & ayant divisé la moitié IL de la base IK en autant de parties égales que le Demi-diametre AO du prototype, tirez du point N, par les points de division 1, 2, les droites N1, N2, qui donneront sur le côté IM les points 4, 3. Enfin décrivez de la pointe du Cone avec les ouvertures M3, M4, des circonferences de Cercle sur la convexité du Cone, qui representeront les circonferences du prototype ABCD: & ayant divisé la circonference de la base du Cone en autant de parties égales que la circonference ABCD, tirez de la pointe du Cone par les points de division autant de lignes droites, qui avec les circonferences precedentes diviseront la Surface convexe du Cone en 24 espaces difformes qui representeront ceux du prototype ABCD, & dans lesquels par consequent on transportera la figure de ce prototype, qui se trouvera difforme sur la Surface du Cone, & qui étant regardée de l'œil mis directement au dessus de la pointe du Cone à la distance MN, paroîtra comme sur une Surface plane, & conforme à son prototype.

Remarque.

Ce que nous venons de faire sur la Surface convexe d'un Cone posé sur sa base, se peut pratiquer de la même façon dans la Surface concave d'un Cone creux posé sur sa pointe, excepté qu'il faut prolonger la perpendiculaire LM au delà du point L en N, en sorte que la ligne MN soit égale à la distance de l'œil à la pointe du Cone, qui dans ce cas lui doit servir de base, afin que l'œil placé en N, le puisse voir par le dedans, &c. 87 Fig.

PROBLEME XXV.

Décrire sur un Plan horizontal une figure difforme qui paroisse belle sur la Surface convexe d'un Miroir Cylindrique droit, étant vûë par reflexion d'un point donné.

Planche 25. 88. Fig.

IL faut premierement enfermer dans un Quarré, comme ABCD, la figure qu'on veut déguiser, & diviser ce Quarré ABCD en seize autres petits quarrez, qui serviront pour transporter la figure du prototype sur les quarrez semblables difformes qu'on aura décrits sur la Surface convexe du Miroir Cylindrique, dont la base est le Cercle FGHI, qui a le point E pour centre. Ce qui se fera en cette sorte.

Si K est l'assiete de l'œil, c'est à-dire, le point qui répond sur le Plan horizontal perpendiculairement à l'œil, qui peut être éloigné du Cylindre d'un ou de deux pieds, & un peu plus haut que le Cylindre, afin qu'il y puisse voir par reflexion plus de parties du Plan horizontal; tirez par ce point K & par le centre E, la droite KE, & de son point de milieu L, décrivez par le même centre E, l'arc de Cercle FEH, qui donnera sur la circonference FGHI, les deux points, F, H, par où vous tirerez du point K, les droites KFS, KHT, qui toucheront cette circonference aux mêmes points F, H.

Aprés cela divisez chacun des deux arcs égaux EF, EH, en deux également aux points M, N, & tirez du point K par les points M, N, les droites KM, KN, qui donneront sur la circonference FIH, les deux points O, P, par où vous tirerez les deux lignes OQ, PR, en sorte que l'Angle de reflexion FOQ soit égal à l'Angle d'incidence POK, en prenant la ligne KO pour un Rayon d'incidence, & que pareillement l'Angle de reflexion HPR soit égal à l'Angle d'incidence OPK, en prenant la ligne KP pour un Rayon d'incidence; & alors les cinq lignes IK, OQ, PR, FS, HT, representeront les lignes du prototype, qui sont paralleles aux deux côtez AD, BC, que les deux touchantes FS, HT, representent. Il ne reste plus qu'à diviser ces lignes en quatre parties égales en representation, ce que je ferai ainsi pour avoir plûtôt fait, sans que l'erreur puisse être considerable.

Ayant tiré par le point I, où la ligne KE coupe la circonference FIH, la ligne 1, 2, perpendiculaire à la même ligne KE, qui sera terminée aux points 1, 2, par les deux touchantes KF, KH, tirez du centre E par le point H la droite Ho égale à la ligne 1, 2, & la divisez en quatre parties égales aux points 7, 8, 9. Tirez ensuite par le point K, la droite KX égale à la hauteur de l'œil, & parallele à la ligne Ho, ou perpendiculaire à la touchan-

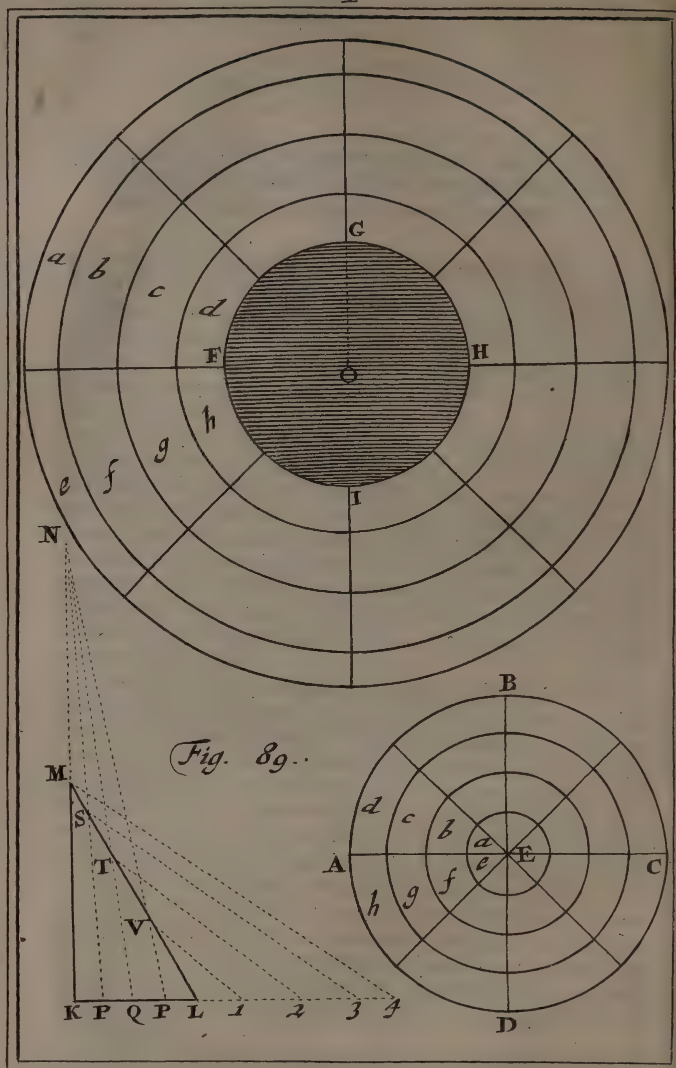


Fig. 89.

te KH, & ayant appliqué une regle bien droite au point X & aux points de division 7, 8, 9, 0, marquez des points sur la ligne HT, là où elle se trouvera coupée successivement par la regle: & la ligne HT se trouvera divisée aux points 7, 8, 9, T, en parties égales en apparence à celle de la ligne 1, 2, qui est divisée par les lignes tirées du point K, en quatre parties qui sont presque égales entre elles: Enfin portez les divisions de la touchante HT sur l'autre touchante FS. Planche 25. 88. Fig.

Pour diviser la ligne PR en quatre parties égales en representation à celles de la ligne 1, 2, tirez par le point P la ligne P6 perpendiculaire à la ligne KP, & égale à la ligne 1, 2, & divisez cette perpendiculaire P6 en quatre parties égales aux points 3, 4, 5. Tirez pareillement par le point K, la ligne KV égale à la hauteur de l'œil, & parallele à la ligne P6, ou perpendiculaire à KP, & ayant comme auparavant appliqué une regle au point V, & aux points de division 3, 4, 5, 6, marquez sur la ligne KP prolongée les points 3, 4, 5, 6, là où elle sera coupée par la regle. Enfin portez les divisions de la ligne PN sur chacune des deux lignes PR, OQ, & faites passer par les points également éloignez de la circonference FGHI, qui ont été marquez sur les quatre lignes FS, OQ, PR, HT, quatre circonferences de Cercle, qui avec les lignes droites FS, OQ, IK, PR, HT, formeront seize quarrez difformes, dans lesquels on transportera la figure du prototype ABCD, qui se trouvera défigurée sur le Plan horizontal, & qui paroîtra dans sa perfection sur la Surface convexe du Miroir Cylindrique posé droit sur la base FGHI, quand elle sera vûë par reflexion de l'œil élevé perpendiculairement sur le point K à une hauteur égale à la ligne KV, ou KX.

PROBLEME XXVI.

Décrire sur un Plan horizontal une figure difforme qui paroisse belle sur la Surface convexe d'un Miroir Conique élevé à angles droits sur ce Plan, étant vûë par reflexion d'un point donné dans l'Axe prolongé de ce Cone speculaire.

Decrivez premierement autour de la figure que vous voulez déguiser, le Cercle ABCD d'une grandeur volontaire, & divisez sa circonference en tel nombre de parties égales qu'il vous plaira, pour tirer du centre E par les points de division autant de Demi-diametres, dont l'un, comme AE, ou DE, doit aussi être divisé en un certain nombre de parties égales, pour décrire du centre E, par les points de division autant de circonferences de Cercles, qui avec les Demi-diametres precedens diviseront Planche 26. 89. Fig.

Planche 26. 89. Fig.

seront l'espace terminé par la premiere & plus grande circonference ABCD, en plusieurs petits espaces, qui serviront pour contretirer la figure qui y sera comprise, & à la défigurer sur le Plan horizontal autour de la Base FGHI du Miroir Conique en cette sorte.

Ayant donc pris le Cercle FGHI, dont le centre est O, pour la base du Cone, décrivez à part le Triangle rectangle KLM, dont la base KL soit égale au Demi-diametre OG de la base du Cone, & la hauteur KM égale à la hauteur du même Cone. Prolongez cette hauteur KM en N, en sorte que la partie MN soit égale à la distance de l'œil à la pointe du Cone, ou toute la ligne KN égale à la hauteur de l'œil au dessus de la base du Cone : & ayant divisé la base KL en autant de parties égales que le Demi-diametre AE, ou DE, du prototype, tirez du point N, par les points de division P, Q, R, autant de lignes droites, qui donneront sur l'hypotenuse LM, qui représente le côté du Cone, les points S, T, V. Faites au point V l'angle LV1 égal à l'angle LVR, au point T l'angle LT2 égal à l'angle LTQ, au point S l'angle LS3 égal à l'angle LSP, & au point M, qui represente le sommet du Cone, l'angle LM4 égal à l'angle LMK, pour avoir sur la base KL prolongée les points 1, 2, 3, 4.

Enfin décrivez du centre O de la base FGHI dn Miroir Conique, avec les ouvertures K1, K2, K3, K4, des circonferences de Cercle, qui representeront celles du prototype ABCD, & dont la plus grande doit être divisée de la même façon en autant de parties égales que la circonference ABCD, pour tirer du centre O, par les points de division des Demi-diametres, qui donneront sur le Plan horizontal autant de petits espaces difformes que dans le prototype ABCD, dans lesquels par consequent on pourra transporter la figure du prototype, qui se trouvera ainsi extrémement défigurée sur le Plan horizontal, & qui neanmoins paroîtra par reflexion dans ses justes proportions sur la Surface du Miroir Conique posée sur le Cercle FGHI, quand l'œil sera mis perpendiculairement au dessus du centre O, & éloigné de ce centre O d'une distance égale à la ligne KN.

Pour ne pas vous tromper en transportant ce qui est dans le prototype ABCD, sur le Plan horizontal, on prendra garde que ce qui est le plus éloigné du centre E, doit être le plus proche de la base FGHI du Miroir Conique, comme vous voyez par les mêmes lettres *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, *g*, *h*, du Plan horizontal & du prototype. On observera la même chose à l'égard d'un Miroir Cylindrique, comme vous voyez aussi par les quatre lettres semblables *a*, *b*, *c*, *d*, du Plan horizontal & du prototype.

Planche 25. 88. Fig.

PRO-

PROBLEME XXVII.

Décrire une Lanterne artificielle, par le moyen de laquelle on puisse lire la nuit de fort loin.

FAites une Lanterne qui ait la forme d'un Cylindre, ou d'un petit tonneau situé selon sa longueur, comme un tonneau de Vin posé dans une Cave, en sorte que la fumée passe par le bondon : & mettez à l'un de ses deux fonds un Miroir concave Parabolique, pour appliquer à son Foyer la flamme d'une bougie, dont la lumiere se reflêchira fort loin en passant par l'autre fond qui doit être ouvert, & elle paroîtra si éclatante, que de nuit on pourra lire de fort loin des lettres trés-petites, lors qu'on les regardera avec des Lunettes à Longue-vûë ; & ceux qui verront de loin la lumiere de cette bougie, croiront voir un grand feu qui paroîtra encore plus éclatant, si la Lanterne est étamée par le dedans, & qu'on lui donne la figure d'une Ellipse.

Remarque.

On se sert aussi d'un semblable Miroir pour la *Lanterne Magique*, ainsi appellée, parce que par son moyen l'on fait voir sur une muraille blanche de quelque chambre obscure tout ce que l'on veut ; de sorte que l'on y peut faire paroître des monstres & des spectres si affreux, que celui qui les void sans en connoître le secret, croit que cela se fait par Magie. La lumiere qui se reflêchit par le moyen de ce Miroir, passe par un trou de la Lanterne, où il y a un verre de Lunette, & entre deux on y fait passer une piece de bois plate & déliée, contenant plusieurs petits verres peints de diverses figures extraordinaires & affreuses, que l'on fait couler successivement par une fente qui est dans le corps de la Lanterne, & qui se representent sur la muraille opposée avec leurs mêmes couleurs & proportions en plus grand volume, ce qui donne de la terreur, & cause de l'admiration aux spectateurs qui n'en connoissent pas l'artifice.

PROBLEME XXVIII.

Par le moyen de deux Miroirs plans faire paroître un visage sous des formes differentes.

AYant placé horizontalement l'un des deux Miroirs plans, élevez l'autre environ à angles droits au dessus du premier, & les deux Miroirs demeurant en cette situation, si vous vous approchez du Miroir perpendiculaire, vous y verrez vôtre visage tout-à-fait difforme & imparfait, car il paroîtra sans front, sans yeux, sans nez, & sans oreilles, ne voyant que la bouche & le menton fort élevez. Si vous inclinez tant soit peu le Miroir perpendiculaire, vôtre visage y paroîtra avec toutes ses parties, excepté les yeux & le front qui ne paroîtront point. Que si vous l'inclinez un peu davantage, vous y verrez deux nez & quatre yeux, & en l'inclinant encore un peu davantage, vous y verrez trois nez & six yeux. Si vous continuez à l'incliner un peu davantage, vous ne verrez plus que deux nez, deux bouches, & deux mentons, & en l'inclinant encore un peu plus, vous verrez seulement un nez, & une bouche: & vôtre visage cessera de paroître entierement dans ce Miroir, si vous l'inclinez encore un peu plus, ce qui arrivera lors que l'angle d'inclinaison sera d'environ 45 degrez.

Si vous inclinez les deux Miroirs l'un à l'autre, vous y pourrez voir vôtre visage tout entier, & par les differentes inclinaisons, vous verrez dans le même Miroir l'image de vôtre visage alternativement droite & renversée, &c.

PROBLEME XXIX.

Par le moyen de l'eau faire voir un Jetton qui seroit caché à l'œil dans le fond d'un vase vuide.

SI dans un Vase vuide il y a un Jetton, que l'œil ne puisse appercevoir à cause de la hauteur de son bord, on lui pourra faire voir ce Jetton sans que l'œil, ni le Jetton changent de place, lors qu'il s'en manquera peu qu'il ne voye le Jetton, sçavoir en versant de l'eau dans ce Vase: car comme la vûë qui se fait par une ligne droite, qui partant de l'œil rencontre un milieu plus dense, fait dans ce milieu une Refraction vers la perpendiculaire, l'eau qui sera jettée dans le Vase, fera briser au dedans de ce Vase les rayons qui partent de l'œil, & les fera approcher de la perpendiculaire, c'est-à-dire, de la ligne qui est perpendiculaire à la Surface de l'eau qui est plus épaisse que l'air, ce qui fera

que

que l'œil verra au fond du Vase ainsi rempli d'eau claire, le Jetton qu'il ne pouvoit pas voir auparavant.

PROBLEME XXX.

Representer en perfection une Iris sur le plancher d'une Chambre obscure.

IL faut se servir d'un Prisme Triangulaire, que les Artisans appellent simplement *Triangle*, qui comme presque tout le monde sçait, fait voir diverses couleurs, étant appliqué sur le nez, & fait paroître les Objets renversez avec des couleurs semblables à celles de l'Iris, ou Arc-en-Ciel. Si donc on met un semblable Prisme à une fenêtre de la Chambre où le Soleil donne, les Rayons du Soleil en passant au travers de ce Verre triangulaire, formeront sur le plancher de la Chambre une Iris, qui sera trés-agreable à voir, principalement si le plancher est fait en voûte, parce que cela donnera à l'Iris une figure ronde & semblable à celle de l'Iris naturelle, que nous voyons dans les nuées.



PRO-



PROBLÉMES
DE GNOMONIQUE.

LA Gnomonique est la partie la plus agreable des Mathematiques, & comme j'en ai assez amplement traité dans mon Cours de Mathematique, & qu'elle dépend d'une Theorie profonde, quand on la veut posseder à fond, ce qui ne convient pas à des Recreations Mathematiques, je me suis proposé de mettre seulement ici les Problémes qui me sembleront les plus divertissans & les plus faciles à pratiquer & à comprendre.

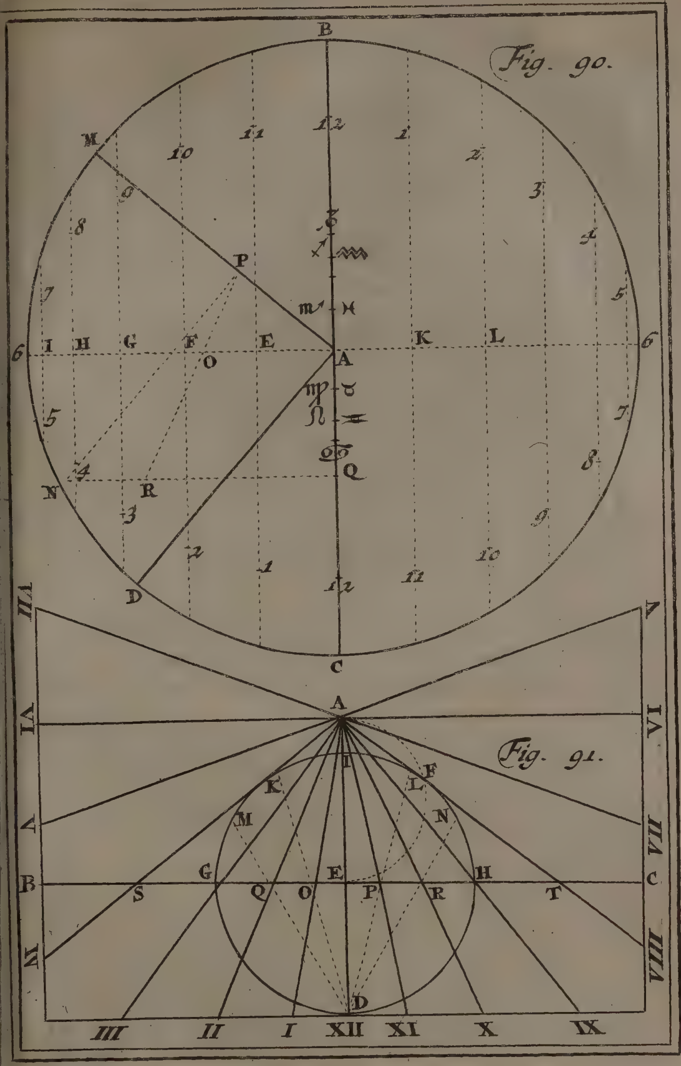
PROBLEME I.

Décrire dans un Parterre un Cadran Horizontal avec des herbes.

ON peut décrire par les methodes ordinaires un Cadran Horizontal dans un Parterre, en y marquant les lignes des heures avec du buis, ou autrement, & en faisant servir de stile quelque Arbre planté bien droit sur la Ligne Meridienne, qui par l'extrémité de son ombre marquera les heures au Soleil, comme dans les Cadrans ordinaires qui se font sur les Murailles. Mais au lieu d'un Arbre, une personne pourra se servir de sa propre hauteur pour stile, en se plaçant bien droit au pied du stile, qui doit avoir été marqué sur la Meridienne convenablement à cette hauteur, ce qui sera facile à celui qui entendra la Gnomonique.

On peut aussi tracer un semblable Cadran par le moyen d'une Table des hauteurs du Soleil, ou bien par le moyen d'une Table des Verticaux du Soleil, comme nous avons enseigné dans nôtre Gnomonique : ou bien encore en cette sorte.

Planche 27. 90. Fig. Ayant tiré par le point A pris à discretion sur le Plan horizontal, la Ligne Meridienne BC, & ayant décrit à volonté du même


Fig. 90.
Fig. 91.

même point A, le Cercle 6B6C, divisez sa circonference en 24 parties égales, ou de 15 degrez en 15 degrez, pour les 24 heures du jour naturel, en commençant depuis la Meridienne BC, & joignez les deux points opposez & également éloignez de la Meridienne BC, par des lignes droites qui seront paralleles entre elles & à la Meridienne BC, ou perpendiculaires au Diametre 6, 6, qui détermine sur le Cercle les points de 6 heures du matin, & de 6 heures du soir. Planche 27. 90. Fig.

On marquera sur chacune de ces lignes paralleles les points des heures qui se trouveront sur la circonference d'une Ellipse en cette sorte. Ayant fait au centre A, avec la ligne A6, l'angle 6AD de l'Elevation du Pole, comme de 49 degrez pour Paris, portez la distance perpendiculaire du point 6 à la ligne AD, sur la Meridienne BC, de part & d'autre depuis le centre A, aux points 12, 12: & aussi la distance perpendiculaire du point I, à la même ligne AD, sur chacune des deux paralleles & plus proches de la ligne BC, depuis E, & K, de part & d'autre aux points 1, 11: & pareillement la distance perpendiculaire du point H, à la même ligne AD, sur chacune des deux paralleles suivantes & également éloignées & plus proches des deux precedentes, depuis F, & L, de part & d'autre aux points 2, & 10, & ainsi des autres.

Il faut ensuite remarquer le commencement de chaque Signe du Zodiaque, qui répond environ au 20. jour de chaque mois, deçà & delà depuis le centre A, qui represente le commencement de ♈ & de ♎, sur la Ligne Meridienne BC, en cette sorte.

Ayant fait au centre A, avec la Meridienne AB, l'angle BAM de l'Elevation du Pole, par la ligne AM perpendiculaire à la ligne AD, & ayant pris l'arc DN égal à la Déclinaison du Signe que vous voulez marquer, comme de 23 degrez & demi pour ♋, & ♑, de 20 degrez & un quart pour ♊, ♌, & pour ♒, ♐; & de 11 degrez & demi pour ♉, ♍, & pour, ♓, ♏, tirez par le point N, la ligne NP, parallele à la ligne AD, & la ligne NQ parallele à la ligne A6, & portez la partie A12, depuis P sur la ligne ND en R, en sorte que la ligne PR soit égale à la partie A12, ou à la distance perpendiculaire du point 6, à la ligne AD; & la partie OP terminée par les deux lignes A6, AM, sera la distance du Signe proposé depuis le centre A, qui represente les deux points Equinoxiaux.

Ce Cadran étant ainsi décrit avec ses ornemens, on y pourra connoître les heures aux rayons du Soleil, comme dans les precedens, pourvû qu'on se place environ au degré du Signe courant du Soleil, avec cette difference, qu'au lieu que dans l'Horizontal le stile ne peut être que d'une certaine grandeur, ici il peut être de telle grandeur que l'on voudra: & même il

Planche 27. 90. Fig. est bon de le faire un peu long, parce que s'il étoit bien petit, son ombre pourroit en Eté devenir aussi si petite, qu'elle ne parviendroit pas aux points horaires marquez sur les paralleles, & ne pourroit pas ainsi faire connoître les heures. Ainsi quand on voudra se servir de sa propre hauteur pour connoître les heures dans un semblable Cadran, il ne faudra pas décrire du centre A un Cercle d'une grandeur énorme, de peur que les points des heures ne s'éloignent trop de ce centre.

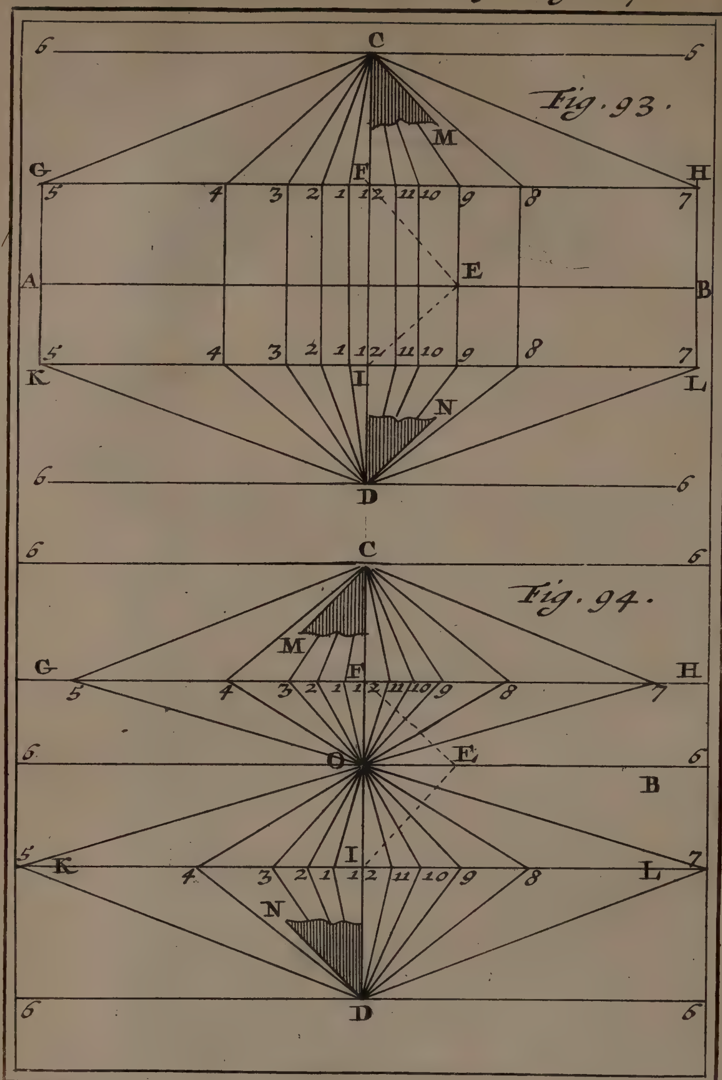
PROBLEME II.

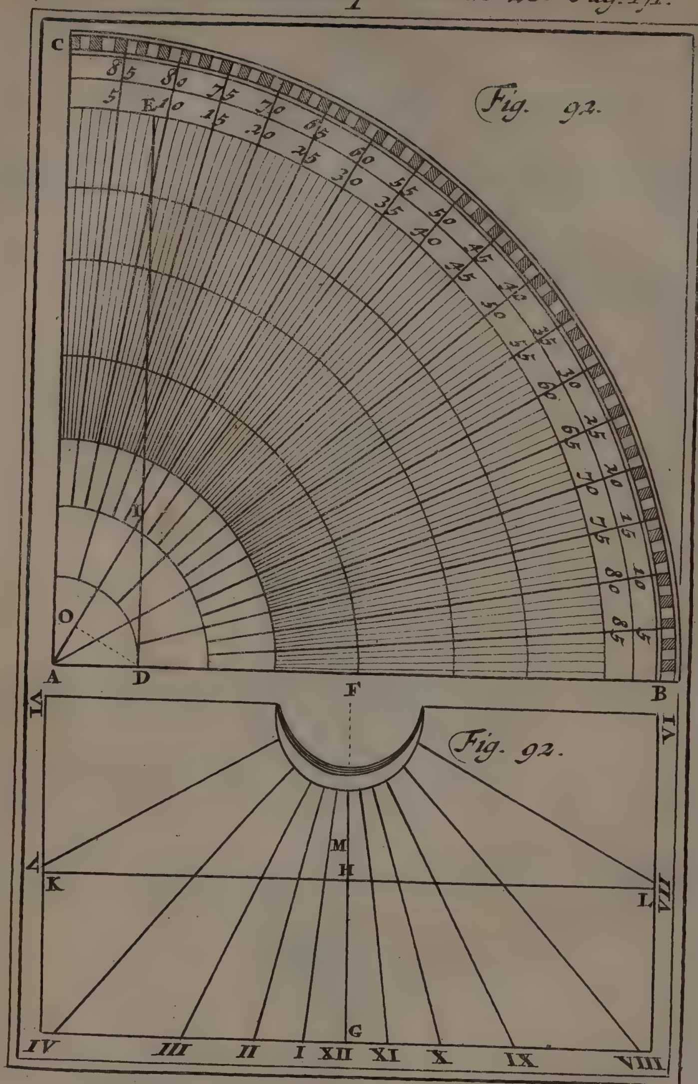
Décrire un Cadran Horizontal, dont on a le Centre & la Ligne Equinoxiale.

91. Fig. SI le Centre donné est A, & la Ligne Equinoxiale BC, tirez à cette ligne BC, par le Centre A la perpendiculaire AD, qui sera la Ligne Meridienne. Ayant décrit autour de la ligne AE le Demi-cercle AEF, pour y prendre l'arc EF, égal au double de l'Elevation du Pole, comme de 98 degrez à Paris, où le Pole est élevé sur l'Horizon à peu prés de 49 degrez, décrivez du point E par le point F, une circonference de Cercle, qui donnera sur l'Equinoxiale BC, les points G, H, de 3 & de 9 heures, & sur la Meridienne AD, les deux points I, D, dont chacun peut être pris pour le Centre diviseur de l'Equinoxiale BC, sur laquelle on marquera les points des autres heures en cette sorte.

Portez la même ouverture du Compas EF sur la circonference du Cercle décrit du centre E, depuis G, & H, aux points K, L, & depuis I, de part & d'autre aux points M, N, & tirez du point D, par les points K, L, M, N, des lignes droites qui donneront sur l'Equinoxiale BC, les points O, P, Q, R, de 1, 11, 2, & 10 heures. Si vous portez la même ouverture du Compas EF, depuis M, & N, sur l'Equinoxiale BC, aux points S, T, vous aurez en S le point de 4 heures, & en T le point de 8 heures. Enfin, si vous portez la même ouverture du Compas EF, deux fois à droit & à gauche, depuis les points S, T, sur la même Ligne Equinoxiale BC, vous aurez les points de 5 & de 7 heures, qui se rencontrent ici au dehors du Plan du Cadran, &c.

PRO-


Fig. 93.
C
M
G
F
H
5
4
3
2
1
1
2
11
10
9
8
7
A
E
B
K
I
L
N
D
6
Fig. 94.
O


Fig. 92.
C
E
I
O
A
D
F
B
Fig. 92.
VI
M
H
K
L
G
IV
III
II
I
XII
XI
X
IX
VIII

PROBLEME III.

Décrire un Cadran Horizontal par le moyen d'un Quart de Cercle.

JE suppose que le Quart de Cercle est divisé en ses 90 degrez, comme ABC, au dedans duquel il faudra tirer la ligne DE perpendiculaire au Demi-diametre AB, ou parallele à l'autre Demi-diametre AC, plus ou moins éloigné du centre A du Quart de Cercle, selon que l'on voudra faire un Cadran plus grand, ou plus petit. Cette ligne DE sera divisée inégalement par les lignes droites tirées du centre A de 15 en 15 degrez, en des points qui representeront les points horaires de la Ligne Equinoxiale du Cadran Horizontal, que l'on décrira en cette sorte. Planche 28. 92. Fig.

Ayant tiré sur le Plan horizontal la Ligne Meridienne FG, & y ayant pris à volonté le point F pour le centre du Cadran, prenez depuis ce centre sur la Meridienne FG, la partie FH égale à la partie AI terminée par la ligne DE sur la ligne de l'Elevation du Pole, que nous avons ici supposé de 30 degrez, en la comptant depuis C, & tirez par le point H la ligne KL perpendiculaire à la Meridienne FG, & cette ligne KL sera prise pour la Ligne Equinoxiale, sur laquelle on transportera depuis H de part & d'autre les divisions de la ligne DE, en les prenant depuis D, pour avoir les points des heures, par lesquels on tirera du centre F les Lignes horaires, &c.

Si vous voulez trouver le pied & la longueur du stile, tirez dans le Quart de Cercle du point D, qui represente le bout du stile, la ligne DO perpendiculaire à la ligne AI de l'élevation du Pole, qui represente la Ligne Meridienne du Cadran Horizontal, & faites HM égale à AO, ou FM égale à IO, pour avoir en M le pied du stile, dont la longueur est égale à la perpendiculaire DO, parce que le point I represente le Centre du Cadran, comme il est évident à ceux qui entendent la Gnomonique.

PROBLEME IV.

Décrire un Cadran Horizontal, & un Cadran Vertical Meridional, par le moyen d'un Cadran Polaire.

SI le Cadran Polaire est supposé dans un Plan parallele au Cercle de six heures, en sorte que la Ligne Equinoxiale AB soit perpendiculaire à la Ligne Meridienne CD, & à toutes les autres Lignes horaires qui sont paralleles entre elles, & à la Meridienne; Planche 29. 93. Fig.

Planche 29. 93. Fig.

dienne ; faites au point E de 9 heures sur l'Equinoxiale, avec la même Equinoxiale AE, l'Angle AEF du complement de l'Elevation du Pole, & par le point F, où la ligne EF coupe la Meridienne CD, tirez à cette Meridienne CD, la perpendiculaire GH, qui se trouvera coupée par les Lignes horaires du Cadran Polaire en des points, par où vous tirerez au centre C les Lignes horaires du Cadran Horizontal : mais on trouvera ce centre C sur la Meridienne CD, en prenant la ligne FC égale à la ligne EF.

Si par le même point E vous tirez la ligne EI, perpendiculaire à la ligne EF, ou ce qui est la même chose, si au point E l'on fait l'angle AEI de la hauteur du Pole sur l'Horizon, & que par le point I, où la ligne EI coupe la Meridienne CD, l'on tire la ligne KL perpendiculaire à la Meridienne, ou parallele à l'Equinoxiale, cette ligne KL, qui represente le Premier Vertical, sera coupée par les lignes horaires du Cadran Polaire en des points, par où l'on tirera au centre D les Lignes horaires du Cadran Vertical Meridional, ce centre D se trouvant pareillement sur la Meridienne CD, en faisant la ligne ID égale à la ligne IE.

Vous remarquerez que l'Axe CM du Cadran Horizontal est parallele à la ligne EF, & que pareillement l'Axe DN du Cadran Vertical est parallele à la ligne EI.

PROBLEME V.

Décrire un Cadran Horizontal, & un Cadran Vertical Meridional, par le moyen d'un Cadran Equinoxial.

94. Fig.

SI le Cadran Equinoxial est supposé décrit sur un Plan parallele à l'Equateur, en sorte que la Ligne de six heures AB soit perpendiculaire à la Ligne Meridienne CD, faites au point E pris à discretion sur la Ligne de six heures AB, l'Angle AEF de l'Elevation du Pole, & par le point F, où la ligne EF coupe la Meridienne CD, tirez à cette Meridienne CD, la perpendiculaire GH, qui se trouvera coupée par les Lignes horaires du Cadran Equinoxial, en des points, par où vous tirerez les Lignes horaires du Cadran Horizontal de son centre C, que vous trouverez en portant la ligne EF sur la Meridienne CD, depuis F en C.

Pour le Cadran Vertical il faut tirer par le même point E, la ligne EI perpendiculaire à la ligne EF, ou bien, ce qui

qui est la même chose, il faut faire au point E l'Angle AEI du complement de la hauteur du Pole sur l'Horizon, & par le point I, où la ligne EI coupe la Meridienne CD, tirer à la ligne de six heures AB, la parallele KL, qui se trouvera coupée par les Lignes horaires du Cadran Equinoxial, qui partent de son centre O, en des points, par où l'on tirera les Lignes horaires du Cadran Vertical de son centre D, qu'on trouvera en portant sur la Meridienne CD, la longueur de la ligne EI, depuis I en D. Planche 29. 94. Fig.

Vous remarquerez que l'Axe CM du Cadran Horizontal est parallele à la ligne EI, & que l'Axe DN du Cadran Vertical est parallele à la ligne EF.

PROBLEME VI.

Décrire un Cadran Vertical sur un quarreau de Vitre, où l'on puisse connoître les heures aux Rayons du Soleil, sans aucun stile.

J'Ai autrefois fait à un de mes amis un Cadran Vertical déclinant sur un quarreau de Vitre d'une des fenêtres de sa Chambre, où il pouvoit sans aucun stile connoître facilement les heures au Soleil, en cette sorte.

Je fis premierement arracher un quarreau de Vitre qui étoit colé en dehors contre le chassis de la fenêtre, pour y faire un Cadran Vertical selon la déclinaison de la fenêtre, & la hauteur du Pole sur l'Horizon, ayant pris pour longueur du stile l'épaisseur du chassis de la même fenêtre. Je fis ensuite recoler ce quarreau de Vitre en dedans contre le chassis, ayant donné à la Ligne Meridienne une situation perpendiculaire à l'Horizon, telle qu'elle doit être dans les Cadrans Verticaux, & en dehors je fis coler contre le même chassis, vis à vis du Cadran, un papier fort, qui n'étoit point huilé, afin que les rayons du Soleil le pussent moins penetrer, & tenir en cette façon la Surface du Cadran plus obscure; & pour y pouvoir connoître les heures au Soleil sans l'ombre d'un Stile, je fis un petit trou avec une épingle dans le papier, vis-à-vis le pied du stile, que j'avois marqué dans le Cadran: car ainsi le trou representant le bout du stile, & les rayons du Soleil passant au travers, faisoient sur la Vitre une petite lumiere qui y montroit agreablement les heures dans l'obscurité du Cadran.

PRO-

PROBLEME VII.

Décrire trois Cadrans sur trois Plans differens, où l'on pourra connoître les heures au Soleil, par l'ombre d'un seul Axe.

Planche 30. 95. Fig.

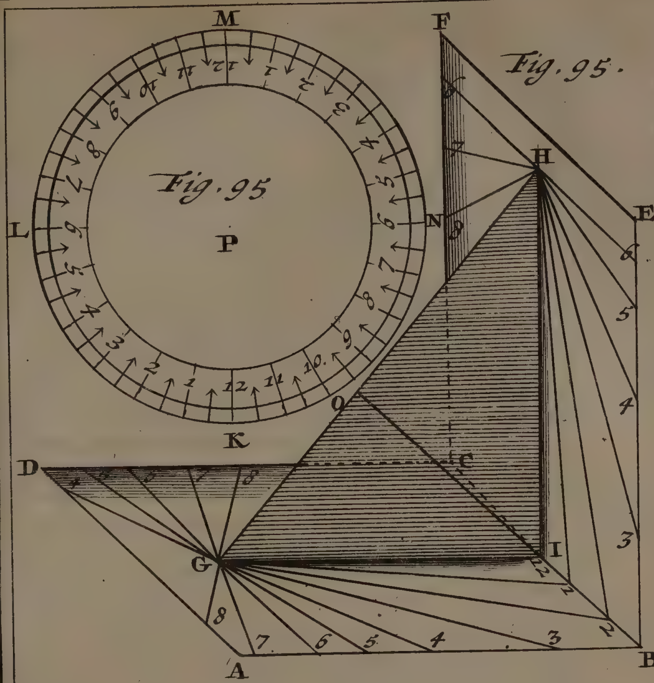
PReparez deux Plans rectangulaires ABCD, BEFC, d'une largeur égale BC, & les joignez ensemble selon cette ligne BC, qui en representera la commune section; en sorte qu'ils fassent un angle droit, ce qui fera que l'un, comme ABCD, étant pris pour un Plan Horizontal; l'autre BEFC se pourra prendre pour un Plan Vertical.

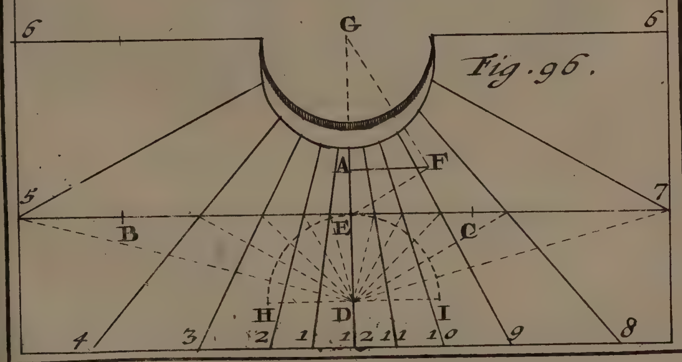
Cette preparation étant faite, ou plûtôt auparavant que de joindre ensemble ces deux Plans, divisez leur commune largeur BC en deux également au point I, & tirez par ce point I, dans le Plan ABCD, la ligne GI perpendiculaire à la ligne BC, & dans le Plan BEFC, la ligne HI perpendiculaire à la même ligne BC, & chacune des deux lignes HI, GI, sera prise pour la Meridienne de son Plan.

Si donc on prend le Plan ABCD pour horizontal, on y fera un Cadran Horizontal, dont le centre G sera pris à volonté sur la Meridienne GI: & sur l'autre Plan BEFC, l'on fera un Cadran Vertical Meridional, dont le centre H se trouvera sur la Meridienne HI, par le moyen du Triangle rectangle GIH, dont l'Angle IGH doit être égal à l'Elevation du Pole. Ce Triangle GIH rectangle en I, doit être d'une matiere forte, pour pouvoir être appliquée contre ces deux Plans, & les maintenir dans l'Angle droit, comme vous voyez dans la Figure, & alors l'hypotenuse GH pourra servir d'Axe pour le Cadran Horizontal du Plan ABCD, & pour le Vertical du Plan BEFC.

Ces deux Plans ABCD, BEFC, étant ainsi attachez & arrêtez par le trosiéme Plan triangulaire GIH, tirez dans ce troisiéme Plan GIH, de son Angle droit I, la ligne IO perpendiculaire à l'Axe GH, & vous servant de cette ligne IO comme de Rayon faites un quatriéme Plan coupé en rond KLMN, dont le Demi-diametre soit égal à la ligne IO, & dont la circonference KLMN doit être divisée en 24 parties égales, pour y faire un Cadran Equinoxial, tant le superieur que l'inferieur, en sorte que les Lignes horaires de l'un répondent aux Lignes horaires de l'autre.

Ce Plan KLMN doit être coupé en dedans comme un Cercle de Sphere, & il doit être fendu le long de la Meridienne, afin qu'il se puisse ajuster par cette fente au Plan triangulaire GIH,


M
Fig. 95.
F
Fig. 95
P
L
N
H
E
O
K
D
C
G
I
A
B


6
G
6
Fig. 96.
A
F
5
7
B
E
C
H
D
I
4
3
9
8

GIH, selon la ligne IO, en sorte que le point K de Midi touche le point I, auquel cas l'Axe GH passera par le centre P du Cadran Equinoxial, & sera perpendiculaire à son Plan, ce qui fait qu'il sera aussi l'Axe de ce Cadran, dont le Plan étant tourné droit au Midi, en sorte que le centre G regarde directement le Midi, sera parallele à l'Equateur, & alors l'ombre de cet Axe commun GH montrera les heures aux Rayons du Soleil sur chacun de ces trois Cadrans, excepté au temps des Equinoxes, auquel il ne montrera les heures que dans le Cadran Horizontal, & dans le Vertical. Planche 30. 95. Fig.

Pour tourner le centre G du Cadran Horizontal directement au Midi, en sorte que la Ligne Meridienne de chacun de ces trois Cadrans soit dans le Plan du Meridien, & que l'Axe GH convienne avec l'Axe du Monde, on pourra se servir d'une Boussole, où la Déclinaison de l'Aimant y soit marquée, laquelle est presentement à Paris d'environ 6 degrez Nord-Ouëst. Ou bien l'on marquera les points du commencement de chaque Signe du Zodiaque, qui répond environ au 20. de chaque mois, sur l'Axe GH de part & d'autre depuis le point O, qui represente les Points Equinoxiaux, ou les commencemens de ♈ & de ♎, selon la Déclinaison des Signes, en faisant au point I, avec la ligne IO, de côté & d'autre des Angles égaux à cette Déclinaison; car ainsi en donnant au Plan ABCD une situation horizontale, & en le tournant jusqu'à ce que l'ombre de la circonference KLMN tombe sur le degré du Signe courant du Soleil, le centre G se trouvera tourné directement au Midi, & chaque Ligne Meridienne se trouvera dans le Plan du Cercle Meridien. Je ne dis pas que les Signes Septentrionaux se doivent marquer depuis O vers G, parce que ceux qui entendent la Sphere, sçavent bien que dans cette Zone que nous habitons, le point G represente le Pole Septentrional.

PROBLÊME VIII.

Tracer un Cadran sur un Plan Horizontal par le moyen de deux points d'ombre marquez sur ce Plan au temps des Equinoxes.

Si les deux points d'ombre sont B, C, on les joindra par la ligne droite BC, qui representera la Ligne Equinoxiale: & afin que l'erreur soit moins sensible, il ne faudra pas que les deux points d'ombre B, C, soient beaucoup éloignez entre eux, parce qu'autour des Equinoxes la Déclinaison du Soleil change sensiblement; mais ils ne doivent pas aussi être trop proches; parce qu'il est difficile de tirer exactement une ligne droite par deux points extrémement proches. 96. Fig.

Ayant

Planche 30. 96. Fig.

Ayant donc ainsi tiré la Ligne Equinoxiale BC, tirez-lui par le pied du stile A, la perpendiculaire GD, qui sera la Ligne Meridienne, sur laquelle on marquera le centre D de l'Equateur, & le centre G du Cadran, en cette sorte. Ayant tiré par le même pied du stile A, la ligne AF perpendiculaire à la Ligne Meridienne, ou parellele à la Ligne Equinoxiale, & égale au stile, joignez le Rayon de l'Equateur EF, & en portez la longueur depuis E sur la Meridienne au point D, qui sera le centre de l'Equateur. Si vous tirez au même Rayon de l'Equateur EF, par le point F, la perpendiculaire FG, vous aurez en G sur la Meridienne le centre du Cadran.

Il ne reste plus qu'à marquer les Points horaires sur l'Equinoxiale BC, ce qui se pourra faire *par le Probl.2.* ou bien en cette sorte. Ayant décrit du centre de l'Equateur D, avec une ouverture volontaire du Compas, le Demi-cercle HEI, & ayant divisé sa circonference en 12 parties égales, ou de 15 degrez en 15 degrez, tirez du même centre D, par les points de division, autant de lignes droites qui étant prolongées donneront sur la Ligne Equinoxiale BC, les points des heures qu'on cherche.

Ou bien plus facilement portez la longueur du Rayon de l'Equateur EF, depuis E, de part & d'autre sur la Ligne Equinoxiale BC, aux points de 3 & de 9 heures, & la distance de ces deux points depuis D, de côté & d'autre aux points de 4 & de 8 heures, & depuis ces points deçà & delà aux points de 5, de 11, de 1, & de 7 heures: car ainsi vous aurez tous les Points horaires sur l'Equinoxiale, excepté ceux de 2 & de 10 heures, que vous trouverez en divisant en trois parties égales la distance des points de 4 & de 8 heures, ou bien encore ainsi.

Remarque.

Vous remarquerez que la distance du point E de Midi au point de 4 ou de 8 heures sur la Ligne Equinoxiale, est la moitié de la distance des points de 1 à 5 heures, ou des points de 11 à 7 heures: & que la distance des points de 2 à 9 heures, ou de 10 à 3 heures, est égale à la moitié de la distance du point de 2 à 5 heures, ou du point de 10 à 7 heures, & que par consequent la distance des points de 2 & de 9 heures, ou de 10 & de 3 heures est égale au tiers de la distance des points de 5 & de 9 heures, ou de 3 & de 7 heures. D'où il suit qu'on peut trouver autrement qu'auparavant, les points de 2 & de 10 heures, sçavoir en divisant en trois parties égales la distance des points de 5 & de 9 heures, & la distance des points de 3 & de 7 heures.

Si outre les Points horaires de la Ligne Equinoxiale BC, vous voulez avoir les points des demies, il faut diviser le Demi-cercle HEI en deux fois plus de parties égales, c'est à-dire, en 24

parties

parties égales, & en 48 parties égales si vous voulez avoir les quarts-d'heures, & ainsi ensuite. Ou bien pour avoir les points des demies-heures, on mettra une des pointes du Compas sur les Points horaires de la ligne Equinoxiale BC, qui sont en nombre impair, sçavoir sur les points de 1, 11, 3, 9, 5 & 7 heures, & on étendra l'autre pointe jusqu'au centre de l'Equateur D, pour avoir des ouvertures qui étant portées depuis les mêmes Points horaires de part & d'autre sur l'Equinoxiale, donneront les points des demies-heures, par le moyen desquels on trouvera de la même façon les points des quarts-d'heures, & ainsi ensuite. Planche 30. 96. Fig.

PROBLEME IX.

Tracer un Cadran sur un Plan horizontal, où les points de cinq & de sept heures sont donnez sur la Ligne Equinoxiale.

COmme il arrive souvent que les points de 5 & de 7 heures de la Ligne Equinoxiale se trouvent hors du Plan, pour avoir pris un stile trop long par rapport à la largeur du Plan, ce qui empêche de pouvoir marquer ces deux points de 5 & de 7 heures sur la Ligne Equinoxiale, & de pouvoir achever le Cadran; il sera bon de déterminer ces deux points sur l'Equinoxiale, comme A, B, dont le milieu O sera le point de Midi, pour achever le Cadran en cette sorte. Planche 31. 97. Fig.

Ayant tiré par le point de Midi O, la Ligne Meridienne DE perpendiculaire à l'Equinoxiale BC, on trouvera en premier lieu sur cette Meridienne DE, le centre de l'Equateur D, & par son moyen le centre du Cadran I, pour en tirer les Lignes horaires par les points des heures, qu'on marquera sur la Ligne Equinoxiale AB, comme il a été enseigné au Probléme precedent, par le moyen du centre de l'Equateur D, que nous trouverons ici en trois manieres differentes, comme vous allez voir.

Premiere Methode.

Ayant décrit du point de Midi O, par les points A, B, de 5 & de 7 heures, le Demi cercle AFB, & ayant décrit du point A, par le même point O, l'arc de Cercle OF, divisez en deux également l'arc AF au point G, & menez la droite BG, qui donnera sur la Ligne Meridienne DE, le centre de l'Equateur D.

Seconde Methode.

Ayant décrit comme auparavant, le Demi-cercle AFB, & l'arc

Planche 31. 97. Fig. l'arc de Cercle OF, décrivez du point B, par le point F, l'arc de Cercle FH, & faites la ligne OD égale à la partie AH, pour avoir en D le centre de l'Equateur qu'on cherche.

Troisiéme Methode.

Décrivez des deux points A, B, de 5 & de 7 heures avec une ouverture du Compas égale à la distance AB, deux arcs de Cercle, qui se coupe ici sur la Meridienne au point E, & décrivez de ce point E, avec la même ouverture du Compas l'arc de Cercle ADB, qui donnera sur la Meridienne DE le centre de l'Equateur D.

Pour trouver le centre du Cadran, faites au centre de l'Equateur l'Angle ODC du complement de la Hauteur du Pole sur l'Horizon, & portez la longueur de la ligne CD sur la Meridienne DE, depuis O en I, & le point I sera le centre du Cadran, où toutes les Lignes horaires doivent aboutir.

Si vous voulez trouver le pied & la longueur du stile, ayant décrit autour de la ligne OI le Demi-cercle OKI, portez sur sa circonference la longueur de la ligne OD, depuis O en K, & tirez du point K, la ligne KL perpendiculaire au Diametre OI, pour avoir en L le pied du stile, dont la longueur sera la perpendiculaire LK.

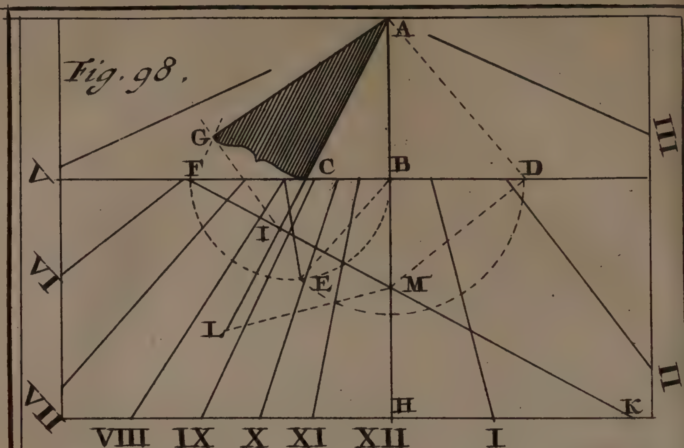
Il est évident que la ligne OK est le Rayon de l'Equateur, & que la Ligne IK represente l'Axe du Cadran, de sorte que l'Angle LIK est égal à l'Elevation du Pole.

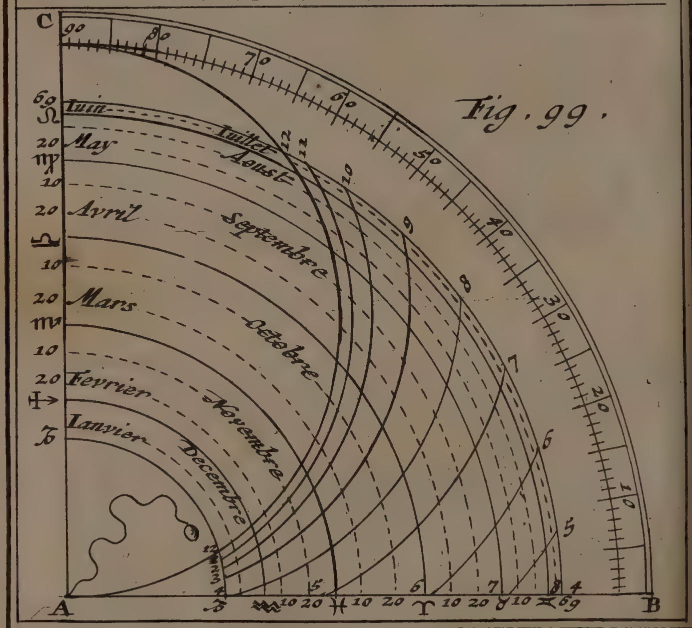
PROBLEME X.

Etant donné un Cadran, soit Horizontal, ou Vertical, trouver pour quelle Latitude il a été fait, lors que l'on connoît la longueur & le pied du stile.

Planche 30. 96. Fig. PRemierement, si le Cadran est Horizontal, on tirera par le pied du stile A, la ligne AF égale au stile, & perpendiculaire à la Meridienne, & l'on tirera du centre G du Cadran par le point F, la droite FG, qui representera l'Axe du Cadran, & qui fera avec la Meridienne l'Angle FGA égal à la Latitude qu'on cherche.

On travaillera de la même façon pour un Cadran Vertical Meridional, ou Septentrional, qui ne déclinera point, comme l'on connoîtra lors que la Ligne Meridienne passera par le pied du stile, & alors l'Angle qui fera l'Axe du Cadran avec la Meridienne sera le complement, ou le reste à 90 degrez de l'Elevation du Pole, pour laquelle le Cadran aura été fait.


Fig. 98.
A
G
F
C
B
D
I
E
M
L
H
K
III
V
VI
VII
VIII
IX
X
XI
XII
I
II


Fig. 99.
C
A
B
90
80
70
60
50
40
30
20
10
Iuin
May
Avril
Mars
Fevrier
Ianvier
Iuillet
Aoust
Septembre
Octobre
Novembre
Decembre

Si le Cadran Vertical regarde directement l'Orient, ou l'Occident, en sorte qu'il soit Meridien, comme l'on connoîtra, lors que les Lignes horaires seront paralleles entre elles, on mesurera l'Angle que fait l'une de ces Lignes horaires avec la Ligne Horizontale, ou avec quelqu'autre ligne parallele à l'Horizontale, & cet Angle sera l'Elevation du Pole qu'on cherche. Planche 30. Fig. 96.

Si le Cadran Vertical est déclinant, comme l'on connoîtra, lors que la Ligne Meridienne ne passera pas par le pied du stile, comme AH, qui ne passe pas par le pied du stile C; tirez par ce point C, la Ligne Horizontale FD perpendiculaire à la Meridienne AH, qui se tire à plomb dans tous les Cadrans Verticaux, & la ligne CE parallele à la Meridienne AH, ou perpendiculaire à l'Horizontale FD, & égale au stile. Enfin, portez la longueur de l'hypotenuse EB, qu'on peut appeller *Ligne de Déclinaison*, parce que l'Angle CEB est la Déclinaison du Plan, sur l'Horizontale depuis B au point D, par lequel & par le centre du Cadran A, vous tirerez la droite DA, qui fera au point D, avec l'Horizontale FD, l'Angle BDA, dont la quantité fera connoître la Latitude qu'on cherche, c'est à dire, l'Elevation du Pole sur l'Horizon, pour laquelle le Cadran a été fait. Planche 32. Fig. 98.

Remarque.

Si vous voulez sçavoir l'Elevation du Pole sur le Plan du Cadran, c'est à dire, de combien de degrez est élevé le Pole sur l'Horizon, auquel le Plan du Cadran est parallele; tirez la Soustilaire AC, & décrivez du pied du stile C, un arc de Cercle avec l'ouverture CE, & un autre arc du centre du Cadran A, avec l'ouverture AD, pour avoir le point G dans la commune section de ces deux arcs, par lequel on tirera au centre A l'Axe du Cadran AG, qui fera avec la Soustilaire AC, l'Angle CAG de la Hauteur du Pole sur le Plan.

Si vous voulez aussi sçavoir la difference des Meridiens de l'Horizon du Lieu & de l'Horizon du Plan, c'est-à-dire, la difference des Longitudes entre celle de l'Horizon, pour lequel le Cadran a été fait, & celle de l'Horizon parallele au Plan du Cadran; ayant prolongé la Ligne Soustilaire AC vers L, tirez-lui du point F, section de la Ligne de six heures & de l'Horizontale, la perpendiculaire FK, qui sera la Ligne Equinoxiale, & portez la longueur du Rayon de l'Equateur IG, sur la Soustilaire, depuis I en L, où sera le centre de l'Equateur, par lequel & par le point M, section de la Meridienne & de l'Equinoxiale, vous tirerez la droite LM, qui fera avec la Soustilaire AL, l'Angle CLM, dont la quantité fera connoître la difference des Longitudes qu'on cherche.

Parce que le centre du Cadran A se trouve ici au dessus de la

Planche 32. Fig. 98. Ligne Horizontale, on connoît que le Plan du Cadran décline du Midi, & qu'il décline à l'Orient, parce que le pied du stile C se trouve entre la Ligne Meridienne & les Lignes des heures du matin, ou avant Midi. On connoît aussi qu'au temps des Equinoxes le Cadran ne sera pas éclairé du Soleil à trois heures aprés Midi, parce que la Ligne de trois heures étant prolongée ne coupe point la Ligne Equinoxiale du côté des heures aprés Midi. Enfin l'on connoît en tout temps, que le Plan du Cadran n'est point éclairé des Rayons du Soleil, aux heures dont les Lignes dans le Cadran ne coupent point du côté des mêmes heures la Ligne Horizontale.

PROBLEME XI.

Trouver le Pied & la longueur du stile dans un Cadran Vertical déclinant.

S'Il arrive qu'un Cadran Vertical déclinant se trouve décrit sur une muraille sans aucun stile, ni sans aucune marque du lieu où il avoit été planté, ou du point où l'on a supposé son pied, quand on a tracé le Cadran, on pourra trouver ce pied, & déterminer la longueur du stile, en cette sorte.

Si l'on prolonge la Ligne Meridienne BH, & quelqu'autre Ligne horaire, on aura sur cette Meridienne le centre du Cadran, comme A, où l'on fera avec la Meridienne AH, l'Angle BAD du complement de l'Elevation du Pole, par la ligne AD, qui se trouvera terminée en D, par la Ligne Horizontale FD, qu'on tirera par le point B pris à discretion sur la Meridienne AH, perpendiculairement à la même Meridienne.

Cela étant fait, tirez par le point D, à la ligne AD la perpendiculaire DM, qui donnera sur la Meridienne AH, le point M, par lequel & par le point F de six heures sur l'Horizontale, vous tirerez la Ligne Equinoxiale FK, à laquelle on tirera du centre A, la perpendiculaire AL, qui representera la Ligne Soustilaire, & donnera par consequent sur l'Horizontale FD, le pied du stile au point C.

Pour trouver la longueur du stile, tirez de son pied trouvé C, la ligne indéfinie CE perpendiculaire à l'Horizontale FD, & décrivez du point B par le point D, un arc de Cercle, qui determinera sur la perpendiculaire CE la longueur du stile qu'on cherche, par le moyen de laquelle on pourra connoître la déclinaison du Plan, qui est representée par l'Angle CEB; l'Elevation du Pole sur le Plan, que l'Angle CAG represente; & la difference des Longitudes, qui est representée par l'Angle ILM, comme il a été enseigné au Probléme precedent.

Remar-

Planche 32. 98. Fig.

Remarque.

Lors qu'on n'aura pas le point F de six heures sur l'Horizontale, pour être trop éloigné, ce qui arrivera quand la Déclinaison du Plan sera fort petite, ce qui empêchera de pouvoir tirer la Ligne Equinoxiale FK, on tirera cette ligne par le point M, en lui faisant faire avec la Meridienne AH, l'Angle BMF, qu'on trouvera par le moyen de la Déclinaison du Plan, & de l'Elevation du Pole, en faisant cette Analogie,

Comme le Sinus Total,
Au Sinus de la Déclinaison du Plan;
Ainsi la Tangente du complement de l'Elevation du Pole,
A la Tangente du complement de l'Angle qu'on cherche.

Je parle à ceux qui entendent la Trigonometrie, & qui par le moyen de la même Déclinaison du Plan & de l'Elevation du Pole, pourront trouver l'angle de la Ligne de six heures avec la Meridienne, la difference des Longitudes, & l'Elevation du Pole sur le Plan, par ces trois Analogies;

Comme le Sinus Total,
Au Sinus de la Déclinaison du Plan;
Ainsi la Tangente de l'Elevation du Pole sur l'Horizon,
A la Tangente du complement de l'Angle de la Ligne de six heures avec la Meridienne.

Comme le Sinus Total,
Au Sinus de la hauteur du Pole sur l'Horizon;
Ainsi la Tangente du Complement de la Déclinaison du Plan,
A la Tangente du complement de la difference des Longitudes.

Comme le Sinus Total,
Au Sinus du complement de la Déclinaison du Plan;
Ainsi le Sinus du complement de l'Elevation du Pole sur l'Horizon,
Au Sinus de la hauteur du Pole sur le Plan.

Si l'on ne peut pas avoir le centre du Cadran, ce qui peut arriver, lors que l'Elevation du Pole est fort grande, ou quand le Plan décline beaucoup, ce qui empêchera de pouvoir connoître la Déclinaison du Plan, & déterminer le pied & la longueur du stile par la Methode precedente; on mesurera l'Angle de la Li-

 gne

Planche 32. 98. Fig. gne de six heures avec l'Horizontale, & par le moyen de cet Angle, & de l'Elevation du Pole, on pourra connoître la Déclinaison du Plan, en faisant cette Analogie,

Comme le Sinus Total,
A la Tangente du complement de l'Elevation du Pole;
Ainsi la Tangente de l'Angle de la Ligne de six heures avec l'Horizontale,
Au Sinus de la Déclinaison du Plan.

La Déclinaison du Plan ayant été ainsi connuë, on décrira autour de la partie FB terminée par la Ligne de six heures & la Meridienne, le Demi-Cercle FEB, pour y prendre depuis F, l'arc EF égal au double du complement de la Déclinaison du Plan, & l'on tirera du point E, à l'Horizontale FD, la perpendiculaire EC, qui donnera la longueur du stile, & déterminera son pied au point C.

Si vous voulez tirer par le pied du stile trouvé C, la Ligne Soustilaire, tirez auparavant la Ligne Equinoxiale FK, par le point de six heures F, en lui faisant faire à ce point F, avec l'Horizontale FD, un Angle qu'on trouvera par cette Analogie,

Comme le Sinus Total,
Au Sinus de la Déclinaison du Plan;
Ainsi la Tangente du complement de l'Elevation du Pole,
A la Tangente de l'Angle qu'on cherche.

Si à la ligne Equinoxiale FK, on tire par le pied du stile C, la perpendiculaire CL, elle representera la Ligne Soustilaire, qu'on pourra aussi tirer en lui faisant faire au point C, avec l'Horizontale FD, un Angle, qu'on trouvera par cette Analogie,

Comme le Sinus Total,
Au Sinus de la Déclinaison du Plan;
Ainsi la Tangente du complement de l'Elevation du Pole,
A la Tangente du complement de l'Angle qu'on cherche.

Ou bien portez la distance BE sur l'Horizontale FD, depuis B en D, & faites au point D, l'Angle BDM du complement de la Hauteur du Pole sur l'Horizon, pour avoir le point M, sur la Meridienne, par lequel & par le point F de six heures, on tirera la Ligne Equinoxiale FM, à laquelle on tirera par le point C la ligne perpendiculaire CL, qui sera la Ligne Soustilaire qu'on cherche.

PROBLEME XII.

Décrire un Cadran portatif dans un Quart de Cercle.

POur décrire un Cadran portatif dans le Quart de Cercle ABC, dont le centre est A, & dont la circonference BC Planche 32. 99. Fig.

Heu.	XII	XI	X	IX	VIII	VII	VI	V	*du M.*
Sign.	D.M.	D.M.	D.M.	D.M.	D.M.	D.M	D.M.	D.M.	*Sign.*
♋	64.32	61.56	55.19	46.36	37. 1	27.12	17.32	8.22	♋
10	64. 9	61.33	55. 1	46.18	36.44	26.36	7.12	8. 4	20
20	63. 2	60.31	54. 4	45.28	35.39	26. 8	16.22	7.12	10
♌	61.13	58.49	52.54	44. 7	34.40	24.51	15. 7	5.50	♊
10	58.48	56.30	50.29	42.14	32.54	23. 7	13.21	3.57	20
20	55.52	53.42	47.57	39.55	30.42	20.58	11.12	1.40	10
♍	52.31	50.30	45. 1	37.14	28.10	18.29	8.40		♉
10	48.51	46.58	41.44	34.13	25.19	15.43	5.54		20
20	44.58	43.12	38.15	31. 0	22.18	12.48	2.59		10
♎	41. 0	39.20	34.37	27.28	19. 9	9.47			♈
10	37. 2	35.26	30.58	24.12	15.58	6.42			20
20	33. 9	31.40	27.24	20.55	12.51	3.44			10
♏	29.29	28. 4	23.58	17.42	9.10	0.54			♓
10	26. 8	24.46	20.51	14.45	7. 5				20
20	23.12	21.52	18. 5	12.12	4.42				10
♐	20.47	19.30	15.48	10. 3	2.42				♒
10	18.58	17.42	14. 6	8.27	1.12				20
20	17.51	16.30	13. 3	7.27	0.18				10
♑	17.29	16.19	12.44	7. 8	0. 2				♑
Heu.	XII	I	II	III	IV	V	VI	VII	*du S.*

Planche 32. Fig. 99. est divisée en ses 90 degrez ; décrivez autour du Demi-diametre AC, une demi-circonference de Cercle, qui sera prise pour la Ligne Meridienne, par le moyen de laquelle & de la Table precedente, qui montre la hauteur du Soleil à chaque heure du jour, de 10 degrez en 10 degrez des Signes du Zodiaque, pour la Latitude de 49 degrez, telle qu'est à peu prés celle de Paris, vous décrirez premierement les Paralleles des Signes, & par leur moyen les autres Lignes horaires par des Cercles, en cette sorte.

Pour décrire par exemple le Tropique de ♋, connoissant par la Table precedente, que le Soleil étant en ♋ est à Midi élevé sur l'Horizon de 64 degrez & demi, vous appliquerez une Regle sur le centre A, & sur le 64 degré & demi du Quart de Cercle BC, en comptant depuis B, vers C, & par le point où la Regle coupera la Ligne Meridienne, vous décrirez du centre A un Quart de Cercle, qui representera le Tropique de ♋. Ainsi des autres.

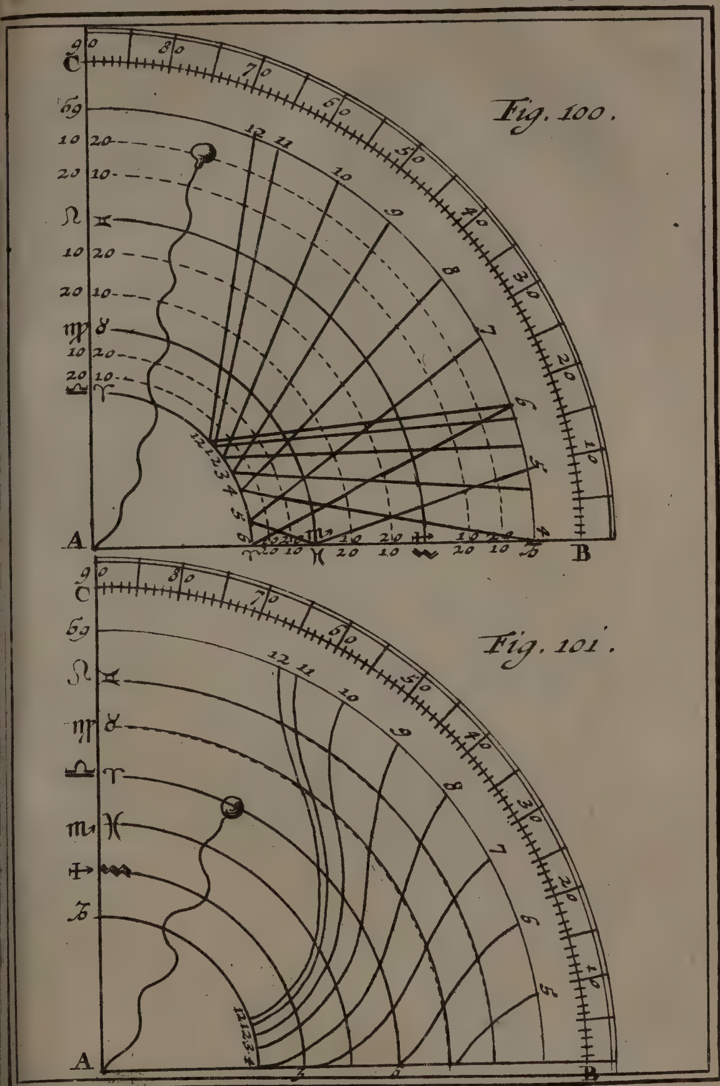
Pour décrire les autres Lignes horaires, on en trouvera trois points, en marquant un point de chacune sur trois Paralleles de Signes differens tels que l'on voudra, pour faire passer par ces trois points une circonference de Cercle, qui representera la Ligne horaire qu'on cherche. Ces points horaires se trouveront dans l'Intersection du Parallele du Signe proposé & d'une ligne droite tirée du centre A par le degré de la hauteur que le Soleil doit avoir sur l'Horizon à l'heure proposée, lors qu'il est dans ce Signe, telle qu'on la trouve dans la Table precedente.

Pour connoître l'heure aux Rayons du Soleil par le moyen de ce Cadran, ajoûtez au centre A un petit stile bien droit, avec un filet pendant librement par la pesanteur d'un plomb qu'il doit avoir à son extrémité, & tournez ce centre A vers le Soleil, en sorte que la ligne AC regarde directement le Soleil, ce que vous connoîtrez lors que l'ombre du stile élevé au point A couvrira cette ligne AC, car alors le filet en pendant librement du centre A, marquera sur le Parallele du Signe courant du Soleil l'heure qu'on cherche, & de plus sur le Quart de Cercle BC, les degrez de la hauteur du Soleil.

Remarque.

Cette maniere de representer les Lignes horaires par des circonferences de Cercle, n'est pas bonne dans la rigueur Geometrique, mais comme l'erreur est petite, on s'en peut servir trés-utilement. Mais au lieu de Cercles, on peut avoir des lignes

Planche 33. Fig. 100. droites, sans que l'erreur soit aussi beaucoup considerable, sçavoir en décrivant premierement du centre A, avec une ouverture


Fig. 100.
Fig. 101.
C
A
B

ouverture volontaire du Compas, les deux Quarts de Cercle ♋♑, ♈♎, dont le premier sera pris pour l'un des Tropiques, & l'autre pour l'Equateur, aprés quoi l'on trouvera sur chacun de ces deux Quarts de Cercle, un point de chaque heure, pour joindre deux points d'une même heure par une ligne droite, en cette sorte. Planche 33. 100. Fig.

Pour trouver par exemple le point de Midi sur l'Equateur ♈♎, où le Soleil étant, il a Midi élevé sur l'Horizon de 41 degrez, appliquez au centre A & au 41. degré du Quart de Cercle BC, une Regle bien droite, qui donnera sur l'Equateur ♈♎, le point 12 de Midi. De même parce que le Soleil étant dans ♋ est à Midi élevé sur l'Horizon de 64 degrez & demi, vous appliquerez sur le centre A & sur le 64. degré & demi du Quart de Cercle BC, la même Regle qui donnera sur le Quart de Cercle ♋♑, consideré comme le Tropique de ♋, un second point de Midi, lequel étant joint avec le premier, on aura la Ligne Meridienne, qui servira pour les six Signes Septentrionaux, sçavoir depuis l'Equinoxe du Printemps jusqu'à l'Equinoxe d'Automne.

Si l'on considere le même Quart de Cercle ♋♑, comme le Tropique du ♑, on y trouvera de la même façon le point de Midi, par lequel & par le premier point de Midi, qui a été trouvé sur l'Equateur ♈♎, tirant une ligne droite, on aura une seconde Ligne Meridienne, qui servira pour les six Signes Meridionaux, sçavoir depuis l'Equinoxe d'Automne jusqu'à l'Equinoxe du Printemps.

C'est de la même maniere qu'on marquera les autres Lignes horaires, tant pour les six Signes Septentionaux, que pour les six Meridionaux, & il ne faut que regarder la figure pour le comprendre. Pour les Paralleles des autres Signes, ils se décriront par le moyen de la Ligne Meridienne, comme il a été enseigné auparavant, sans qu'il soit besoin de le repeter ici. On connoît aussi les heures sur ce Cadran, comme sur le precedent, c'est pourquoi nous n'en parlerons pas davantage.

Nous dirons seulement que la maniere la plus exacte de faire ce Cadran, est la suivante. Décrivez à volonté du centre A sept Quarts de Cercle, qui soient si vous voulez également éloignez entre eux, que vous prendrez pour les commencemens des douze Signes du Zodiaque, le premier & le dernier étant pris pour les deux Tropiques, & celui du milieu par consequent pour l'Equateur. Vous marquerez sur chacun de ces Paralleles des Signes les points des heures selon la hauteur que le Soleil doit avoir à ces heures au commencement de chaque Signe, ce que vous connoîtrez par la Table precedente, com- 101. Fig.

Planche 33. 101. Fig.

me il a été enseigné auparavant ; aprés quoi il n'y aura plus qu'à joindre par des lignes courbes tous les points d'une même heure, pour avoir ainsi le Cadran achevé, où l'on connoîtra les heures, comme il a été dit auparavant, où nous avons dit, qu'il falloit se servir d'un petit stile élevé droit au centre A : mais au lieu de stile, on pourra se servir de deux pinnules, dont les trous répondent perpendiculairement & à une hauteur égale sur la ligne AC, sur une autre qui lui soit parallele, car ainsi au lieu de l'ombre du stile, qui doit couvrir la ligne AC, on fera passer les Rayons du Soleil par les trous de chaque pinnule : & pour connoître l'heure plus facilement, on pourra ajoûter au filet qui pend du centre A, une petite perle enfilée, qu'on avancera sur le Signe & le degré du Soleil marqué sur la ligne AC, lors qu'on voudra connoître l'heure ; car alors cette perle montrera l'heure qu'on cherche, lors que les Rayons du Soleil passeront par les trous des deux pinnules, & que le filet avec son plomb pendra librement du centre A, sans qu'il soit besoin de remarquer où le filet coupe le degré du Signe courant du Soleil..

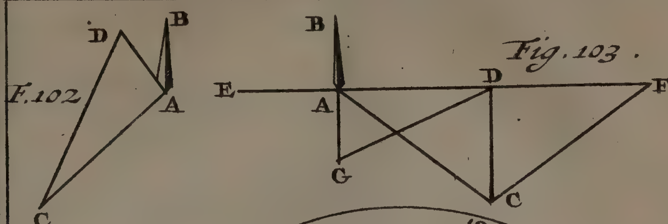
On void aisément que par le moyen d'un semblable Cadran, l'on peut connoître l'heure sans Soleil, pourvû que l'on sçache le lieu du Soleil dans le Zodiaque, & sa hauteur au dessus de l'Horizon. Comme si le Soleil étant au commencement de ♈ ou de ♎, est élevé sur l'Horizon de 27 degrez & demi, en appliquant une Regle bien droite sur le centre A, & sur le 27. degré & demi du Quart de Cercle BC, elle coupera le Parallele de ♈ & de ♎, au point de 9 heures du matin, ou de 3 heures du soir, ce qui fera connoître qu'il est 9 heures du matin, si la hauteur du Soleil a été observée avant Midi, ou 3 heures du soir, si la hauteur du Soleil a été prise aprés Midi.

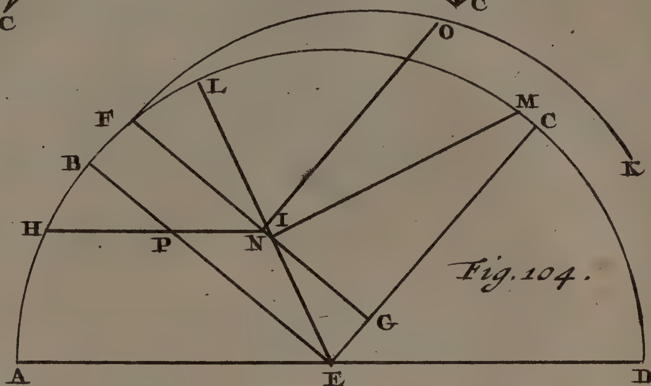
On peut *connoître l'heure sans Cadran par le moyen de la hauteur du Soleil, & de la Table precedente*, en cherchant dans cette Table la hauteur trouvée du Soleil, ou sa plus proche dans la colonne du Signe courant du Soleil, ou du 10 degré le plus proche, car ainsi on trouvera vis-à-vis de cette hauteur l'heure en haut si l'observation a été faite le matin, ou en bas si la hauteur du Soleil a été observée aprés Midi.

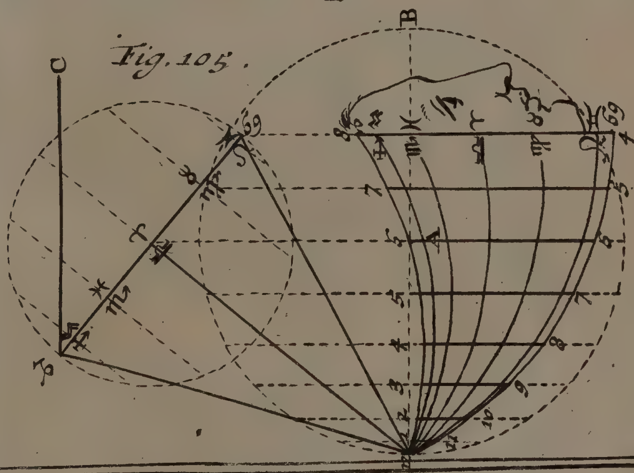
On peut aussi connoître l'heure sans Cadran par la Geometrie, & par la Trigonometrie, comme nous enseignerons aprés avoir dit que la hauteur du Soleil se peut prendre par le moyen d'un simple Quart de Cercle, comme vous avez vû : ou bien par le moyen de l'ombre d'un stile élevé à angles droits sur un Plan Horizontal, ou Vertical, en cette sorte.

Planche 34. 102. Fig.

Premierement, si l'ombre du stile AB élevé à plomb sur un Plan Horizontal est AC, tirez à cette ombre AC, par le pied du stile A, la perpendiculaire AD égale au stile AB, & tirez du point D, par l'extrémité C de l'ombre AC, la droite


D
B
F.102
A
C
B
Fig. 103.
E
D
F
A
G
C


O
L
F
M
C
B
K
H
I
P
N
Fig. 104.
G
A
E
D


B
C
Fig. 105.

droite CD, & l'Angle ACD sera l'Elevation du Soleil qu'on cherche.

Mais si vous travaillez sur un Plan Vertical, tirez par l'extré- Planche mité C, de l'ombre AC, la ligne à plomb CD, & par le pied 34. 103. du stile A, la Ligne Horizontale EF perpendiculaire à cette li- Fig. gne CD. Tirez encore par le pied du stile A, la ligne à plomb AG égale au stile AB, & ayant porté la longueur de la ligne DG sur l'Horizontale EF, depuis D en F, joignez la ligne CF, & l'Angle DFC donnera la hauteur du Soleil sur l'Horizon.

La Hauteur du Soleil étant ainsi connuë, ou autrement, on connoîtra *l'heure du Jour premierement par la Geometrie*, en cette sorte. Décrivez à discretion le Demi-cercle ABCD, dont 104. Fig. le centre est E, & le Diametre est AD, & y prenez d'un côté l'arc DC de l'Elevation du Pole, & de l'autre côté l'arc AB du complement de la même Elevation du Pole, pour joindre les droites EB, EC, qui seront perpendiculaires entre elles, & dont la premiere EB representera l'Equateur, & la seconde EC l'Axe du Monde, parce que le point E represente le centre du Monde, le point C le Pole élevé sur l'Horizon, que le Diametre AD represente, & le Cercle ABCD represente le Meridien tout ensemble & le Colure des Solstices, en supposant que ce Colure convient avec le Meridien.

Dans cette supposition, l'on prendra l'arc BL de la plus grande Déclinaison du Soleil, ou de 23 degrez & demi, depuis B vers C, si le Soleil est dans les Signes Septentrionaux, ou de l'autre côté vers A, si le Soleil est dans les Signes Meridionaux, & l'on tirera du centre E par le point L, la droite EL, qui representera l'Ecliptique, selon les loix de la Projection Ortographique de la Sphere. Aprés cela faites l'arc LM égal à la distance du Soleil au Solstice le plus proche, & tirez du point M la ligne MI perpendiculaire à l'Ecliptique EL, qui se trouve ici coupée par cette perpendiculaire MI au point I, par où vous tirerez à l'Equateur EB la parallele FG: qui representera le Parallele du Soleil, & qui coupe ici l'Axe EC au point G, duquel comme centre, on décrira par le point F, l'arc de Cercle FOK.

Enfin ayant pris l'arc AH, égal à la Hauteur du Soleil, tirez par le point H, à l'Horizon AD, la parallele HN, qui representera l'Almicantarat du Soleil, & donnera sur le Parallele FG, son lieu en N, d'où l'on tirera la ligne NO perpendiculaire à la ligne FG, & l'arc FO étant converti en temps, en prenant 15 degrez pour une heure, donnera l'heure qu'on cherche, avant ou aprés Midi.

L'Arc BF fait connoître la Déclinaison du Soleil, que l'on peut avoir plus exactement par le moyen de sa plus grande Déclinaison qui est de 23 degrez & demi, & de sa distance au plus proche Equinoxe, en faisant cette Analogie;

Comme

Planche 34. 104. Fig.

Comme le Sinus Total,
Au Sinus de la plus grande Déclinaiſon du Soleil;
Ainſi le Sinus de ſa diſtance au plus proche Equinoxe,
A la Déclinaiſon qu'on cherche.

Il eſt évident que quand le Soleil n'aura point de Déclinaiſon, ce qui arrivera au temps des Equinoxes, au lieu de tirer la perpendiculaire NO du point N, il la faudra tirer du point P, où l'Equateur EB ſe trouve coupé par l'Almicantarat HI, pour avoir en ce jour des Equinoxes l'heure qu'on cherche: mais on la pourra trouver dans ce cas plus exactement par cette Analogie;

Comme le Sinus du complement de l'Elevation du Pole,
Au Sinus de la Hauteur du Soleil;
Ainſi le Sinus Total,
Au Sinus de la diſtance du Soleil à ſix heures.

Lors que le Soleil aura une Déclinaiſon, on l'ôtera de 90 degrez, ſi elle eſt Septentrionale, ou on l'ajoûtera à 90 degrez, ſi elle eſt Meridionale, pour avoir la diſtance du Soleil au Pole, par le moyen de laquelle, & de l'Elevation du Pole, avec la Hauteur du Soleil, on pourra trouver par la Trigonometrie l'heure du Jour, en cette ſorte.

Ajoûtez enſemble ces trois choſes, le complement de la Hauteur du Soleil, le complement de l'Elevation du Pole, & la diſtance du Soleil au Pole, & ôtez ſeparément de la moitié de leur ſomme le complement de l'Elevation du Pole, & la diſtance du Soleil au Pole, pour avoir deux differences qui nous ſerviront avec le complement de l'Elevation du Pole, & la diſtance du Soleil au Pole, pour faire ces deux Analogies;

Comme le Sinus de la diſtance du Soleil au Pole,
Au Sinus de l'une des deux differences;
Ainſi le Sinus de l'autre difference,
A un quatriéme Sinus.

Comme le Sinus du complement de l'Elevation du Pole,
Au quatriéme Sinus trouvé;
Ainſi le Sinus Total,
A un ſeptiéme Sinus.

lequel étant multiplié par le Sinus Total, la Racine quarrée du produit ſera le Sinus de la moitié de la diſtance du Soleil au Meridien.

PRO-

PROBLEME XIII.

Décrire un Cadran portatif sur une Carte.

LE Cadran que nous allons décrire, est ordinairement appellé *le Capucin*, parce qu'il ressemble à la tête d'un Capucin, qui a son Capuchon renversé. Il se peut décrire sur une petite piece de Carton, ou bien sur une Carte, en cette sorte.

Ayant décrit à volonté une circonference de Cercle, dont le centre est A, & le Diametre est B12, divisez cette circonference en 24 parties égales, ou de 15 degrez en 15 degrez, en commençant depuis le Diametre B12, & joignez les deux points de division également éloignez du Diametre B12, par des lignes droites paralleles entre elles, & perpendiculaires à ce Diametre B12, qui seront les Lignes horaires, dont celle qui passe par le centre A, sera la Ligne de six heures. Planche 34. 105. Fig.

Aprés cela faites au point 12, avec le Diametre B12, l'Angle B12♈ de l'Elevation du Pole, & ayant tiré par le point ♈, où la ligne 12♈ coupe la Ligne de six heures, la ligne indéfinie ♋♑, perpendiculaire à la Ligne 12♈, vous terminerez cette ligne ♋♑ aux points ♋, ♑, par les lignes 12♋, 12♑, qui doivent faire avec la ligne 12♈, chacune un Angle de 23 degrez & demi, telle qu'est la plus grande Déclinaison du Soleil.

On trouvera sur cette perpendiculaire ♋♑, les points des autres Signes, en décrivant du point ♈, comme centre, par les points ♋, ♑, une circonference de Cercle, & en la divisant en douze parties égales, ou de 30 degrez en 30 degrez, pour les commencemens de douze Signes du Zodiaque, pour joindre deux points de division opposez & également éloignez des points ♋, ♑, par des lignes droites paralleles entre elles & perpendiculaires au Diametre ♋♑, qui donneront sur ce Diametre les commencemens des Signes, d'où comme centres, on décrira par le point 12 des arcs de Cercle, qui representeront les Paralleles des Signes, ausquels par consequent on ajoûtera les mêmes caracteres, comme vous voyez dans la Figure.

Ces Arcs des Signes serviront pour connoître les heures aux Rayons du Soleil, en cette sorte. Ayant tiré à volonté la ligne C♑, parallele au Diametre B12, élevez à son extrémité C, un petit stile bien droit, & tournez le Plan du Cadran, en sorte que

Planche 34. 105. Fig. que le point C regardant obliquement le Soleil, l'ombre du stile couvre la ligne C♑, & alors un filet pendant librement avec son plomb du point du degré du Signe courant du Soleil, marqué sur la ligne ♋♑, montrera en bas sur l'Arc du même Signe, l'heure qu'on cherche.

Remarque.

Afin que le filet se puisse mettre facilement sur le degré du Signe courant du Soleil, il faut que le Plan du Cadran soit fendu le long de la ligne ♋♑; car ainsi on pourra facilement avancer le filet à tel point que l'on voudra de cette ligne, & l'arrêter à ce point : & si l'on enfile à ce filet une petite perle, on pourra se passer des Arcs des Signes pour connoître l'heure du jour; en avançant la perle au point 12, lors que le filet aura été arrêté au degré du Signe courant du Soleil; car alors cette perle montrera l'heure qu'on cherche, lors que le point C aura été tourné droit vers le Soleil, en sorte que, comme nous avons dit, l'ombre du stile couvre la ligne C♑.

On auroit pû marquer les Signes plus exactement sur la ligne ♋♑, en faisant au point 12 avec la ligne 12 ♈ de part & d'autre des angles égaux à la Declinaison de ces Signes : mais comme l'erreur n'est pas considerable, lors que le Cadran est petit, comme il arrive ordinairement, on aura plûtôt fait de suivre la Methode precedente.

Ce Cadran tire son origine d'un certain Cadran rectiligne universel, qui a été autrefois publié par le P. de Saint Rigaud Jesuite, sous ce titre *Analemma novum.* Voici la maniere qu'il nous a enseignée pour sa construction & pour son usage.

Planche 35. 106. Fig. Ayant décrit, comme auparavant, les Lignes horaires par le moyen d'un Cercle divisé en 24 parties égales, qui a le point A pour son centre, & la ligne ♈♎ pour Diametre, à laquelle toutes les Lignes horaires sont perpendiculaires, dont celle qui passe par l'extrémité ♈, represente la Ligne de Midi, & celle qui passe par l'autre extrémité ♎, represente la Ligne de Minuit ; prenez le Diametre ♈♎ pour l'Equateur, & décrivez les Paralleles des autres Signes par des lignes droites, en cette sorte.

Prenant donc le Diametre ♈♎ pour l'Equateur, faites avec cette ligne au centre A, un Angle égal à la plus grande Déclinaison du Soleil, ou de 23 degrez & demi, par la ligne droite ♋♑, qui sera prise pour l'Ecliptique, & qui se trouvera

vera coupée par les Lignes horaires de 15 degrez en 15 degrez, en des points, par lesquels on tirera des lignes droites paralleles entre elles & à l'Equateur ♈♎, qui representeront les commencemens des Signes & de leurs moitiez. Planche 35. 106. Fig.

Enfin tirez du centre A, par les degrez du Demi-cercle d'en bas des lignes droites de cinq en cinq, ou de dix en dix degrez, & les prolongez jusqu'à ce qu'elles rencontrent chacune des deux Lignes Meridiennes ♋70, ♋20, où vous ajoûterez des chifres, en sorte que les chifres d'une Ligne Meridienne fassent avec les chifres correspondans de l'autre 90 degrez, pour avoir ainsi les degrez de Latitude marquez sur chaque Ligne Meridienne, qui nous serviront pour connoître l'heure en cette sorte.

Tirez du centre A au degré de la Latitude du Lieu où vous êtes, qui est marqué sur la Ligne de Minuit ♋20, comme au degré 50, si le Pole est élevé sur vôtre Horizon de 50 degrez, la droite A50, qui representant cet Horizon, fera connoître l'heure du Lever & du Coucher du Soleil au point, où elle coupera le Parallele du degré du Signe, où le Soleil sera pour lors: & attachez à ce point un filet pendant avec son plomb, ayant une petite perle enfilée, afin que le filet étant étendu depuis le même point sur le degré de la même Latitude, marqué sur la Ligne de Midi ♋70, cette perle se puisse avancer sur ce degré de Latitude; aprés quoi la perle demeurant immobile à l'endroit du filet où elle se trouvera, on laissera pendre ce filet librement avec son plomb & sa perle immobile, pour pouvoir connoître l'heure du jour aux Rayons du Soleil, par une Methode semblable à la precedente, comme vous allez voir.

Elevez un petit stile bien droit à l'extrémité ♎ de la ligne ♈♎, ou de quelqu'autre qui lui soit parallele, & le point ♎ étant tourné obliquement vers le Soleil, en sorte que le filet pende librement avec son plomb, & que l'ombre du stile couvre sa ligne, la perle fera connoître l'heure qu'on cherche.

Voilà ce que nous avons appris du P. de Saint Rigaud, & voici ce que nous avons ajoûté à son Analemme, qu'on peut faire servir de Cadran Horizontal Universel, en prenant la Ligne de six heures pour la Meridienne, & le centre A pour le centre du Cadran; auquel cas la ligne ♈♎ sera la Ligne de six heures, & en portant sur les Lignes Horaires depuis la Ligne de six heures ♈♎, les parties des Horizons terminées par les lignes horaires, en les prenant depuis le centre A. Car ainsi on aura des points sur les lignes horaires, qui étant joints par des lignes courbes, on aura des Ellipses, qui representeront les Cercles

de

Planche 35. 106. Fig.

de Latitude, sur lesquelles on connoîtra les heures aux Rayons du Soleil par l'ombre de l'Axe qui doit faire avec la Meridienne au centre A, un Angle égal à l'Elevation du Pole.

Mais on peut décrire autrement & trés-facilement un Cadran Horizontal Elliptique Universel, comme nous enseignerons aprés avoir enseigné dans le Probléme suivant deux manieres differentes, pour décrire un Cadran Horizontal Rectiligne Universel.

PROBLEME XIV.

Décrire un Cadran Horizontal Rectiligne Universel.

Planche 36. 108. Fig.

AYant tiré par le centre du Cadran A, pris à volonté sur un Plan Horizontal, les deux lignes perpendiculaires AB, CD, & ayant pris la premiere AB pour la Meridienne, & la deuxiéme CD pour la Ligne de six heures, décrivez à discretion du centre A, le Quart de Cercle EF; & aprés avoir tiré par le point E, la ligne GH perpendiculaire à la Meridienne, qui representera le 90. degré de Latitude, & par le point F, la ligne FK parallele à la même Meridienne, qui representera la Ligne de 9 heures, & aussi le 30. Cercle de Latitude à l'égard des Lignes horaires qui lui sont perpendiculaires, divisez le Quart de Cercle EF, en six parties égales, ou de 15 degrez en 15 degrez, afin que tirant du centre A par les points de division des lignes droites, vous ayez sur la ligne GH, les points des autres heures, par où l'on tirera les autres Lignes horaires paralleles à la Meridienne, omettant expressément les Lignes de 5 & de 7 heures, pour ne pas donner une trop grande largeur au Cadran: & pour le faire encore moins large, on pourroit aussi omettre les Lignes de 4 & de 8 heures, qui representent le 60. degré de Latitude, à l'égard des Lignes horaires qui leur sont perpendiculaires, & qui suppléeront au défaut des Lignes horaires qui auront été négligées, je parle de celles qui sont paralleles à la Meridienne AB.

Ces mêmes lignes droites qui partent du centre A, étant prolongées, donneront sur la ligne FK de 9 heures des points, par où l'on décrira du centre A, des arcs de Cercle, qui donneront sur la Meridienne AB, les points 15, 30, 45, 60, 75, par où l'on tirera autant de lignes droites paralleles entre elles & à la ligne GH, ou perpendiculaires à la Meridienne AB, qui representeront les Cercles de Latitude de 15 degrez en 15 degrez, à l'égard des Lignes horaires paralleles à la Meridienne AB.

Pour avoir d'autres Cercles de Latitude, & d'autres Lignes horaires, pour les faire servir au défaut de celles qui ont été negligées, décrivez du point E par le centre A, le Demi cercle AIB,

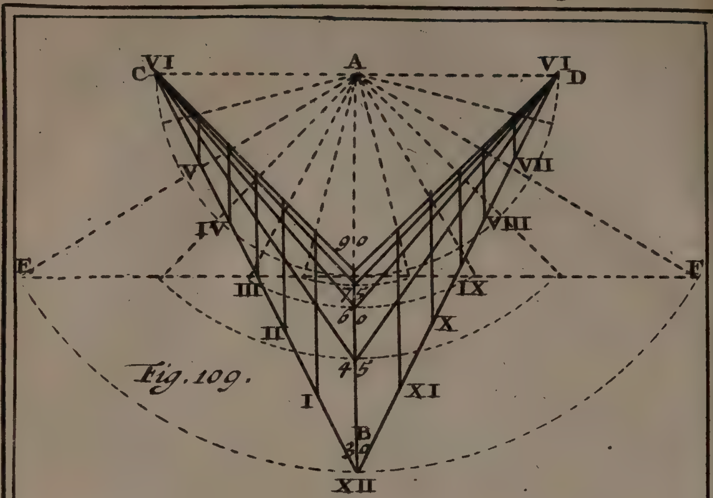


Fig. 109.

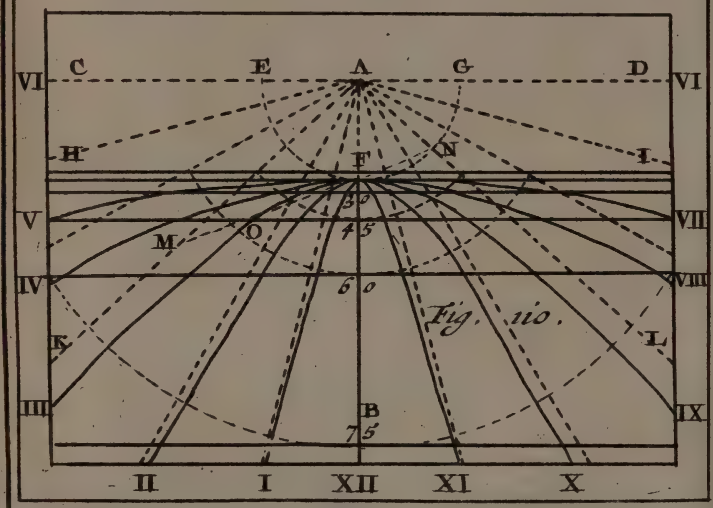
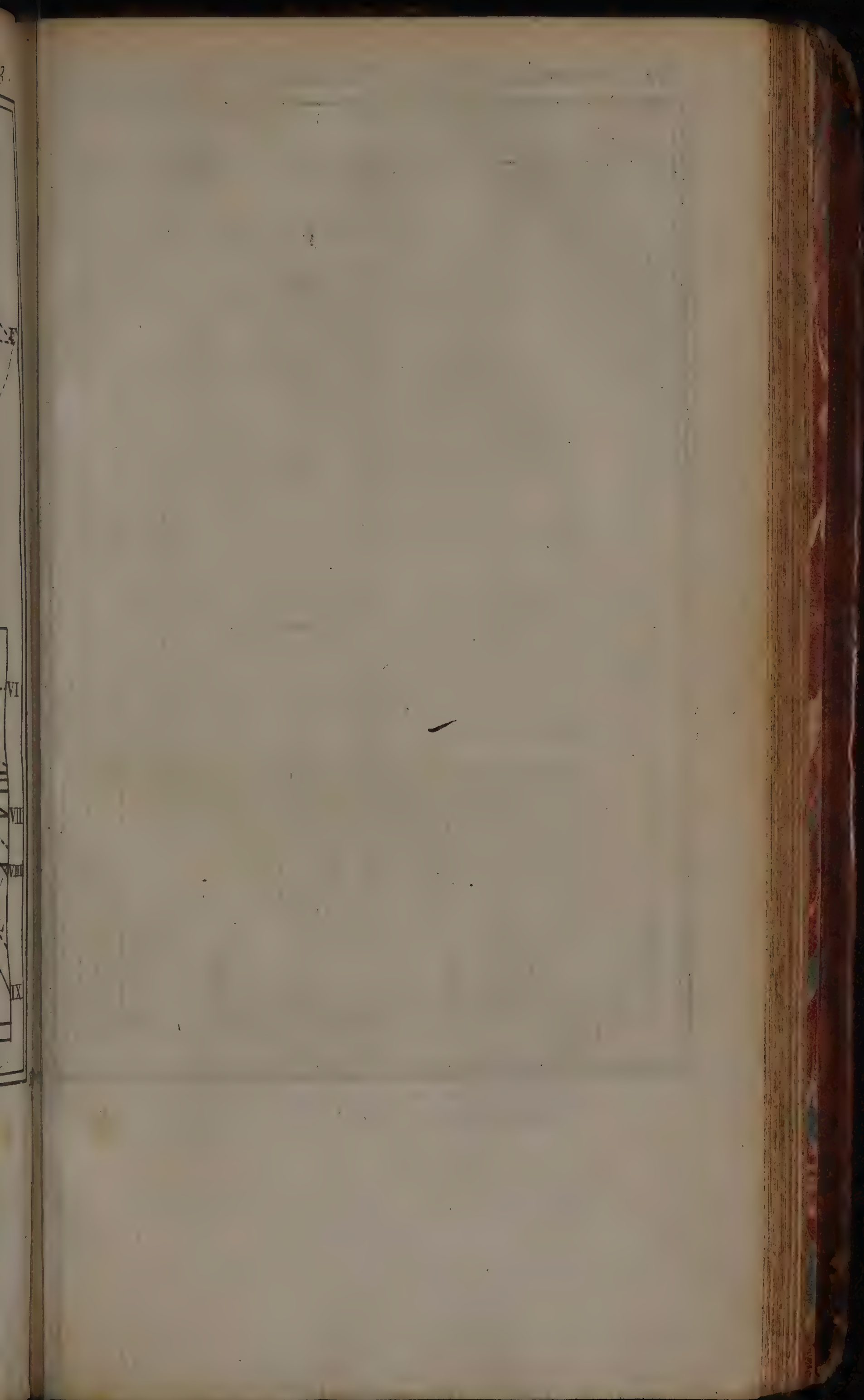


Fig. 110.



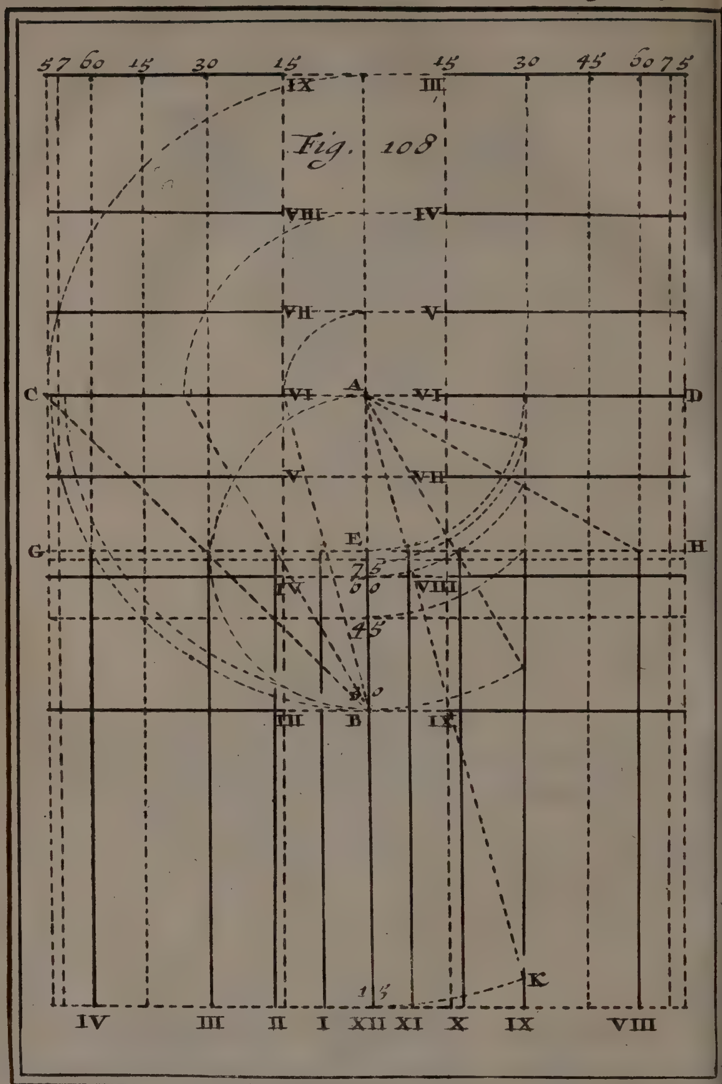


Fig. 108
57 60 15 30 15 15 30 45 60 75
IX III
VIII IV
VII V
C VI A VI D
V VII
G E H
75
IV 60 VIII
45
30
III B IX
15 K
IV III II I XII XI X IX VIII

To. 1

AIB, & divisez sa circonference en six parties égales, ou de 30 degrez en 30 degrez, pour décrire du centre A par les points de division des arcs de Cercle, qui donneront sur la Ligne de six heures des points, par où l'on tirera des lignes paralleles à la Meridienne AB, qui representeront des Cercles de Latitude de 15 degrez en 15 degrez. Planche 36. 108. Fig.

Pour décrire les Lignes horaires qui conviennent à ces Cercles de Latitude, & qui doivent être paralleles à la Ligne de six heures, telle qu'est la Ligne de 3 & de 9 heures, qui passe par le point B, & qui represente le 30. Cercle de Latitude à l'égard des premieres Lignes horaires, tirez du point B, par les points de division du Demi-cercle AIB, des lignes droites, qui étant prolongées, donneront sur la Ligne de six heures les points L, M, C, dont les distances AL, AM, AC, étant portées de part & d'autre depuis le centre A, sur la Ligne Meridienne AB, on aura des points, par où l'on tirera des lignes paralleles à la ligne de six heures.

On connoîtra les heures dans ce Cadran Universel, comme dans le precedent, sçavoir en tournant le centre A droit du Midi, comme aux Cadrans Horizontaux ordinaires, & en mettant au même centre A, un Axe élevé sur la Meridienne à un Angle de la Latitude du Lieu où l'on est, car ainsi l'ombre de cet Axe donnera sur la Ligne de la même Latitude, l'heure qu'on cherche.

On peut autrement & plus facilement décrire un Cadran Rectiligne Universel sur un Plan Horizontal, en cette sorte. Planche 37. 109. Fig. Ayant tiré, comme auparavant, par le centre du Cadran A, les deux perpendiculaires AB, CD, & ayant tiré par le point 90 pris à discretion sur la Meridienne AB, la Ligne EF perpendiculaire à la même Meridienne, décrivez du centre A, par le point 90, le Demi-cercle C90D, qui coupe ici la Ligne de six heures CD, aux deux points C, D, par lesquels & par le point 90, vous tirerez les droites C90, D90. Divisez la circonference de ce Demi-cercle en douze parties égales, ou de 15 degrez en 15 degrez, & tirez du centre A par les points de division des lignes droites qui donneront sur chacune des deux, lignes C90, D90, des points; par où l'on tirera les Lignes horaires paralleles à la Meridienne. Ces mêmes lignes qui partent du centre A, étant prolongées, rencontreront la ligne EF en des points, par où l'on décrira du centre A, des arcs de Cercle, qui donneront sur la Meridienne les points 30, 45, 60, 75, par où l'on tirera aux deux points C, D, autant de lignes droites, qui representeront les Cercles de Latitude de 15 degrez en 15 degrez; & le Cadran sera achevé, où l'on connoîtra les heures aux Rayons du Soleil, comme dans le precedent.

Remarque.

On peut *rendre Universel un Cadran Horizontal décrit pour quelque Latitude particuliere que ce soit*, en deux manieres, l'une par le moyen des Lignes horaires, & l'autre seulement par le moyen de la Ligne Equinoxiale divisée en heures, comme vous allez voir.

Planche 31. 97. Fig. La premiere maniere se pratique en élevant le Plan du Cadran Horizontal au dessus de l'Horizon du Lieu où l'on est, vers le Septentrion si la Latitude de ce Lieu est plus grande que celle pour laquelle le Cadran a été fait, ou vers le Midi si elle est plus petite, des degrez de la difference de ces deux Latitudes, & alors l'Axe de l'ombre IK montrera les heures aux Rayons du Soleil, lors que le centre I sera tourné droit au Midi.

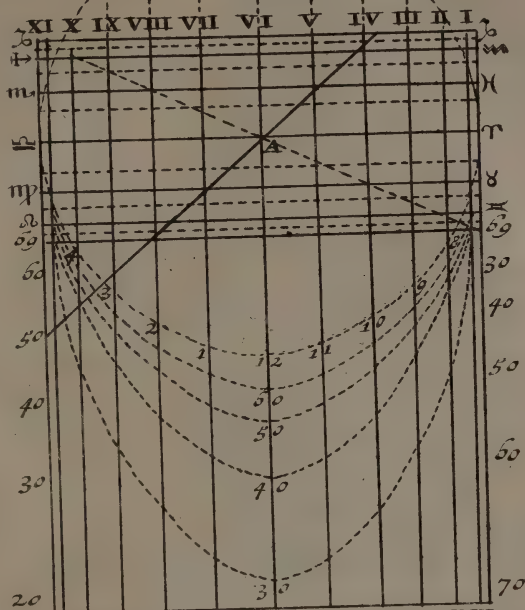
La seconde maniere se pratique en mettant au point O, section de la Meridienne DI, & de l'Equinoxiale AB, un petit Plan perpendiculaire semblable au Triangle rectangle OKI, qui soit mobile autour de ce point O, en telle sorte que le côté OK fasse avec la Meridienne OL, qui doit être fenduë en cet endroit, un Angle égal au complement de l'Elevation du Pole sur l'Horizon du Lieu où l'on est, & alors l'ombre de l'Axe KI montrera sur l'Equinoxiale AB, l'heure qu'on cherche, lors que le centre I sera tourné directement vers le Midi.

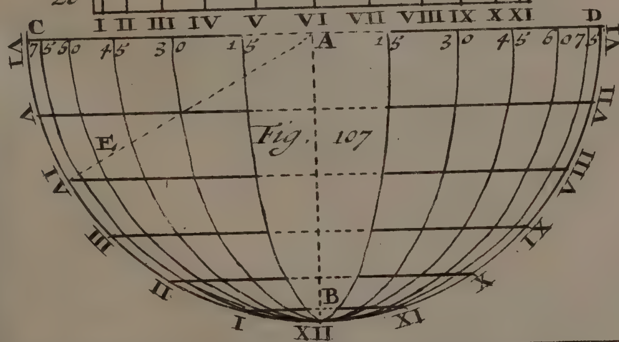
PROBLEME XV.

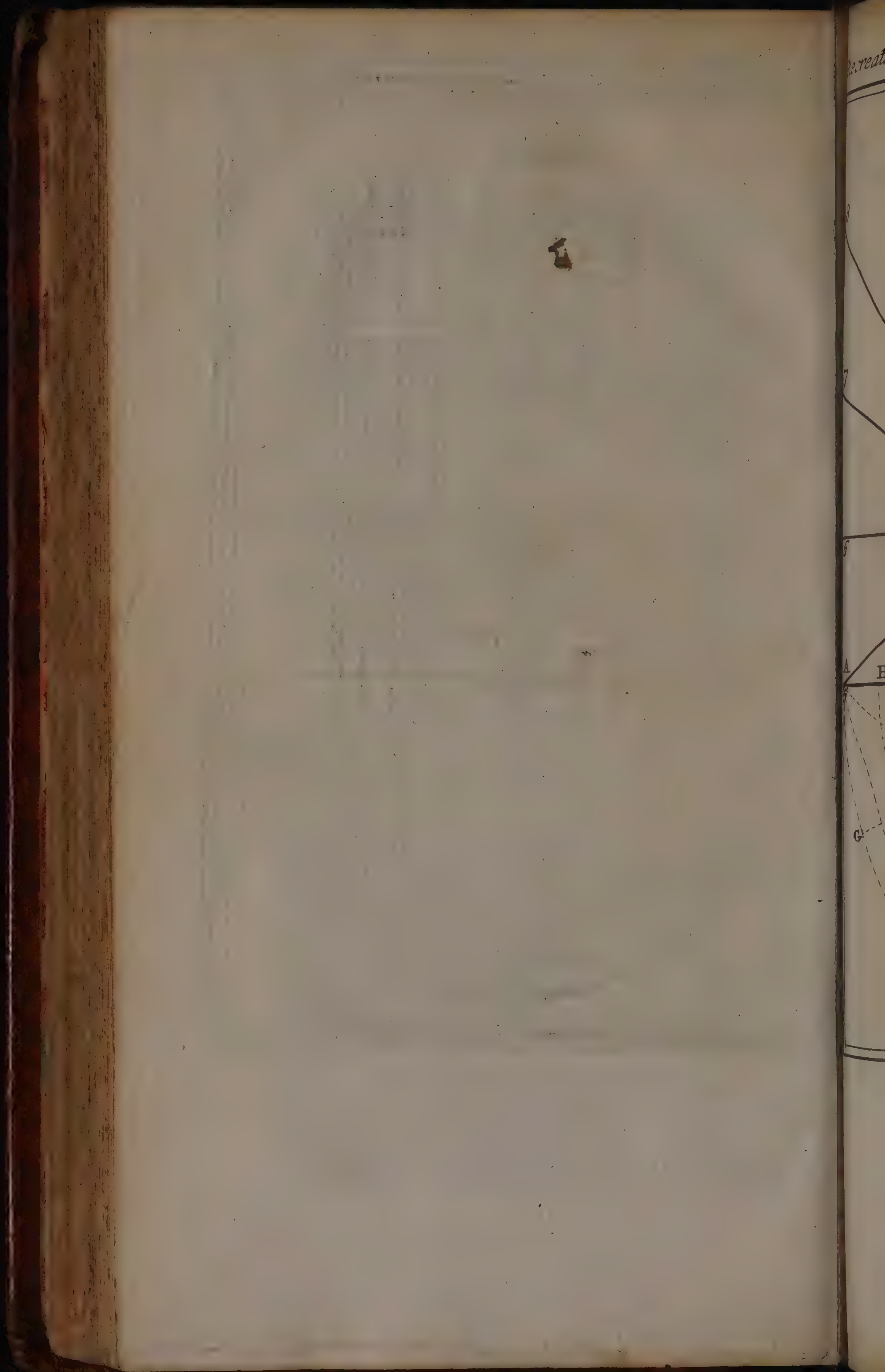
Décrire un Cadran Horizontal Elliptique Universel.

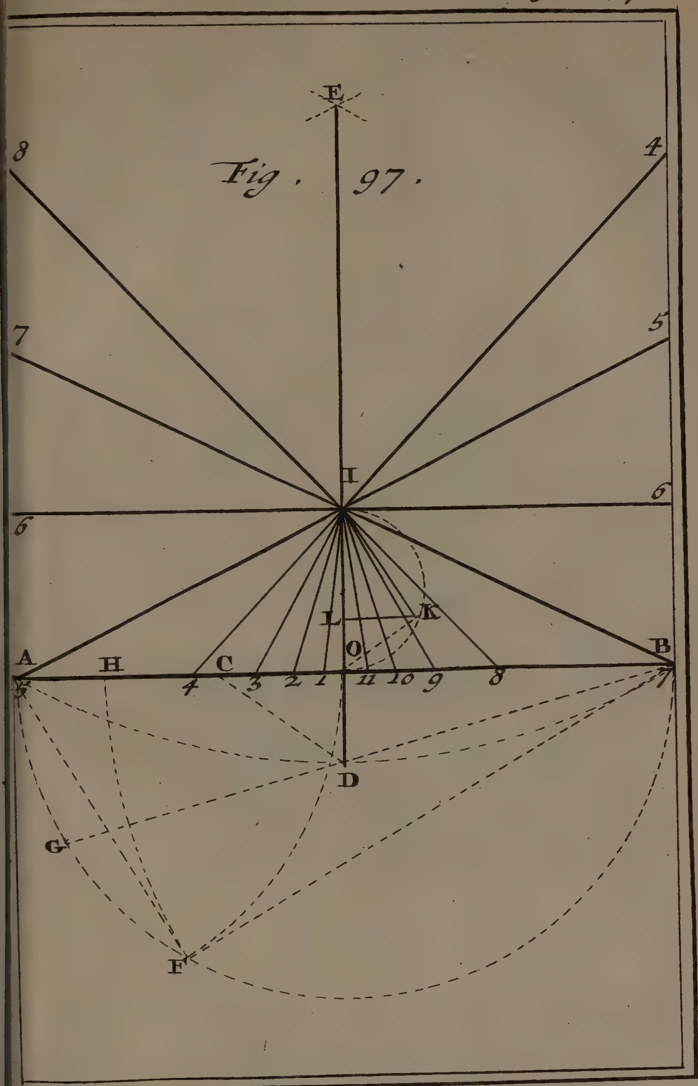
Planche 35. 107. Fig. AYant tiré comme dans le Probléme precedent par le centre du Cadran A pris à discretion sur un Plan Horizontal les deux perpendiculaires, AB, CD, & ayant décrit du même centre A le Demi-cercle CBD d'une grandeur volontaire, divisez sa circonference en douze parties égales, ou de 15 degrez en 15 degrez, & joignez deux points de division opposez & également éloignez de la ligne de six heures CD, par des lignes droites perpendiculaires à la Meridienne AB, ou paralleles à la Ligne de six heures CD, qui représenteront les autres Lignes horaires, sur lesquelles on marquera les points de Latitude, en cette sorte.

Pour marquer sur chaque Ligne horaire le point par exemple du 60 degré de Latitude, faites au centre A, avec la Meridienne AB, un Angle de 60 degrez par la ligne AE, & portez les distances perpendiculaires des points où la Meridienne se trouve coupée par les Lignes horaires à la Ligne AE, sur les Lignes horaires


Fig. 106
XI X IX VIII VII VI V IV III II I
A
60
50
40
30
20
30
40
50
60
70
12
50
50
40
30


I II III IV V VI VII VIII IX X XI
C
D
A
75 60 45 30 15 15 30 45 60 75
VI
V
E
Fig. 107
IV
III
II
I
B
XII
XI
X
IX
VIII
VII
VI




Fig. 97.
E
8
4
7
5
I
6
6
L
K
O
A
H
C
B
4
3
2
1
11
10
9
8
7
D
G
F

horaires oppoſées, depuis la Meridienne AB de part & d'autre en des points, que vous joindrez par une ligne courbe qui ſera la circonference d'une Demie Ellipſe, & qui repreſentera le 60. Cercle de Latitude. C'eſt ainſi que nous avons repreſenté les autres Cercles de Latitude de 15 degrez en 15 degrez, par le moyen deſquels on connoîtra les heures aux Rayons du Soleil, comme il a été enſeigné au Probléme precedent. Planche 35. 107. Fig.

PROBLEME XVI.

Décrire un Cadran Horizontal Hyperbolique Univerſel.

AYant tiré comme auparavant, par le centre du Cadran A, les deux lignes perpendiculaires AB, CD, & ayant auſſi décrit comme auparavant, du même centre A, le Demi-cercle EFG diviſé en douze parties égales, ou de 15 degrez en 15 degrez, tirez de ce centre A, par les points de diviſion des lignes indéfinies, au dedans deſquelles, comme entre des Aſymptotes, vous décrirez par le point F pris à diſcretion ſur la Meridienne AB, des Hyperboles qui repreſenteront les Lignes horaires. Planche 37. 110. Fig.

Aprés cela, tirez par le même point F, à la Meridienne AB, la perpendiculaire HI, qui repreſentera le 90. Cercle de Latitude, & qui ſe trouvera coupée par les Aſymptotes tirées du centre A, en des points, par où vous décrirez du même centre A, des Arcs de Cercle, qui donneront ſur la Meridienne AB, les points 75, 60, 45, 30, 15, par où l'on tirera à la même Meridienne AB, autant de perpendiculaires, qui repreſenteront les Cercles de Latitude de 15 degrez en 15 degrez, par le moyen deſquels on connoîtra les heures au Soleil comme dans le Cadran precedent.

Remarque.

Ceux qui entendent les Sections Coniques, ſçavent que pour décrire une Hyperbole par le point F, entre les Aſymptotes, AK, AL, par exemple, il n'y a qu'à tirer à diſcretion par le point F, la ligne MN, terminée en M & en N, par les deux Aſymptotes AK, AL, & porter la longueur de la partie FN ſur la ligne MN, depuis M en O, qui ſera un point de l'Hyperbole qu'on veut décrire, &c.

Ceux qui n'entendent pas les Sections Coniques, pourront marquer les points des Lignes horaires ſur chaque Cer-

Planche 37. 110. Fig.

cle de Latitude, comme nous enſeignerons dans le Probléme ſuivant, pour joindre les points qui appartiendront à une même heure, par des lignes courbes, qui ſeront neceſſairement des Hyperboles.

PROBLEME XVII.

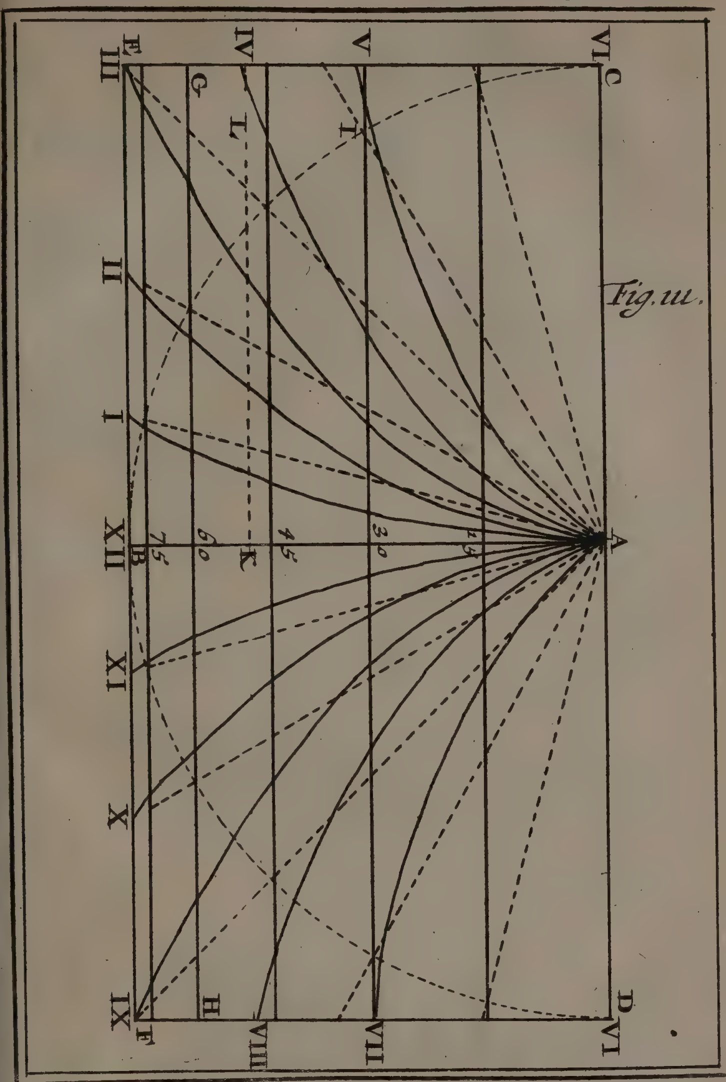
Décrire un Cadran Horizontal Parabolique Univerſel.

Planche 38. 111. Fig.

AYant tiré comme auparavant, par le centre du Cadran A, les deux perpendiculaires AB, CD, tirez par le point B pris à diſcretion ſur la Meridienne AB, la Ligne EF, perpendiculaire à la même Meridienne AB, qui repreſentera le 90. degré de Latitude, & décrivez comme dans le Probléme precedent, du centre A, par le même point B, le Demi-cercle CBD, qui doit être diviſé en douze parties égales, pour joindre les points de diviſion oppoſez & également éloignez de la Ligne de ſix heures CD, des lignes droites, qui repreſenteront les Cercles de Latitude de 15 degrez en 15 degrez.

On marquera ſur chacun de ces Cercles de Latitude, par exemple, ſur la Ligne GH, qui repreſente le 60. Cercle de Latitude, les Points horaires, en cette ſorte. Décrivez du point 60, Section de la Meridienne AB, & de la Ligne GH, un Arc de Cercle, qui touche la ligne AI, qui fait au Centre A, avec la Meridienne AB, un Angle de 60 degrez, & portez l'ouverture du Compas ſur la Meridienne AB, depuis le centre A, au point K, par où vous tirerez la Ligne KL perpendiculaire à la Meridienne AB. Cette perpendiculaire KL ſe trouvera coupée par les lignes droites qui ſont tirées du centre A par les douze diviſions du Demi-cercle CBD en des points, dont les diſtances étant priſes depuis K, & étant portées ſur la ligne GH, de part & d'autre depuis le point 60, on aura ſur cette ligne GH, qui dans ce cas eſt conſiderée comme une Ligne Equinoxiale, à l'égard de l'Axe AI, les Points horaires qu'on cherche.

C'eſt de la même façon que l'on marquera ſur les autres Lignes de Latitude, conſiderées comme autant de Lignes Equinoxiales, les Points horaires, dont ceux qui appartiendront à la même heure, ſeront joints par des lignes courbes, qui repreſenteront les Lignes horaires, & qui ſeront des Paraboles, ayant le centre A pour ſommet commun, & la Ligne de ſix heures CD pour Axe commun. On connoîtra les heures dans ce Cadran comme dans le precedent.


Fig. III.
A
B
C
D
E
F
G
H
K
L
T
VI
V
IV
III
II
I
XII
XI
X
IX
VIII
VII
VI
15
30
45
60
75

PROBLEME XVIII.

Décrire un Cadran sur un Plan Horizontal, où l'on puisse connoître les heures au Soleil sans l'ombre d'aucun stile.

CE Cadran se fait ordinairement en deux manieres, par la Table des Verticaux du Soleil, telle qu'est la suivante qui montre le Vertical du Soleil depuis le Meridien à chaque heure du Jour au commencement de chaque Signe du Zodiaque, pour la Latitude de 49 degrez, ou bien sans aucune Table, sçavoir par la Projection Stereographique de la Sphere; comme vous allez voir,

Table des Verticaux du Soleil depuis le Meridien, à chaque heure du Jour, pour la Latitude de 49 degrez.

H.	XI	X	IX.	VIII	VII	VI	V	IV
S.	D.M.	D.M.	D.M.	D.M.	D.M.	D.M.	D.M.	D.M.
♋	30.17	53.40	70.30	83.57	95.20	105.56	116.28	127.26
♌♊	27.58	50.33	67.34	81. 6	92.45	103.35	114.56	
♍♉	23.30	43.52	60.29	74.17	86.21	97.36		
♎♈	19.33	37.25	52.58	66.57	78.34			
♏♓	16.42	32.25	46.30	59.28	71.12			
♐♒	14.56	29.11	42.23	54.26				
♑	14.19	28. 2	40.48					
H.	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII

Pour décrire premierement ce Cadran par le moyen de la Table precedente, qui l'a fait appeller *Cadran Azimutal*, décrivez sur le Plan Horizontal, que je suppose mobile, le Parallelogramme rectangle ABCD, & divisez chacun des deux côtez opposez AB, CD, en deux également aux points E, F, qui doivent être joints par la droite EF, que vous prendrez pour la Meri-

Planche 39. 112. Fig.

Planche 39. 112. Fig. Meridienne, sur laquelle vous prendrez à discretion le point G pour le pied du stile, & les deux points F, H, pour les Points Solstitiaux de ♋ & de ♑, par lesquels vous décrirez du point G, comme centre, deux circonferences de Cercle, qui representeront les Tropiques ou les commencemens du ♋ & du ♑.

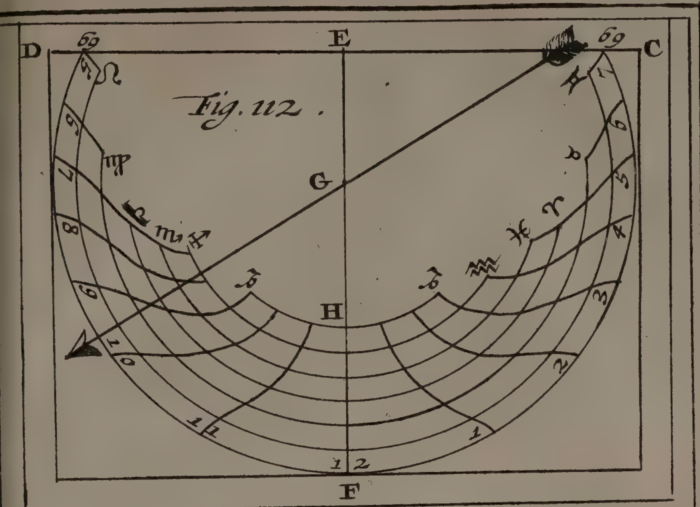
Pour representer les Paralleles du commencement des autres Signes, divisez l'espace FH en six parties égales, & décrivez du même point G, par les points de division, d'autres Arcs de Cercle, qui representeront les commencemens des Signes, sur lesquels on marquera les points des heures, en prenant sur ces Arcs les degrez du Vertical du Soleil, tels qu'on les trouve dans la Table precedente à chaque heure du Jour, pour le commencement de chaque Signe, de part & d'autre depuis la Ligne Meridienne EF, & en joignant les points qui appartiendront à une même heure, par des lignes courbes, qui seront les Lignes horaires, & le Cadran sera achevé, où l'on pourra connoître l'heure sans stile, en cette sorte.

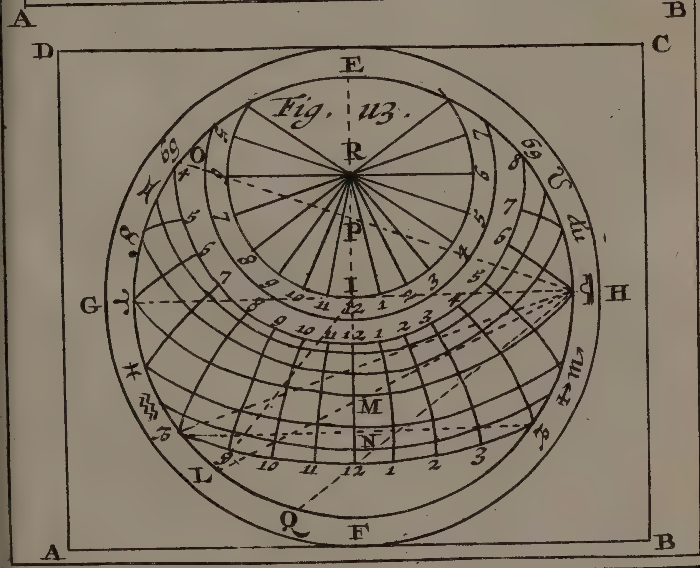
Pour connoître l'heure dans ce Cadran aux Rayons du Soleil, appliquez au centre G des Arcs des Signes une Aiguille aimantée élevée sur un petit pivot, autour duquel elle puisse tourner librement, comme dans les Boussoles ordinaires, & tournez le point E directement vers le Soleil, en sorte que chacun des deux côtez AD, BC, qui sont paralleles à la Ligne Meridienne EF, cesse d'être éclairée du Soleil sans faire aucune ombre: & alors l'Aiguille aimantée montrera sur le Signe courant du Soleil l'heure qu'on cherche.

Pour décrire ce Cadran par le moyen de la Projection Stereographique de la Sphere, lequel dans ce cas prend le nom
113. Fig. d'*Astrolabe Horizontal*, tirez par le centre I du Quarré ABCD, les deux lignes perpendiculaires EF, GH, dont l'une, comme EF, qui est parallele au côté AD, étant prise pour la Meridienne, l'autre GH, qui est parallele au côté AB, representera le premier Vertical, parce que le point I represente le Zenit, duquel comme centre, l'on décrira à discretion le Cercle E♈F♎, qui representera l'Horizon.

Prenez sur la circonference de ce Cercle, d'un côté l'arc EO de l'Elevation du Pole sur l'Horizon, & de l'autre côté l'arc FL du complement de la même Elevation du Pole, & tirez du point ♎, par les points O, L, la droite ♎O, qui donnera sur la Meridienne le Pole en P, par lequel & par les deux points ♈♎, on fera passer une circonference de Cercle, qui representera le Cercle de six heures: & le point M; par lequel & par les deux mêmes points ♈, ♎, on décrira une autre circonference de Cercle ♈M♎, qui sera l'Equateur.

On


Fig. 112.
D
E
C
G
H
F
A
B
69
69
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12


Fig. 113.
D
E
C
R
O
P
I
G
H
M
N
L
Q
F
A
B
69

On pourroit diviſer ce Cercle, ou Equateur ♈M♎, en heures, ou de 15 degrez en 15 degrez, par les regles de la Projection Stereographique, pour décrire par chaque deux points diametralement oppoſez, & par le Pole P, des circonferences de Cercle, qui ſeroient les Lignes horaires: mais on aura plûtôt fait de prendre ſur l'Horizon E♈F♎, de part & d'autre, depuis les deux points E, F, les Arcs de l'Horizon, compris entre le Cercle Meridien & les Cercles Horaires, qui ſont égaux aux Angles que font les Lignes horaires avec la Meridienne au centre d'un Cadran Horizontal, & qui dans la Latitude de 49 degrez, doivent être de 11. 26′. pour 1. & 11 heures, de 23. 33′. pour 2. & 10 heures, de 37. 3′. pour 3. & 9. heures, de 52. 35′. pour 4. & 8. heures, & de 70. 27′. pour 5. & 7. heures, pour décrire les Lignes ou Cercles horaires, comme auparavant, qu'il ſuffira de tirer entre les deux Tropiques, que l'on décrira avec les Paralleles des autres Signes du Zodiaque, en cette ſorte. Planche 39. 113. Fig.

Pour décrire les Paralleles des Signes, on ſe ſervira de leur Déclinaiſon, qui eſt de 23. 30′. pour ♋, ♑, de 20. 12′. pour ♊, ♌, ♒, ♐ & de 11. 30′. pour ♉, ♍, ♓, ♏, par le moyen de laquelle on trouvera trois points de chaque Signe, un ſur la Meridienne EF, & deux ſur l'Horizon E♈F♎, pour décrire par ces trois points une circonference de Cercle, qui ſera le Parallele du Signe qu'on cherche.

Mais pour trouver ces trois points, par exemple pour le Tropique du ♑, prenez depuis L, qui répond au point Equinoxial M, vers F, parce que ce Signe eſt Meridional, car s'il étoit Septentrional, il faudroit prendre depuis L, vers ♈, l'arc LQ, de 23. 30′. telle qu'eſt la Déclinaiſon du ♑, & tirez du point ♎, par le point Q, la droite ♎Q, qui donnera ſur la Meridienne EF, le point 12 du ♑. Si par le point Q, l'on tire à la ligne LI, la parallele QN, & par le point N, où cette ligne QN coupe la Meridienne, la ligne ♑N♑ perpendiculaire à la même Meridienne, on aura ſur l'Horizon E♈F♎, les deux points ♑, ♑, par leſquels & par le point 12, on décrira l'arc de Cercle ♑12♑ qui repreſentera le Tropique du ♑.

C'eſt de la même façon que l'on repreſentera les Paralleles des autres Signes, & le Cadran ſera achevé, où l'on connoîtra les heures comme dans le precedent, ou bien en élevant au point I un ſtile bien droit d'une longueur volontaire, & en tournant le point E directement vers le Soleil, & alors l'ombre de ce ſtile mon-

Planche 39. 113. Fig. montrera sur le Signe courant du Soleil l'heure qu'on cherche, ou bien encore en cette sorte.

Décrivez sur la même Meridienne EF, un Cadran Horizontal ordinaire, dont le centre soit par exemple R, où vous ajoûterez un Axe qui s'appuye sur le stile droit élevé en I, & tournez le Plan du Cadran, en sorte que l'ombre de l'Axe montre dans son Cadran la même heure que l'ombre du Stile dans le sien, & alors cette heure sera celle qu'on cherche.

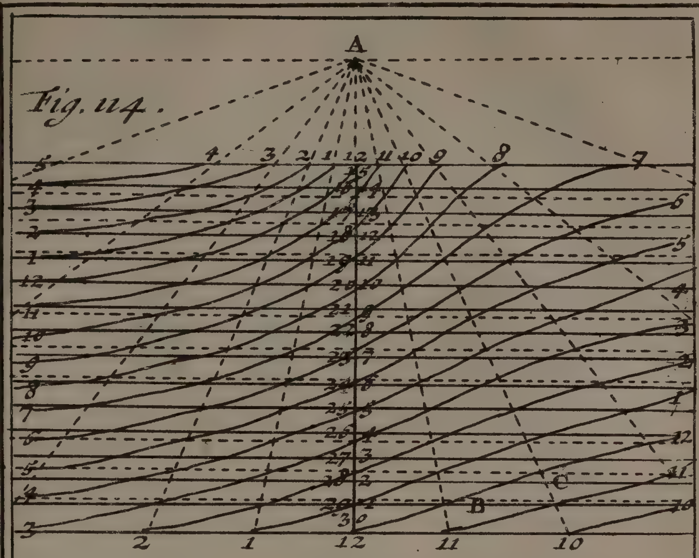
PROBLEME XIX.

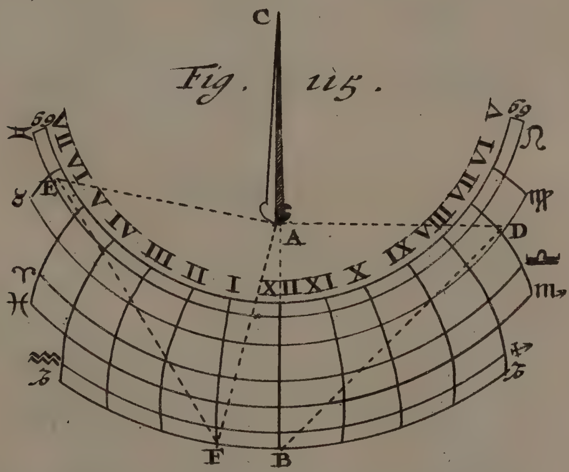
Décrire un Cadran à la Lune.

Quoi que nous ayons déja parlé de ce Cadran, & du suivant, & encore des precedens dans nôtre Traité de Gnomonique, qui fait la seconde partie du cinquiéme & dernier Volume de nôtre Cours de Mathematique; neanmoins comme ces Cadrans m'ont semblé curieux & agreables, j'ai crû que je devois les ajoûter ici, pour ceux qui se contenteront d'avoir ce Traité de Recreations Mathematiques & Physiques.

Planche 40. 114. Fig. Pour décrire un Cadran à la Lune sur quelque Plan que ce soit, par exemple sur un Plan Horizontal, tracez sur ce Plan un Cadran Horizontal au Soleil pour la Latitude du Lieu où vous serez, comme nous avons enseigné au *Probl.* 2. & tirez à volonté les deux lignes 57, 39, paralleles entre elles, & perpendiculaires à la Meridienne A12, dont la premiere 57 étant prise pour le jour de la Pleine-Lune, la deuxiéme 39 representera le jour de la Nouvelle Lune; où les heures Lunaires conviennent avec les Solaires, ce qui fait que les points horaires marquez sur ces deux paralleles par les Lignes horaires, qui partent du centre du Cadran A, sont communs au Soleil, & à la Lune.

Cette preparation étant faite, divisez l'espace terminé par les deux lignes paralleles 39, 57, en douze parties égales, & tirez à ces deux mêmes lignes par les points de division autant de lignes paralleles, qui representeront les jours de la Lune, ausquels elle s'éloigne successivement par son mouvement propre vers Orient d'une heure, ausquels par consequent elle se leve plus tard d'une heure chaque jour, de sorte que la premiere parallele 4, 10, sera le jour auquel la Lune se leve d'une heure plus tard que le Soleil, auquel cas le point B par exemple de 11 heures à la Lune sera le point de Midi au Soleil: & la suivante 5, 11, representera le jour auquel la Lune se leve deux heures plus tard que le Soleil, auquel cas le point C par exemple de


Fig. 114.
A
B
C
2
1
12
11
10


Fig. 115.
C
A
D
E
F
B
69
69
VII VI V IV III II I XII XI X IX VIII VII VI

de 10 heures à la Lune, ſera le point de Midi au Soleil, & ainſi des autres. Planche 40. 114. Fig.

Il eſt évident que ſi l'on joint les points 12, B, C, & tous les autres qui appartiendront à Midi, & que l'on peut trouver par un raiſonnement ſemblable au precedent, par une Ligne courbe, cette Ligne courbe ſera la Ligne Meridienne Lunaire. C'eſt de la même façon que l'on tracera les autres Lignes horaires à la Lune, & il ne faut que regarder la Figure pour le comprendre.

Parce que la Lune employe environ quinze jours depuis ſa conjonction avec le Soleil juſqu'à ſon oppoſition, c'eſt-à-dire, depuis qu'elle eſt nouvelle juſqu'à ce qu'elle ſoit pleine, ou diametralement oppoſée au Soleil, en ſorte qu'elle ſe leve quand le Soleil ſe couche, on effacera toutes les paralleles precedentes, excepté les deux premieres 57, 39, & au lieu de diviſer leur intervalle en douze parties égales, on le diviſera en quinze, pour tirer par les points de diviſion d'autres paralleles qui repreſenteront les Jours de la Lune, auſquels par conſequent on ajoûtera les chifres convenables, comme nous avons ici fait le long de la Ligne Meridienne, par le moyen deſquels on connoîtra de nuit l'heure du Soleil aux Rayons de la Lune, en cette ſorte.

Appliquez au centre du Cadran A, un Axe, c'eſt-à-dire, une Verge qui faſſe à ce centre A, avec la Souſtilaire A12, un Angle égal à l'Elevation du Pole ſur le Plan du Cadran, qui eſt la même que la Hauteur du Pole ſur l'Horizon dans un Cadran Horizontal, & alors cet Axe montrera par ſon ombre ſur le jour courant de la Lune l'heure qu'on cherche.

Remarque.

Parce que la Lune par ſon mouvement propre s'éloigne du Soleil à chaque jour d'environ trois quarts-d'heure vers l'Orient, ce qui fait qu'à chaque jour elle ſe leve de trois quarts-d'heure plus tard que le jour precedent, il eſt évident qu'en ſçachant l'âge de la Lune on peut par le moyen d'un ſimple Cadran au Soleil, connoître l'heure de nuit aux Rayons de la Lune, ſçavoir en ajoûtant à l'heure que la Lune marquera ſur ce Cadran, autant de fois trois quarts-d'heure que la Lune aura de jours. L'âge de la Lune ſe trouvera, comme nous enſeignerons dans la Coſmographie.

PRO-

PROBLEME XX.

Décrire un Cadran par Reflexion.

ON peut décrire ſur une Muraille obſcure, ou bien ſur une voute un Cadran, où l'on puiſſe connoître les heures par reflexion, en cette ſorte. Décrivez un Cadran ſur un Plan Horizontal qui puiſſe être éclairé des Rayons du Soleil, par exemple ſur une fenêtre, en ſorte que le centre du Cadran regarde directement le Septentrion, & que les Lignes horaires ayent une ſituation contraire à celle qu'on leur donne dans les Cadrans Horizontaux ordinaires : & ce Cadran étant ainſi conſtruit, avec ſon petit ſtile droit, appliquez un filet ſur quelque point que ce ſoit de chaque Ligne horaire, & l'étendez fermement juſqu'à ce que paſſant par le bout du ſtile, il rencontre la Muraille ou la Voute en un point qui appartiendra à l'heure ſur laquelle le filet aura été appliqué. C'eſt ainſi qu'on trouvera autant d'autres points qu'on voudra de chaque Ligne horaire, qu'on joindra par une ligne droite ou courbe, & le Cadran ſera achevé, où l'on connoîtra les heures par Reflexion, en appliquant au bout du Stile du Cadran Horizontal une petite piece de Miroir plat, qui doit être poſée bien horizontalement, ce qui ſe fera d'autant plus facilement, ſi au lieu d'un Miroir plat, on met de l'eau qui ſe met naturellement dans une ſituation horizontale, outre que cette eau par ſon mouvement fera mieux diſtinguer la reflexion ſur la Muraille ou ſur le plancher où l'on a tracé le Cadran, lors que la lumiere du Soleil eſt foible.

PROBLEME XXI.

Décrire un Cadran par Refraction.

ON peut décrire trés-facilement un Cadran Horizontal par Refraction dans le fond d'un Vaſe rempli d'eau, par le moyen de la Table des Verticaux du Soleil, que vous avez dans la page 197. de la Table des Hauteurs du Soleil, qu'on trouve dans la page 183. & de la Table ſuivante, dont la premiere colonne vers la gauche contient les Angles d'inclinaiſon des Rayons du Soleil, c'eſt-à-dire,
les

les degrez du complement de la hauteur du Soleil ſur l'Hori-

Table des Angles briſez dans l'eau, pour tous les degrez des Angles d'inclinaiſon.

A	D. M.	A	D. M.	A	D.M.
1	0. 46	31	23. 38	61	42. 52
2	1. 33	32	24. 21	62	43. 23
3	2. 20	33	25. 4	63	43. 53
4	3. 7	34	25. 47	64	44. 21
5	3. 54	35	26. 30	65	44 50
6	4. 40	36	27. 13	66	45. 17
7	5. 27	37	27. 55	67	45. 44
8	6. 13	38	28. 37	68	46. 10
9	7. 0	39	29. 19	69	46. 34
10	7. 46	40	30. 0	70	46. 58
11	8. 30	41	30. 41	71	47 21
12	9. 18	42	31. 22	72	47. 43
13	10. 4	43	32. 2	73	48. 3
14	10. 50	44	32. 42	74	48. 23
15	11. 36	45	33. 22	75	48. 43
16	12. 22	46	34. 2	76	49. 1
17	13. 9	47	34. 41	77	49. 17
18	13. 55	48	35. 19	78	49. 33
19	14. 40	49	35. 57	79	49. 47
20	15. 25	50	36. 35	80	50. 0
21	16. 11	51	37. 12	81	50. 12
22	16. 57	52	37. 47	82	50. 23
23	17. 42	53	38. 24	83	50. 32
24	18. 27	54	39. 0	84	50. 41
25	19. 12	55	39. 35	85	50. 48
26	19. 56	56	40. 9	86	50. 54
27	20. 40	57	40 43	87	50. 58
28	21. 25	58	41. 17	88	51. 1
29	22. 10	59	41. 49	89	51. 3
30	22. 54	60	42. 21	90	0. 0

zon, ou de la diſtance du Soleil au Zenit, auſquels il répond
dans

dans la ſeconde colonne vers la droite les degrez & les minutes des Angles briſez qui ſe font dans l'eau, c'eſt-à-dire, la diminution des Angles d'inclinaiſon, qui ſe fait dans l'eau, lors que le Soleil eſt éloigné du Zenit d'autant de degrez, ce qui fait racourcir l'ombre du ſtile qui doit être couvert d'eau, quand on veut connoître les heures aux Rayons du Soleil par le moyen de ce Cadran, dont la conſtruction ſera telle.

Planche 40. 115. Fig.

Ayant tiré par le pied du ſtile A, la Ligne Meridienne AB, vous marquerez ſur cette Meridienne AB, les points des Signes, par exemple le point du commencement de ♑, par le moyen de la Table precedente des Angles briſez, & de la Table des Hauteurs du Soleil ſur l'Horizon, en tirant à la Meridienne AB, par le pied du Stile A, la perpendiculaire AD, égale au Stile AC, & en faiſant au point D, l'Angle ADB de la diſtance briſée au Zenit, qui au commencement du ♑ ſe trouve à Midi d'environ 48 degrez, par la ligne DB, qui donnera ſur la Meridienne AB, le point B de ♑. Ainſi des autres.

Pour trouver la diſtance briſée du Soleil au Zenit, on regardera premierement la Table des Hauteurs du Soleil, où l'on connoît que le Soleil étant au commencement de ♑, eſt à Midi élevé ſur l'Horizon de 17. 29′. & que par conſequent il eſt éloigné du Zenit de 72. 31′. qui ſont le reſte de la Hauteur Meridienne à 90 degrez : & conſiderant cette diſtance comme un Angle d'inclinaiſon, l'on connoîtra par la Table des Angles briſez que cet Angle d'inclinaiſon ſe change en un Angle d'environ 48 degrez pour la diſtance briſée du Soleil au Zenit.

C'eſt de la même façon que l'on trouvera par le moyen de ces deux Tables la diſtance briſée du Soleil au Zenit au commencement de quelqu'autre Signe, non ſeulement à Midi, mais encore aux autres heures du Jour, ce qui ſervira pour en trouver les points, & en même temps les points des Signes par le moyen de la Table des Verticaux du Soleil, en cette ſorte.

Pour trouver par exemple le point du commencement de ♑, & de 1 heure, auquel temps le Soleil eſt dans un Vertical éloigné du Meridien de 14. 19′. faites au pied du ſtile A, avec la Meridienne A B, l'Angle B A F de 14. 19′. par la ligne AF, qui repreſentera le Vertical du Soleil : & ayant tiré à cette ligne AF, par le même pied du ſtile A, la perpendiculaire AE, égale au ſtile AC, faites au point E l'Angle AEF égal à la diſtance briſée du Soleil au Zenit, qui ſe trouvera de 48. 18′. pour avoir en F ſur le Vertical A F, le point de 1 heure & du ♑.

On trouvera de la même façon les autres points des Signes, & des autres heures, & si l'on joint ceux qui appartiendront à une même heure par une ligne courbe, & pareillement ceux qui appartiendront à un même Signe par une ligne courbe, le Cadran sera achevé, où l'on connoîtra les heures par Refraction, lors que tout le stile AC sera couvert d'eau, & que le pied de ce stile A sera tourné directement vers le Midi, en sorte que le point B regarde le Septentrion : & le bout de l'ombre du stile AC montrera en même temps le Signe du Soleil. Planche 40. 115. Fig.



PRO-



PROBLÉMES DE COSMOGRAPHIE.

LA Cosmographie, selon son étymologie, c'est la description du Monde, c'est-à-dire, du Ciel & de la Terre. Elle se divise en *Generale*, qui considere generalement tout l'Univers, & qui recherche & fournit plusieurs manieres de le décrire & representer selon les divers sentimens des Philosophes & des Mathematiciens: & en *Particuliere*, qui est proprement ce qu'on appelle *Geographie*, parce qu'elle represente en détail chaque partie du Monde, & particulierement la Terre, tant par les Globes que par les Planispheres & Mappemondes. Je ne prétens pas traiter ici en particulier de ces deux Parties, mais seulement de vous donner quelques Problémes utiles & agreables qui en dépendent.

PROBLEME I.

Trouver en tout temps & en tout lieu les quatre Parties Cardinales du Monde, sans voir le Soleil, ni les Etoiles, ni sans se servir de la Boussole.

LEs quatre Parties Cardinales du Monde, qui sont l'Orient, l'Occident, le Midi, & le Septentrion, se peuvent aisément connoître par le moyen de la Boussole, dont l'aiguille qui est aimantée, tourne toûjours une de ses deux pointes vers le Midi, & l'autre vers le Septentrion, ce qui suffit pour pouvoir connoître l'Orient & l'Occident, parce que l'Orient est à la droite, & l'Occident à la gauche de celui qui regarde le Septentrion.

On peut aussi trés-facilement connoître le Septentrion la nuit aux Etoiles en regardant l'Etoile Polaire qui n'est éloignée du Pole Arctique que d'environ deux degrez: & les Astronomes marquent de jour la Ligne Meridienne sur un Plan Horizontal,

zontal, par le moyen de deux points d'ombre, marquez devant & aprés Midi ſur la circonference d'un Cercle décrit de la pointe du ſtile, dont l'ombre a ſervi par ſon extrémité à marquer ſur cette circonference deux points également éloignez du Midi.

Mais ſans toutes ces choſes on peut en tout temps & en tout lieu marquer la Ligne Meridienne, en cette ſorte.

Ayant mis de l'eau dans un Vaſe, comme dans un plat, ou dans un baſſin, mettez tout doucement dans cette eau, lors qu'elle ſera bien tranquille, une aiguille de fer, ou d'acier, ſemblable à celle dont les Tailleurs & les Femmes ſe ſervent ordinairement pour coudre; ſi cette aiguille eſt ſeche, & qu'on la mette tout de ſon long ſur la Surface de l'eau, elle ne s'enfoncera point, & aprés avoir fait pluſieurs tours, à la fin elle s'arrêtera, & elle demeurera dans le Plan du Cercle Meridien, de ſorte qu'elle repreſentera la Ligne Meridienne, dont une extrémité repreſentera par conſequent le Midi, & l'autre le Septentrion: mais ſans voir le Soleil, ou les Etoiles, on ne peut pas aiſément connoître laquelle de ces deux extrémitez regarde le Midi, ou le Septentrion.

Le Pere Kircher donne un moyen facile pour connoître le Midi & le Septentrion. Il veut que l'on coupe horizontalement le tronc d'un arbre bien droit, qui ſoit au milieu d'une Plaine ſans le voiſinage d'aucune hauteur, ni d'aucune muraille, qui l'ait pû tenir de ce côté à l'abri du vent, ou des Rayons du Soleil; & alors on verra dans la Section de ce tronc pluſieurs lignes courbes autour de la ſeve, qui ſeront plus ſerrées d'un côté que de l'autre: & il dit que le Septentrion ſera du côté où ces lignes courbes ſeront plus ſerrées, peut-être parce que le froid qui vient du Septentrion reſſerre, & que le chaud qui vient du Midi élargit & rarefie les humeurs & la matiere, dont ſe forment ces lignes courbes, qui, à ce que dit le même Auteur, ſont comme des circonferences de Cercles concentriques dans l'Ebene & dans le bois de Breſil.

PROBLEME II.

Trouver la Longitude d'un Lieu propoſé de la Terre.

On appelle *Longitude* d'un Lieu de la Terre, la diſtance de ſon Meridien au Premier Meridien qui paſſe par l'Iſle de Fer la plus Occidentale des Canaries. Cette diſtance ſe compte ſur l'Equateur de l'Occident à l'Orient; à l'imitation du Mouvement en Longitude des Planetes qui ſe fait auſſi de l'Occident à l'Orient, & qui ſe compte ſur le Déferent de chaque Planete, qu'on appelle *Excentrique*, parce qu'on le ſuppoſe excen-

excentrique à la Terre, pour expliquer l'*Apogée*, qui est le lieu où la Planete se trouve la plus éloignée de la Terre, & le *Perigée*, où la Planette se trouvant, elle est la plus proche de la Terre qu'elle puisse être.

On void dans les *Mappemondes*, ou Cartes generales, les degrez de Longitude marquez sur l'Equateur de 10 degrez en 10 degrez, depuis le Premier Meridien vers l'Orient tout le long de la Terre jusqu'à 360 degrez: de sorte que le Premier Meridien est le 360. Meridien, ayant ainsi plû aux Geographes de compter les Longitudes terrestres, comme il a plû de la même façon aux Astronomes de compter les Longitudes celestes dans l'Ecliptique, depuis la *Section Vernale*, c'est-à-dire, depuis le commencement de la Constellation du Belier ; où l'Equateur & l'Ecliptique s'entre-coupent, à l'égard des Etoiles fixes.

Il est évident que ceux qui sont situez sous un même Meridien, ont une même Longitude: & que tous ceux qui sont sous le Premier Meridien, n'ont aucune Longitude : & qu'enfin ceux qui sont plus Orientaux ont des Longitudes differentes, c'est-à-dire, qu'ils sont sous des Meridiens differens, & alors la distance d'un Meridien à l'autre s'appelle *Difference des Longitudes*, qui fait connoître de combien de temps il est plûtôt Midi en un Lieu qu'à l'autre qui est plus Occidental ; étant certain qu'il sera d'une heure plûtôt Midi au plus Oriental qu'à l'autre, lors que la difference des Longitudes sera de 15 degrez, c'est-à-dire, quand ce Lieu sera plus Oriental que l'autre de 15 degrez, parce que 15 degrez de l'Equateur font une heure, puis que 360 degrez font 24 heures, qui est une circonvolution entiere du Premier Mobile.

Ainsi l'on void que pour connoître la Longitude d'un Lieu de la Terre, il ne faut que sçavoir l'heure que l'on compte en ce Lieu lors qu'on en compte une certaine en un autre Lieu situé sous le Premier Meridien: car si l'on convertit cette difference des heures en degrez, en prenant 15 degrez pour une heure, 1 degré pour 4 Minutes de temps, & 1 Minute de degrez pour 4 secondes de temps, on aura la Longitude du Lieu proposé. Pour connoître cette difference des heures, on se servira de quelque Signe visible dans le Ciel, qui se puisse remarquer en même temps par deux Mathematiciens, dont l'un soit sous le Premier Meridien, & l'autre au Lieu dont on cherche la Longitude. Les Anciens se sont servi des Eclipses de Lune, & l'on se sert à present des Eclipses du premier Satellite de Jupiter, qui arrivent plus souvent, & dont les Immersions, ou Emersions se peuvent connoître plus facilement par le moyen des Lunettes à longue-vûë.

Quand on a une fois connu la Longitude d'un Lieu de la Terre, on n'a plus que faire du Premier Meridien pour connoître la Longitude de quelque autre lieu que ce soit, parce qu'il suffit de

de connoître de combien ce Lieu eſt plus Oriental, ou plus Occidental que le premier, ce qui ſe peut connoître, comme nous avons dit: mais il ne ſera pas neceſſaire de deux Mathematiciens, un ſeul pouvant connoître la Longitude du Lieu où il ſera, en obſervant en ce Lieu l'heure de l'immerſion ou de l'émerſion du Satellite, & en comparant cette heure avec celle du Lieu, dont on connoît la Longitude, parce que par les Tables de Monſieur Caſſini, qu'il a ſupputées par le Meridien de Paris, dont je ſuppoſe que la Longitude eſt connuë, l'on peut ſçavoir à quelle heure doit arriver à Paris cette immerſion, ou émerſion, qui eſt l'entrée du Satellite dans l'ombre de Jupiter en ceſſant de paroître, ou la ſortie du Satellite hors de l'ombre de Jupiter, en commençant à reparoître.

Remarque.

On void par ce qui a été dit, la verité de ce Paradoxe, ſçavoir que *Qualibet horâ eſt omnis hora*, c'eſt-à-dire, qu'en tout temps il eſt toute heure, ce qui ſe doit entendre des Lieux de la Terre, qui ſont ſous des Meridiens differens, étant certain que quand il eſt Midi par exemple à Paris, il eſt une heure aprés Midi à Vienne en Autriche, & dans tous les autres Lieux qui ſont plus Orientaux que Paris de 15 degrez: & qu'il eſt deux heures aprés Midi à Conſtantinople, & dans tous les autres Lieux qui ſont plus Orientaux que Paris de 30 degrez. Ainſi des autres.

D'où il ſuit que de deux Voyageurs, dont l'un va vers l'Occident en ſuivant le cours du Soleil, & l'autre vers l'Orient en allant contre le cours du Soleil, le premier doit avoir les Jours plus longs que le ſecond, de ſorte qu'au bout d'un certain temps, le ſecond qui va vers l'Orient comptera plus de jours que le premier qui va vers l'Occident. Ce qui fait dire que de deux Jumeaux qui en voyageant l'un vers l'Orient & l'autre vers l'Occident, meurent en même temps, le premier a vécu plus de jours que l'autre.

Comme l'on diviſe la Latitude en Septentrionale & en Meridionale, en l'étendant juſqu'à 90 degrez vers les deux Poles deçà & delà depuis l'Equateur; on auroit auſſi pû diviſer la Longitude en Orientale & en Occidentale, en ne l'étendant que juſqu'à 180 degrez de part & d'autre depuis le Premier Meridien; ce qui ſeroit trés-commode pour nous faire connoître que quand il eſt par exemple Midi ſous le Premier Meridien, il n'eſt que 8 heures du Matin en l'Iſle de Cuba, dont la Longitude Occidentale eſt de 60 degrez.

PROBLEME III.

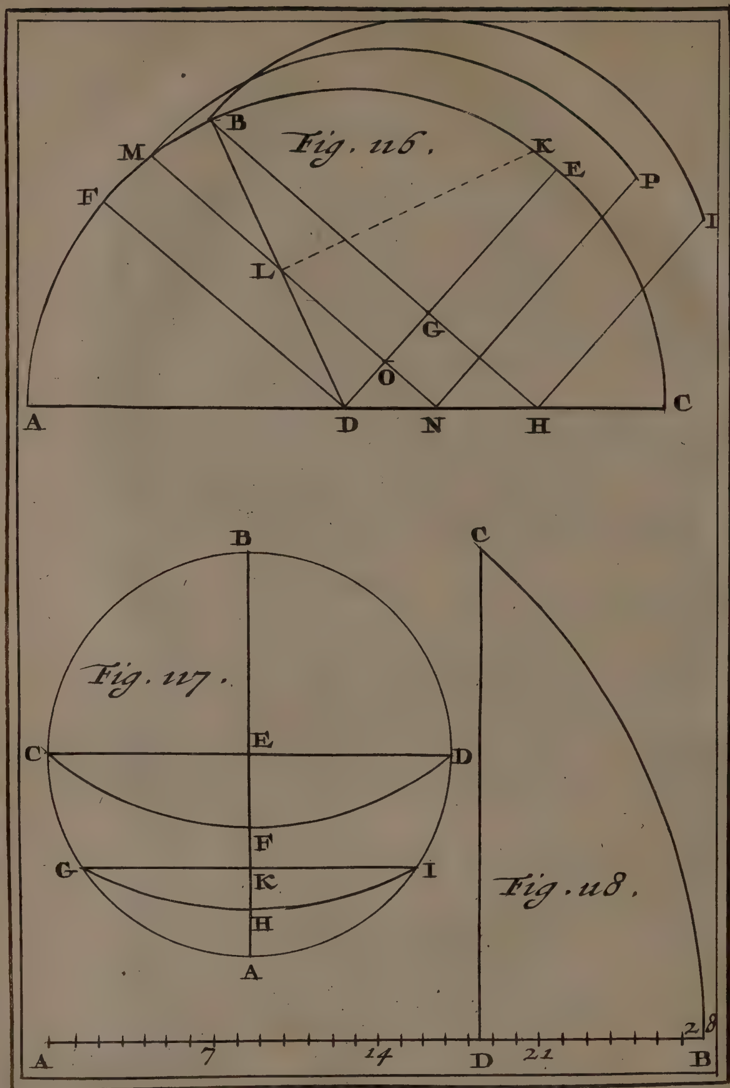
Trouver la Latitude d'un Lieu proposé de la Terre.

ON appelle *Latitude* à l'égard d'un Lieu de la Terre, la distance de ce Lieu à l'Equateur, qui est mesurée par l'arc du Meridien de ce Lieu entre son Zenit & l'Equateur. Cet arc est toûjours égal à l'Elevation du Pole, qui est l'arc du même Meridien entre le Pole & l'Horizon, ce qui fait que l'on confond ordinairement la Latitude avec l'Elevation du Pole: de sorte que ceux qui n'ont point de Latitude, c'est-à-dire, qui sont sous l'Equateur, n'ont aussi aucune Elevation du Pole, ayant les deux Poles du Monde à l'Horizon.

La Latitude d'un Lieu de la Terre se peut connoître de Jour à Midi par le moyen de la hauteur Meridienne du Soleil & de sa Déclinaison, & de nuit en tout temps par le moyen de la hauteur Meridienne de quelque Etoile fixe & de sa Déclinaison, & aussi sans sa Déclinaison, lors que l'Etoile ne se couche point, & que la nuit est plus longue que de douze heures, comme vous allez voir.

Pour trouver premierement la Latitude de quelque Lieu de la Terre que ce soit, par le moyen de la hauteur Meridienne du Soleil, on ajoûtera à cette hauteur Meridienne la Déclinaison du Soleil, si cette Déclinaison est Meridionale, ce qui arrivera depuis l'Equinoxe d'Automne jusqu'à l'Equinoxe du Printemps: ou bien on ôtera de la hauteur Meridienne la Déclinaison, si cette Déclinaison est Septentrionale, ce qui arrivera depuis l'Equinoxe du Printemps jusqu'à l'Equinoxe d'Automne; car ainsi on aura la hauteur de l'Equateur, laquelle étant ôtée de 90 degrez, le reste sera la Latitude qu'on cherche.

On travaillera de la même façon la nuit aux Etoiles qui seront vers le Midi, & à celles qui seront vers le Septentrion sans se coucher, comme il arrive à celles qui sont proche du Pole élevé sur l'Horizon, on prendra d'abord que la nuit sera venuë la hauteur Meridienne d'une semblable Etoile, & le matin douze heures aprés la hauteur Meridienne de la même Etoile; car ainsi en ajoûtant ensemble ces deux hauteurs trouvées, la moitié de la somme donnera la hauteur du Pole sur l'Horizon.


Fig. 116.
A
B
C
D
E
F
G
H
I
K
L
M
N
O
P
Fig. 117.
A
B
C
D
E
F
G
H
I
K
Fig. 118.
C
A
7
14
D
21
28
B

PROBLEME IV.

Connoître la quantité du plus grand Jour d'Eté en un Lieu proposé de la Terre, dont on connoît la Latitude.

POur connoître par exemple à Paris, où le Pole est élevé sur l'Horizon d'environ 49 degrez, le plus grand Jour d'Eté qui est de même longueur que la plus grande Nuit d'Hiver ; décrivez à volonté du centre D, le Demi-cercle ABC, & y prenez d'un côté l'arc CE de l'Elevation du Pole sur l'Horizon, qui a été ici supposé de 49 degrez, & de l'autre côté AF du complement de l'Elevation du Pole, qui dans cette supposition est de 41 degrez, & tirez du centre D, par les points E, F, les lignes DE, DF, dont la premiere DE representera le Cercle de six heures, & la seconde DF l'Equateur, en prenant le Cercle ABC pour le Meridien du Lieu proposé, & le Diametre AC pour l'Horizon, selon les regles de la Projection Orthographique de la Sphere. Planche 41. 116. Fig.

Aprés cela, prenez l'arc FB de la plus grande Déclinaison du Soleil, qui est d'environ 23 degrez & demi, & ayant tiré par le point B, à la ligne DF, la ligne BH, qui coupe ici le Cercle de six heures au point G, & l'Horizon au point H, décrivez du point G, comme centre, par le point B, l'arc de Cercle BI, qui se trouve terminé en I, par la ligne HI parallele à la ligne DE, ou perpendiculaire à la ligne BH. Cet arc BI se trouve ici de 120 degrez, ou de 8 heures, en prenant 1 heure pour 15 degrez, dont le double fait connoître qu'à Paris, & en tout autre Lieu, où le Pole est élevé sur l'Horizon de 49 degrez, le plus grand Jour d'Eté, ou la plus grande Nuit d'Hiver est de 16 heures.

L'arc BI étant de 120 degrez, ou de 8 heures, fait connoître que le Soleil se couche au plus grand Jour d'Eté, ou se leve au plus court Jour d'Hiver à 8 heures, & que par consequent il se leve au plus grand jour d'Eté, ou se couche au plus court jour d'Hiver à 4 heures, ce qui arrive lors que le Soleil est dans le Tropique d'Eté, ou dans le Tropique d'Hiver : & l'on pourra de la même façon trouver l'heure du Lever & du Coucher du Soleil, lors qu'il est dans quelqu'autre Signe du Zodiaque, par exemple, au commencement de ♉ & de ♍, pourvû que l'on sçache décrire le Parallele de ce Signe, ce qui se fera en cette sorte.

Ayant tiré du centre D, qui represente le point de l'Orient & de l'Occident Equinoxial, par le point B, qui represente le Point Solstitial de ♋, ou de ♑, la ligne DB, qui representera par consequent un quart de l'Ecliptique : & ayant pris sur

Planche 41. 116. Fig.
le Meridien, ou sur le Colure des Solstices ABC, l'arc BK de 60 degrez, telle qu'est la distance du Signe proposé au commencement de ♋, que le point B represente, parce que l'on suppose que le Colure des Solstices convient avec le Meridien; tirez du point K, la ligne KL perpendiculaire à la ligne DB, & par le point L, à la ligne DF, la parallele MN, qui representera le Parallele de ♉, & coupera l'Horizon AC au point N, & l'Axe du Monde DE au point O, duquel comme centre, vous décrirez par le point M, l'arc MP, qui se trouvera terminé en P, par la ligne NP parallele à la ligne DE, ou perpendiculaire à la ligne MN, & cet arc NP étant reduit en heures, lors qu'on en aura connu les degrez & les minutes, donnera l'heure qu'on cherche.

Remarque.

L'arc FM est la Déclinaison du Signe proposé, dont la distance au plus proche Equinoxe est supposée de 30 degrez : l'arc DN est l'Amplitude Orientale, ou Occidentale du même Signe, à l'égard de l'Horizon AC, que nous avons supposé oblique de 49 degrez : & l'arc ON est la difference Ascensionnelle, qui montre de combien le Soleil étant au Signe proposé se leve ou se couche devant ou aprés six heures sur le même Horizon. Ces arcs se peuvent connoître Geometriquement dans la Figure, mais on les peut connoître beaucoup plus exactement par la Trigonometrie, en cette sorte.

Pour connoître premierement l'arc FM, en supposant l'arc FB, ou l'Angle FDB, c'est-à-dire, l'obliquité de l'Ecliptique de 23. 30′. On fera cette Analogie, où nous nous sommes servi des Logarithmes qui sont trés-commodes dans la Trigonometrie Spherique,

Comme le Sinus Total,	100000000
Au Sinus de la distance du Signe proposé au plus proche Equinoxe	96989700
Ainsi le Sinus de l'obliquité de l'Ecliptique	96006997
Au Sinus de la Déclinaison qu'on cherche	92996697

qui se trouvera de 11 degrez, & d'environ 30 minutes.

Pour l'*Amplitude* DN, on se servira de la Déclinaison trouvée, pour faire l'Analogie suivante,

Comme

Comme le Sinus du complement de la Hauteur du Pole,	98169429
Au Sinus de la Déclinaison trouvée	92996697
Ainsi le Sinus Total	100000000
Au Sinus de l'Amplitude qu'on cherche	94827268

qui se trouvera de 17 degrez, & d'environ 41 minutes.

Pour *trouver la Difference Ascensionnelle NO*, on se servira pareillement de la Déclinaison trouvée, pour faire cette Analogie,

Comme le Sinus Total	100000000
A la Tangente de la Déclinaison trouvée	93084626
Ainsi la Tangente de l'Elevation du Pole,	100608369
Au Sinus de la difference Ascensionnelle	93692995

qui se trouvera de 13 degrez & 32 minutes, qui étant reduits en temps, en disant, si 15 degrez donnent 1 heure, ou 60 minutes, combien donneront 13. 32′. ou 812′. on connoîtra que le Soleil étant au commencement de ♉, ou de ♍, se couche à 6 heures & 54 minutes, & que par consequent il se leve à 5 heures & 6 minutes, &c.

PROBLEME V.

Trouver le Climat d'un Lieu proposé de la Terre, dont la Latiude est connuë.

On appelle *Climat* un espace de la Terre, qui est fait en Zone, ou comme une ceinture, parce qu'il est terminé par deux Cercles paralleles entre eux & à l'Equateur, dans lequel espace depuis le Parallele qui est plus proche de l'Equateur, jusqu'à l'autre qui est plus proche du Pole, le plus grand Jour d'Eté varie, c'est à dire, croît ou decroît d'une demie-heure.

Comme les Climats se comptent vers l'un des deux Poles du Monde; en commençant depuis l'Equateur, sous lequel en tout temps le Jour est de douze heures, & la Nuit d'autant: & que ceux qui sont éloignez de l'Equateur, ont le plus grand Jour d'Eté plus long de douze heures, & d'autant plus long que plus ils en sont éloignez; il s'ensuit que la fin du premier Climat est là où le plus grand Jour d'Eté est de douze heures & demie, la fin du second là où le plus grand Jour d'Eté est de treize heures, & ainsi ensuite, jusqu'à la fin du 24. Climat, où

 le

le plus grand Jour d'Eté est de 24 heures, ce qui arrive sous le Cercle Polaire Arctique, ou Antarctique, où l'Elevation du Pole est de 66. 30'. au delà duquel on ne sçauroit plus compter de Climats, parce que pour peu qu'on s'en éloigne en s'avançant vers le Pole le plus proche, le plus grand Jour d'Eté croîtra de plus que d'une demie-heure: ce qui a fait ajoûter aux Modernes six autres Climats depuis le Cercle Polaire jusqu'au Pole, en faisant croître le plus grand Jour d'Eté d'un Mois entier.

Ainsi pour sçavoir en quel Climat est situé un Lieu proposé de la Terre, dont on connoît la Latitude, il n'y a qu'à chercher par le Probléme precedent, la quantité du plus grand Jour d'Eté, & en ôter toûjours douze heures: car le double du reste fera connoître le nombre du Climat qu'on cherche. Ainsi ayant connu qu'à Paris, où le Pole est élevé sur l'Horizon d'environ 49 degrez, le plus grand Jour d'Eté est de 16 heures, si l'on en ôte 12, il restera 4, dont le double 8 fait connoître que Paris est dans le huitiéme Climat. Ainsi des autres.

Remarque.

Comme les Longitudes font connoître les Païs les plus Orientaux, ou les plus Occidentaux, & les Latitudes les Païs les plus Meridionaux, ou les plus Septentrionaux: de même les Climats font connoître les Païs où les Jours sont plus longs ou plus courts. Or par la connoissance du Climat, on peut aisément trouver le plus long Jour d'Eté, par une operation contraire à la precedente, sçavoir en ajoûtant 12 à la moitié du nombre du Climat: car la somme donnera la quantité du plus long Jour d'Eté. Ainsi en sçachant que Paris est dans le huitiéme Climat, en ajoûtant 4 moitié de 8, à 12, la somme 16 fait connoître qu'à Paris le plus grand Jour d'Eté est de 16 heures.

PROBLEME VI.

Trouver la valeur d'un Degré d'un grand Cercle de la Terre.

EN supposant que la Terre est ronde, & que son centre est le même que celui du Monde, un degré de l'un de ses Cercles répondra à un degré d'un semblable Cercle correspondant dans le Ciel: de sorte que si par exemple une personne parcourt un degré de la Terre sur un même Meridien Terrestre, en allant directement vers le Midi, ou vers le Septentrion, son Zenit s'éloignera aussi d'un degré dans le Ciel sous le Meridien Celeste

Celeste correspondant, & l'Elevation du Pole sur l'Horizon changera par consequent d'un degré; pareillement si une personne parcourt un degré de la Terre sur l'Equateur terrestre, en allant directement vers l'Orient, ou vers l'Occident, son Zenit s'éloignera aussi d'un degré dans le Ciel sous l'Equateur celeste, & sa Longitude changera par consequent d'un degré.

Ce changement ayant été remarqué par quantité d'experiences faites par plusieurs Astronomes en des Lieux differens de la Terre, nous pouvons conclure de là que la Terre est ronde du Midi au Septentrion, & aussi de l'Orient à l'Occident, & qu'elle est au centre du Monde, ou pour le moins au milieu des circonvolutions Celestes. On en tire aussi la maniere de trouver en lieuës, ou en quelqu'autre mesure que ce soit la quantité d'un degré d'un de ses grands Cercles qui sont tous égaux : sçavoir en choisissant sur la Terre deux Lieux situez sous un même grand Cercle, par exemple, sous un même Meridien, & dont la distance soit exactement connuë, & aussi les Latitudes; car ainsi en ôtant la plus petite de ces deux Latitudes de la plus grande, on aura l'arc de leur Meridien commun, compris entre ces deux Lieux de la Terre. Ainsi l'on sçaura qu'à un certain nombre de degrez & de minutes d'un grand Cercle de la Terre, il répond un certain nombre de lieuës, ce qui suffit pour pouvoir connoître la valeur d'un degré du même grand Cercle, & même de toute la circonference de la Terre, si on la veut connoître, en disant par la Regle de Trois directe, si à tant de degrez & de minutes, s'il y en a, il répond tant de lieuës, combien de lieuës répondront à un degré, si l'on ne veut connoître qu'un degré, ou à 360 degrez, si l'on veut connoître le contour de la Terre.

Supposons que les deux Lieux de la Terre soient Paris & Dunquerque, qui sont situez sous un même Meridien, & éloignez l'un de l'autre d'environ 62 lieuës Parisiennes de 2000 toises chacune. La Latitude de Paris est de 48. 51′. laquelle étant ôtée de celle de Dunquerque, qui est de 51. 1′. il reste 2. 10′. ou 130 minutes pour l'arc du Meridien compris entre Paris & Dunquerque. Sçachant donc qu'un arc d'un grand Cercle de la Terre de 130 minutes est de 62 lieuës, on sçaura de combien de lieuës doit être un degré ou 60 minutes du même Cercle, en multipliant ces 60 minutes par 62, qui est la distance de Paris à Dunquerque, & en divisant le produit 3720 par 130, qui est le nombre des minutes de l'arc du Meridien commun à ces deux Villes, & le Quotient donnera environ 28 lieuës Parisiennes pour la valeur d'un degré d'un grand Cercle de la Terre.

J'ai dit environ, parce que Messieurs de l'Academie Royale des Sciences ont trouvé qu'un degré de la Terre vaut 57060 toises des mesures du Châtelet de Paris, lesquelles 57060 toises

ſont un peu plus que 28 lieuës Pariſiennes de 2000 toiſes chacune, comme l'on connoît en diviſant 57060 par 2000, car le quotient eſt 28, & il reſte encore 1060 à diviſer par 2000, ce qui fait environ une demie-lieuë.

La Toiſe du Châtelet de Paris ſe diviſe en 6 Pieds, & ſi l'on diviſe ce Pied en 1440 parties, le Pied Rheinlandique, ou de Leyde en comprendra 1390, le Pied de Londres 1350, le Pied de Boulogne 1686, & la Braſſe de Florence 2580.

PROBLEME VII.

Connoître la Circonference, le Diametre, la Surface, & la Solidité de la Terre.

QUoi qu'on ne puiſſe pas meſurer actuellement la circonference de la Terre, à cauſe des hautes Montagnes, & des vaſtes Mers, qu'on ne ſçauroit parcourir en ligne droite; on peut neanmoins aiſément le déterminer par les regles de l'Aſtronomie, & enſuite ſon Diametre, ſa Surface, & ſa Solidité par les principes de la Geometrie: comme vous allez voir.

Premierement, pour connoître la Circonference de la Terre, ayant trouvé par le Probléme precedent, qu'un degré de cette circonference eſt de 28 lieuës Pariſiennes, ſi l'on multiplie ces 28 lieuës par 360, c'eſt à dire, par le nombre des degrez du contour de la Terre, le produit donnera 10080 lieuës Pariſiennes pour la circonference de la Terre.

Secondement, pour trouver le Diametre de la Terre, ou la diſtance qu'il y a d'ici à nos Antipodes, on conſiderera que le Diametre d'un Cercle étant à ſa circonference, comme 100 à 314, ou comme 50 à 157, & que la circonference de la Terre ayant été trouvée de 10080 lieuës Pariſiennes, il n'y a qu'à multiplier ces 10080 lieuës par 50, & diviſer le produit 504000 par 157, & le quotient donnera 3210 lieuës pour le Diametre de la Terre.

Troiſiémement, pour trouver en lieuës quarrées la Surface de la Terre, il n'y a qu'à multiplier ſa circonference, qui a été trouvée de 10080 lieuës, par ſon Diametre, que nous avons trouvé de 3210 lieuës, & le produit donnera 32356800 lieuës quarrées pour la Surface de la Terre.

Enfin, pour trouver en lieuës cubiques la Solidité de la Terre, il n'y a qu'à multiplier ſa Surface qui a été trouvée de 32356800 lieuës quarrées par la ſixiéme partie 535 de ſon Diametre, qui a été trouvé de 3210 lieuës, & le produit donnera

nera 17310888000 lieuës cubiques pour la Solidité de la Terre.

Parce que dans le Diametre de la Terre nous avons negligé les fractions, cela nous a donné sa Surface un peu imparfaite, & sa Solidité encore plus imparfaite. Si vous voulez trouver plus exactement cette Surface & cette Solidité, sans se servir du Diametre de la Terre, mais seulement de sa circonference qui a été trouvée precisément de 10080 lieuës Parisiennes, faites ainsi.

Pour trouver en premier lieu la Surface de la Terre, dont le contour a été trouvé de 10080 lieuës, multipliez ce contour 10080 par lui-même, pour avoir son quarré 101606400, qu'il faudra multiplier toûjours par 50, & diviser le produit 5080320000 toûjours par 157; & le quotient donnera 32356814 lieuës quarrées pour la Surface de la Terre.

Pour trouver maintenant la Solidité de la Terre, dont le contour a été trouvé de 10080 lieuës, multipliez ce contour 10080 par lui-même, pour avoir son quarré 101606400, qu'il faudra multiplier encore par le même contour 10080, pour avoir son cube 1024192512000, lequel étant multiplié toûjours par 1250, & le produit 1280240640000000 étant divisé toûjours par 73947, le quotient donnera 17312949004 lieuës cubiques pour la Solidité de la Terre.

COROLLAIRE I.

De ce que la circonference de la Terre est de 10080 lieuës Parisiennes, on conclud aisément, que si la Terre se meut autour de son Axe d'Occident en Orient, en sorte que dans l'espace de 24 heures elle acheve une circonvolution, un Lieu de la Terre situé sous l'Equateur qui est un grand Cercle, doit parcourir en une heure 420 lieuës par le mouvement de la Terre, parce que divisant son contour 10080 par 24, le quotient est 420: & qu'en une minute de temps il doit faire sept lieuës, comme l'on connoît en divisant 420 par 60, &c.

COROLLAIRE II.

De ce que le Diametre de la Terre est de 3210 lieuës, on conclud que son Demi-diametre, ou la distance qu'il y a de sa Surface à son Centre, est de 1605 lieuës, comme l'on connoît en prenant la moitié de 3210. D'où il est aisé de tirer cette consequence, que si l'on pouvoit faire un puits profond jusqu'au centre de la Terre, la profondeur de ce puits devroit être de 1605 lieuës, ou de 3210000 toises, comme l'on connoît en multipliant 1605, qui est le Demi-diametre de la Terre, par

2000,

2000, qui eſt le nombre des toiſes d'une lieuë Pariſienne, comme vous avez vû au *Probl. 6.*

COROLLAIRE III.

Parce qu'un Puits, dont le fond ſeroit au centre de la Terre, devroit avoir 3210000 toiſes de profondeur, on peut trouver par là le temps que devroit employer une pierre, ou quelqu'autre corps qui ſeroit jetté de la Surface de la Terre dans ce Puits, que je ſuppoſe vuide, pour aller juſqu'au fond, ſi l'on ſçait une fois par quelque experience bien faite, le temps que ce corps peſant a employé à parcourir un eſpace connu en tombant librement dans l'air.

Suppoſons qu'en une minute de temps un corps peſant ſoit décendu de 100 toiſes; pour trouver le temps qu'il doit employer à décendre dans le même milieu de 3210000 toiſes, multipliez ce nombre 3210000 par le quarré 1 du temps, c'eſt-à-dire, de 1 minute, & diviſez le produit 3210000 par 100, qui eſt l'eſpace parcouru pendant une minute, le quotient ſera 32100, dont la Racine quarrée donnera 179 minutes, qui ſont preſque 3 heures, pour le temps que le même corps peſant doit employer à décendre juſqu'au centre de la Terre.

Remarque.

Nous remarquerons ici en paſſant, que ſi ce Puits étoit continué juſqu'aux Antipodes, en ſorte que la Terre fût percée à jour, le corps peſant qui ſeroit jetté depuis la Surface de la Terre dans ce Puits, ne s'arrêteroit pas tout court au centre de la Terre, quoi que ce ſoit le lieu le plus bas : car étant parvenu au centre de la Terre par un mouvement fort acceleré, cela le feroit éloigner du centre de la Terre, & remonter vers les Antipodes par un mouvement qui ſe diminueroit peu à peu, & ſe détruiroit entierement proche de la Surface de la Terre vers les Antipodes, ce qui le feroit retomber & revenir au delà du centre de la Terre vers nous; de ſorte que pendant quelque temps, en faiſant abſtraction de la reſiſtance de l'air, ce corps peſant continuëroit à aller & à revenir par pluſieurs Vibrations qui ſeroient à peu prés d'une égale durée, quoi que plus petites toûjours de plus en plus, juſqu'à ce qu'enfin le Mobile s'arrêteroit au centre de la Terre.

Tout ce que nous avons dit touchant les meſures de la Terre, ſuppoſe qu'elle eſt parfaitement ronde, quoi qu'elle ne le ſoit pas en parlant à la rigueur, à cauſe de la hauteur des Montagnes, qui n'eſt conſiderable qu'à l'égard de nous, car à l'égard de la Terre c'eſt peu de choſe, comme vous voyez dans la Table ſuivante que nous avons tirée du P. Kircher, & qui montre

en Pas geometriques la hauteur des plus considerables Montagnes du Monde, autant qu'on en a pû juger par la longueur de leurs ombres.

Pelion Montagne de la Thessalie	1250
Le Mont Olympe en Thessalie	1269
Catalyrium	1680
Cyllenon	1875
Le Mont Ætna, ou Mont Gibel en Sicile	4000
Les Montagnes de Norvege	6000
Le Pic des Canaries	10000
Hemus Montagne de la Thrace	10000
Le Mont Caucase dans les Indes	15000
Le Mont Atlas dans la Mauritanie	15000
Les Montagnes de la Lune	15000
Le Mont Athos entre la Macedoine & la Thrace	20000
Stolp le plus haut des Monts Riphées en la Scythie	25000
Cassius	28000

PROBLEME VIII.

Connoître la quantité d'un Degré d'un petit Cercle proposé de la Terre.

Ayant connu *par le Probl. 6.* la valeur d'un degré d'un grand Cercle de la Terre, il sera facile de connoître la quantité d'un degré d'un petit Cercle, par exemple, d'un Cercle parallele à l'Equateur, qu'on appelle simplement *Parallele*, pourvû que sa distance à l'Equateur soit connuë, ce qui sert aux Geographes pour la description des Cartes Chorographiques, & pour trouver la distance de deux Lieux de la Terre, situez sous un même Parallele, c'est-à-dire, également éloignez de l'Equateur.

Comme si l'on veut sçavoir la valeur d'un degré du Parallele de Paris, qui est éloigné de l'Equateur d'environ 49 degrez, en supposant que la quantité d'un degré de l'Equateur est de 28 lieuës, tirez à part la ligne AB d'une longueur volontaire, que vous prendrez pour un degré de l'Equateur, & la divisez en 28 parties égales, dont chacune representera une lieuë. Décrivez de l'extrémité A, par l'autre extrémité B, l'arc de Cercle BC de 49 degrez, & tirez du point C, la ligne CD perpendiculaire à la ligne AB: & comme cette ligne CD retranche de la ligne AB, la partie AD d'environ 18 parties, on conclura qu'un degré d'un Parallele éloigné de l'Equateur de 49 degrez, est de 18 lieuës Parisiennes. Planche 41. 118. Fig.

Cette

Cette valeur se peut connoître plus exactement & plus facilement par la Trigonometrie, en raisonnant de la sorte.

Planche 41. 117. Fig. Soit l'Axe du Monde AB, en sorte que A & B, soient les deux Poles, & ACBD l'un des deux Colures. Soit l'Equateur CFD, & le Parallele de Paris GHI, dont le Diametre GI est perpendiculaire à l'Axe AB, & dont la distance CG, ou DI, à l'Equateur est supposée de 49 degrez, auquel cas le complement AG, ou AI sera de 41 degrez.

Il est évident qu'à l'égard du Sinus Total CE, le Demi-diametre GK est le Sinus de l'arc AG, ou du complement de la distance du Parallele. Il est évident aussi que le Demi-diametre CE de l'Equateur, ou le Sinus Total, est à sa circonference, comme le Demi-Diametre GK du Parallele, ou le Sinus du complement de la distance de ce Parallele, est à sa circonference:& que par consequent le Sinus Total est à un degré de l'Equateur, comme le Sinus du complement de la distance du Parallele est à un degré de ce Parallele; & parce qu'un degré de l'Equateur est connu, ayant été trouvé de 28 lieuës Parisiennes, on pourra connoître de combien de semblables lieuës est un degré du Parallele proposé par cette Analogie,

Comme le Sinus Total,	100000
A un degré de l'Equateur	28
Ainsi le Sinus du complement de la distance du Parallele à l'Equateur	65606
A un degré de ce Parallele	18

qui se trouvera d'environ 28 lieuës Parisiennes.

Ayant ainsi connu la quantité d'un degré du Parallele de Paris, on pourra connoître si l'on veut, la circonference entiere de ce Parallele, en multipliant par 360 sa quantité trouvée 18, ou plus exactement par cette Analogie,

Comme le Sinus Total,	100000
A la circonference de la Terre	10080
Ainsi le Sinus du complement de la distance du Parallele à l'Equateur	65606
A la circonference du Parallele	6613

qui se trouvera d'environ 6613 lieuës Parisiennes: ce qui fait connoître, que si la Terre se meut, la Ville de Paris, ou quelqu'autre point que ce soit de son Parallele, fait en 24 heures 6613 lieuës d'Occident en Orient, & par consequent 275 lieuës en une heure, & environ 4 lieuës & demie en une minute de temps.

PRO-

PROBLEME IX.

Trouver la distance de deux Lieux proposez de la Terre, dont on connoît les Longitudes & les Latitudes.

IL peut arriver trois cas differens, parce que les deux Lieux proposez peuvent être sous un même Parallele, ayant une même Latitude, & la Longitude differente : ou bien sous un même Meridien, ayant une même Longitude, & une Latitude differente : ou bien encore ils peuvent être sous des divers Paralleles, & sous des Meridiens differens, ayant par consequent des Longitudes & des Latitudes differentes. Nous allons resoudre ces trois cas les uns aprés les autres, en cette sorte.

Premierement, si les deux Lieux proposez sont sous un même Parallele, comme Cologne & Maëstrick, qui sont sous un Parallele éloigné de l'Equateur vers le Septentrion de 50. 50'. Parce que Cologne est plus Oriental que Maëstrick de 6 minutes de temps, qui valent 1. 30'. de l'Equateur, ou du Parallele, sous lequel ces deux Villes sont situées, comme l'on connoît en disant, si 1 heure, ou 60 minutes valent 15 degrez, combien vaudront 6 minutes ? de sorte que l'arc de ce Parallele compris entre Cologne & Maëstrick est de 1. 30'. qui dans l'Equateur valent 42 lieuës Parisiennes, à raison de 28 lieuës pour un degré, comme l'on connoît en disant, si 1 degré ou 60 minutes valent 28 lieuës, combien vaudront 1. 30'. ou 90 minutes ? & pour sçavoir de combien de semblables lieuës doit être cet arc dans un Parallele éloigné de l'Equateur de 50. 50'. ou la distance des deux Lieux proposez, on se servira de cette Analogie,

Comme le Sinus Total,	100000
A la valeur de 1. 30'. de l'Equateur	42
Ainsi le Sinus du complement de la distance du Parallele à l'Equateur	63158
A la distance qu'on cherche	$26\frac{1}{2}$

qui se trouvera d'environ 26 lieuës Parisiennes & demie.

Secondement, si les deux Lieux proposez sont sous un même Meridien, comme Paris, dont la Latitude est de 48. 51'. & Amiens, dont la Latitude est de 49. 54'. Otez de cette Latitude 49. 54'. la Latitude de Paris 48. 51'. qui est plus petite, pour avoir au reste 1. 3'. l'arc du Meridien, compris entre Paris

ris & Amiens, que l'on convertira en lieuës par la Regle de Trois, en disant, si un degré, ou 60 minutes d'un grand Cercle de la Terre vaut 28 lieuës Parisiennes, combien vaudra 1. 3'. ou 63 minutes? Multipliant donc 63 par 28, & divisant par 60 le produit 1764, le quotient donnera environ 29 lieuës Parisiennes pour la distance de Paris à Amiens.

Enfin, si les deux Lieux proposez sont differens en Longitude & en Latitude, comme Paris & Constantinople qui est plus Oriental que Paris de 29. 30'. & plus Meridional de 7. 45'. on imaginera un grand Cercle qui passe par ces deux Villes, & l'on trouvera l'arc de ce grand Cercle, compris entre ces deux mêmes Villes, en cette sorte.

Planche 42. 119. Fig. Soit le premier Meridien ABCD, & l'Equateur CD également éloigné des deux Poles A, C. Soit le Meridien de Paris AEC, & son Parallele GHI, en sorte que Paris soit en H. Soit encore le Meridien de Constantinople AFC, & son Parallele KLM, en sorte que Constantinople soit en L. Soit enfin l'arc HL du grand Cercle NHLO, qui passe par les deux Lieux proposez H, L.

Cet arc HL se pourra connoître par la Trigonometrie dans le Triangle Spherique obliquangle HCL, dans lequel on connoît le côté HC de 41. 9'. complement de la Latitude EH de Paris, qui est de 48. 51'. le côté CL de 48. 54'. complement de la Latitude FL de Constantinople, qui est de 41. 6'. & l'angle compris HCL, ou la difference des Longitudes BCE, BCF, des deux Lieux proposez H, L, qui est de 29. 30'.

Pour donc trouver le côté ou la distance HL premierement en degrez & en minutes, tirez de l'Angle H, l'arc de grand Cercle HP perpendiculaire au côté opposé CL, & faites ces deux Analogies,

Comme le Sinus Total,	100000000
Au Sinus du complement de l'Angle HCL	99396968
Ainsi la Tangente du côté HC	99414585
A la Tangente du Segment CP.	98811553

qui se trouvera de 37. 25'. & qui étant ici ôtée de la base CL, ou de 48. 54'. il restera 11. 29'. pour l'autre Segment LP.

Comme le Sinus du complement du Segment CP	98999506
Au Sinus du complement du Segment LP	99912184
Ainsi le Sinus du complement du côté HC	9876789
Au Sinus du complement du côté HL	99680567

qui se trouvera de 21. 42'. qui étant reduits en lieuës Parisiennes par la Regle de Trois, en disant, si un degré, ou 60 minutes d'un grand Cercle de la Terre vaut 28 lieuës Parisiennes, combien

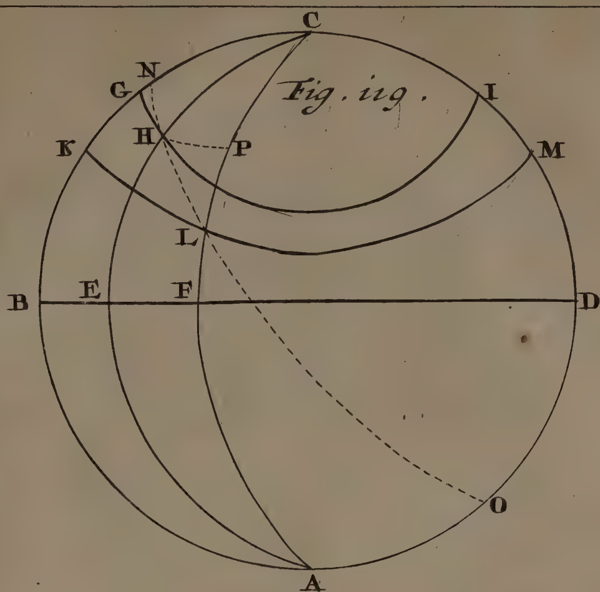


Fig. 119.

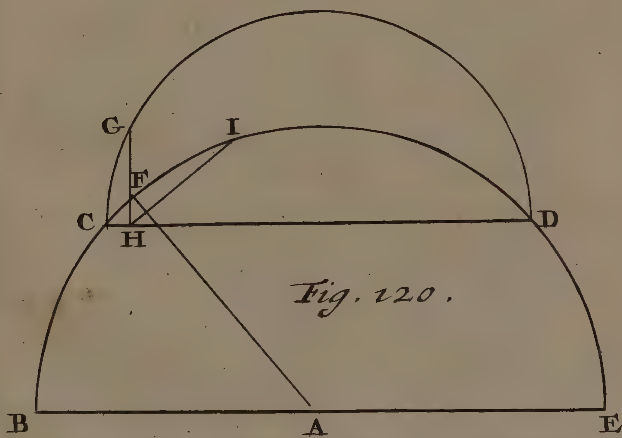


Fig. 120.

bien vaudront 21. 42′. ou 1302 minutes? on trouvera 607 lieuës Parisiennes pour la distance de Paris à Constantinople.

Remarque.

Lors que les deux Lieux proposez sont éloignez entre eux d'une distance considerable, comme dans cet exemple, on pourra sans aucun calcul trouver presque aussi exactement cette distance en degrez & en minutes d'un grand Cercle de la Terre, par la Projection Orthographique de la Sphere, comme vous allez voir.

Décrivez du centre A, avec une ouverture volontaire du Compas le Demi cercle BCDE, que vous prendrez pour le Meridien de Paris. Prenez sur ce Demi-cercle l'arc BF de 48. 51′. telle qu'est la Latitude de Paris, pour avoir le lieu de Paris en F, par où vous tirerez du centre A, le Rayon AF. Planche 42. 120. Fig.

Prenez sur le même Demi-cercle les arcs BC, ED, chacun de 41. 6′. telle qu'est la Latitude de Constantinople, & tirez la ligne CD, qui representera le Parallele de Constantinople, sur lequel vous determinerez le lieu de Constantinople, en cette sorte.

Ayant décrit autour du Diametre CD le Demi-cercle CGD, prenez sur sa circonference l'arc CG de 29. 30′. telle qu'est la difference des Longitudes de Paris & de Constantinople, & tirez du point G la ligne GH perpendiculaire au Diametre CD, pour avoir en H le lieu de Constantinople, d'où l'on tirera la ligne HI perpendiculaire à la ligne AF, & l'arc FI étant mesuré, donnera en degrez & en minutes la distance qu'on cherche, qui se trouvera d'environ 22 degrez, comme auparavant.

Nous avons pris la Latitude BC de Constantinople dans le même Hemisphere que la Latitude BF de Paris à l'égard de la ligne BE, qui represente l'Equateur, c'est à dire, depuis l'Equateur BE vers le lieu de Paris F, parce que les Latitudes de ces deux Villes sont Septentrionales: car si l'une avoit été Meridionale, comme celle de Pernambouc dans le Bresil, Region considerable de l'Amerique Meridionale, laquelle Latitude est de 7. 40′. il auroit fallu prendre l'arc BC de 7. 40′. vers l'autre côté, & achever le reste comme nous avons dit, en sorte que l'arc CG soit de 44. 15′. telle qu'est la Difference des Latitudes de Paris & de Pernambouc: & parce que l'arc FI se trouve d'environ 70 degrez, si l'on reduit ces 70 degrez en lieuës, en les multipliant par 28, on aura 1960 lieuës Parisiennes pour la distance de Paris à Pernambouc. Planche 43. 121. Fig.

Lors que la distance des deux Lieux proposez ne sera pas beaucoup considerable, comme celle de Lion à Geneve, qui est

Planche 43. 121. Fig. est plus Septentrional que Lyon de 36 minutes ; parce que la Latitude de Lyon est de 45. 46′. & que celle de Geneve est de 46. 22′. & qui est plus Oriental que Lyon de 6 minutes de temps, qui valent 1. 30′. de l'Equateur ; la Methode precedente, quoi que bonne en elle-même, ne pourra pas bien réüssir, & dans ce cas, on pourra se servir de la suivante qui n'est pas geometrique, mais qui dans une petite distance ne manquera pas sensiblement.

122. Fig. Ayant tiré la ligne AB divisée en autant de parties égales & de telle grandeur qu'il vous plaira, qui representeront des lieuës, tirez-lui la perpendiculaire AC de 17 lieuës prises sur l'Echelle AB, telle qu'est la difference des Latitudes, que nous avons trouvée de 36 minutes, qui étant reduites en lieuës, en donnant 28 lieuës Parisiennes à un degré d'un grand Cercle de la Terre, font environ 17 lieuës.

Aprés cela ajoûtez ensemble les Latitudes des deux Lieux proposez, sçavoir 45. 46′. & 46. 22′. & prenez la moitié de leur somme 92. 8′. pour avoir une Latitude moyenne 46. 4′. à l'égard de laquelle vous trouverez *par le Probl.* 8. la quantité d'un arc de 1. 30′. telle qu'est la difference des Longitudes des deux Villes proposées. Cette quantité se trouvera d'environ 29 lieuës Parisiennes, c'est pourquoi vous tirerez par le point C, parallelement à la ligne AB, la droite CD de 29 parties prises sur l'Echelle AB, & vous porterez sur la même Echelle AB, la longueur de la ligne AD, qui se trouvant ici d'environ 34 parties fait connoître que de Lyon à Geneve il y a en ligne droite environ 34 lieuës Parisiennes.

Parce que le Triangle ACD est rectangle en C, & que le côté AC est de 17 parties, & l'autre côté CD de 19, on peut trouver par le calcul l'hypotenuse AD, ou la distance qu'on cherche, en ajoûtant ensemble le quarré 289 du côté AC, & le quarré 841 du côté CD, & en prenant la Racine quarrée de la somme 1130, qui donnera presque 34 lieuës Parisiennes pour la ligne AD, qui represente la distance des deux Lieux proposez, car le point A étant pris pour le Lieu de Lyon, le point D peut être pris pour le lieu de Geneve, & la ligne AD pour l'arc du grand Cercle qui passe par ces deux Villes, parce que la ligne AC represente la difference de leurs Latitudes, ou la distance de leurs Paralleles, & la ligne CD la difference moyenne de leurs Longitudes, ou la distance moyenne de leurs Meridiens, &c.

PRO-

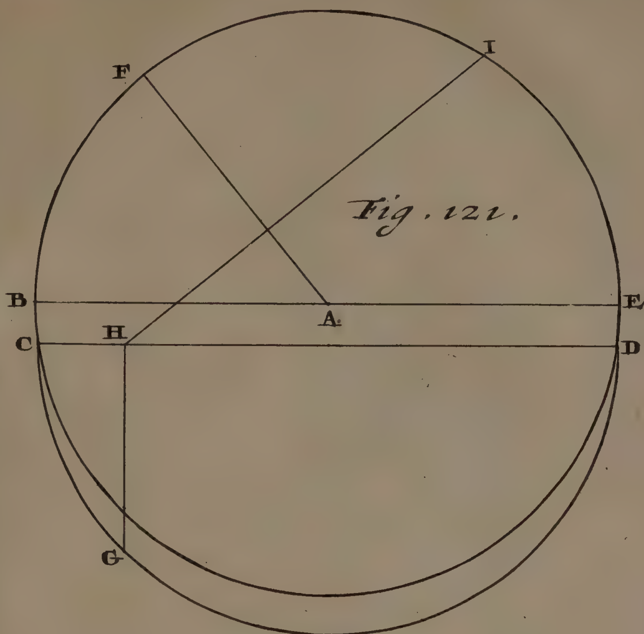


Fig. 121.

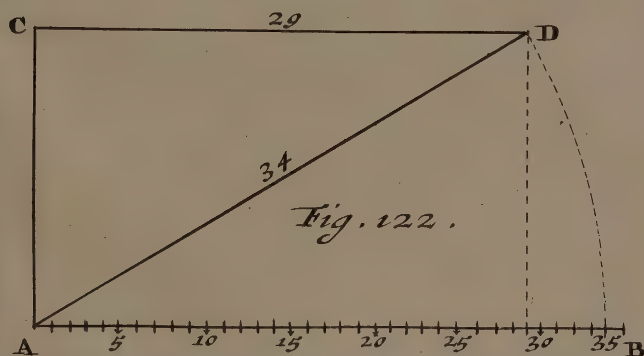
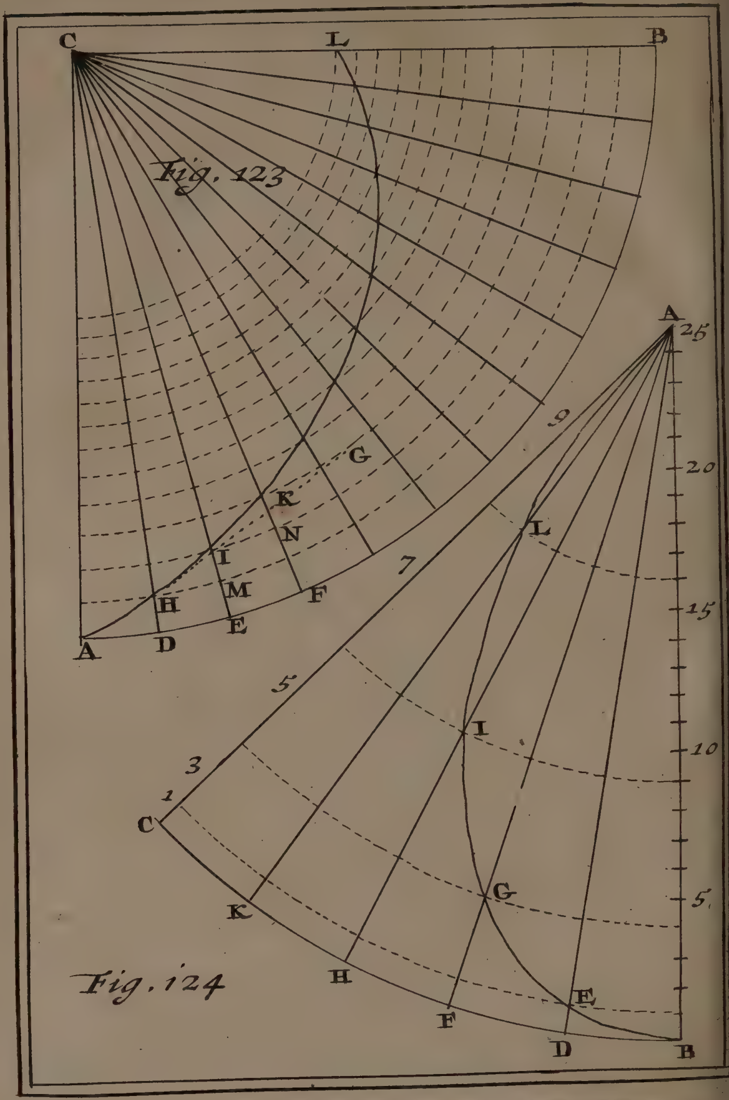


Fig. 122.


C
L
B
Fig. 123
G
K
N
I
M
H
E
F
A
D
9
7
5
3
1
A
25
20
15
10
5.
L
I
G
E
C
K
H
F
D
B
Fig. 124

PROBLEME X.

Décrire la ligne courbe que feroit un Vaisseau sur la Mer en faisant sa route par un même Rumb marqué dans la Boussole.

SUpposons que l'arc AB, dont le centre est C, soit un quart de la circonference de l'Equateur Terrestre, en sorte que le centre C soit la representation de l'un des deux Poles du Monde, & que toutes les lignes droites tirées de ce centre C, par les divisions de l'arc AB, comme CD, CE, CF, &c. representent autant de Meridiens. Planche 44. Fig. 123.

Supposons encore qu'un Navire parte du point A de l'Equateur, dont le Meridien est AC, pour aller en G, par le Rumb ou Vent AH, qui fasse avec le Meridien AC, un angle CAH, par exemple de 60 degrez, qu'on appelle *Inclinaison de la Loxodromie*. Il est évident que si le Vaisseau a toûjours le Cap au même Rumb, c'est-à-dire, qu'étant en H sous le Meridien AD, il continuë son chemin par le Rumb ou Vertical HI incliné au Meridien AD du même angle de 60 degrez, en sorte que l'angle CHI soit aussi de 60 degrez; les trois points A, H, I, ne sont pas en ligne droite. Pareillement si le même Navire continuë sa route depuis I, où il a la ligne AE pour Meridien, en K, par le Rumb IK, qui fait avec le Meridien CE, l'Angle CIK aussi de 60 degrez, les trois points H, I, K, ne feront pas une ligne droite, & ainsi ensuite jusqu'en L sur le dernier Meridien CB.

D'où il est aisé de conclure, que la ligne AHIKL, que le Vaisseau a décrit en suivant le même Vent, & qu'on appelle *Ligne Loxodromique*, ou simplement *Loxodromie*, est une ligne courbe qui s'écarte continuellement du lieu G, où l'on s'étoit proposé d'aller, & qui imite la figure d'une ligne Spirale, qui, comme vous voyez, se va toûjours approchant du Pole C.

Remarque.

Si l'on divise la Ligne Loxodromique AKL en plusieurs parties égales si petites qu'elles puissent passer pour des lignes droites, comme AH, HI, IK, &c. & que par les points de division H, I, K, &c. l'on fasse passer autant de Paralleles, ou Cercles de Latitude; tous ces Cercles seront également éloignez entre eux, de sorte que les arcs des Meridiens DH, MI, NK, &c. seront égaux entre eux, aussi-bien que les arcs correspondans AD, HM, IN, &c. non pas en degrez, mais en lieuës, à cause

Planche 44. 123. Fig.

de l'égalité des Triangles rectilignes rectangles ADH, HMI, INK, &c.

Quand on sçait le temps qu'on a employé pendant un Vent favorable à parcourir une Loxodromie trés-petite, comme AH, en suivant un même Rumb, & qu'ainsi l'on sçait l'arc AD, qu'il est facile de reduire en lieuës, en donnant 20 lieuës à un degré : & qu'étant en H, on a *Pris Hauteur*, c'est-à-dire, qu'étant en ce Lieu on a observé la Hauteur du Pole, ou la Latitude DH, qu'il est aussi aisé de reduire en lieuës ; on pourra aisément connoître le chemin qu'on aura fait depuis A en H, en ajoûtant ensemble les quarrez des lignes AD, DH, & en prenant la Racinée quarrée de la somme.

Il est visible que la Loxodromie est une ligne droite lors que son Angle d'inclinaison est nul, c'est-à-dire, lors que le Vaisseau navigue Nord & Sud, ou suit le Rumb Nord & Sud marqué par la Boussole, quand l'aiguille ne décline point : parce que dans ce cas le Vaisseau avançant selon la Ligne Meridienne, doit necessairement décrire cette ligne qui est droite, puis qu'elle est la commune Section du Meridien & de l'Horizon.

Il arrivera la même chose, lors que le Navire étant sous l'Equateur celeste, ou sous quelqu'un de ses Paralleles, met le Cap à l'Est ou à l'Oüëst, c'est-à-dire, navigue directement à l'Est ou à l'Oüëst, en sorte que l'Inclinaison de la Loxodromie soit de 90 degrez, parce que dans ce cas, le Vaisseau décrit ou l'Equateur Terrestre, ou l'un de ses Paralleles qui font avec tous les Meridiens des Angles droits, ou de 90 degrez.

Enfin, il est visible, que comme nous avons déja dit, un Vaisseau qui navigue par un même Rumb oblique, en sorte que l'Inclinaison de la Loxodromie soit un angle oblique, c'est-à-dire, aigu, ou obtus, décrit sur la Surface de la Mer une ligne courbe, comme AKL, pour aller de A en G, par le Rumb oblique AH, parce que les Meridiens Terrestres CA, CD, CE, CF, &c. ne sont pas paralleles entre eux, étant certain que s'ils étoient paralleles, au lieu de décrire la ligne courbe AKL, qui fait avec ces Meridiens des Angles égaux, il décriroit la ligne droite AG, qui feroit avec ces mêmes Meridiens des angles égaux.

Cette ligne courbe AKL ressemble à celle que décriroit un corps pesant, comme une pierre, qui tomberoit de la Surface de la Terre jusqu'à son centre, s'il est vrai que la Terre se meuve autour de son Axe d'Occident en Orient : comme vous allez voir par la description de cette ligne courbe, qui est telle.

PROBLEME XI.

Representer la ligne courbe que décriroit par le mouvement de la Terre un corps pesant en tombant librement de haut en bas jusqu'au centre de la Terre.

Soit le centre de la Terre A, & une partie de sa circonference, representée par l'arc BC, que le point B ait parcouru par le mouvement de la Terre en un certain temps, en parcourant en des temps égaux les arcs égaux BD, DF, FH, HK, KC. Planche 44. Fig. 124.

Cela étant supposé, le Demi-diametre de la Terre AB prendra au premier temps la situation AD, & la pierre qui étoit en B, sera décenduë en E, lors que le point B sera parvenu en D: & lors qu'au second temps il sera parvenu en F, le Demi-diametre AB aura pris la situation AF, & la pierre sera décenduë en G; de sorte que la partie FG sera 4, lors que la partie DE sera 1, par la nature des corps pesans, qui en tombant librement de haut en bas acquierent en temps égaux des degrez égaux de vîtesse, en parcourant des espaces qui croissent comme les quarrez 1, 4, 9, 16, 25, &c. des nombres naturels 1, 2, 3, 4, 5, &c. ces espaces croissant les uns par dessus les autres, selon les nombres impairs 1, 3, 5, 7, 9, &c. c'est pourquoi lors qu'au troisiéme temps, le point D sera parvenu en H, le Demi-diametre AB aura pris la situation AH, & la pierre sera décenduë en I, de sorte que la partie HI sera 9: & lors qu'au quatriéme temps le point B sera parvenu en K, le Demi-diametre AB prendra la situation AK, & la pierre sera décenduë en L, de sorte que la partie KL sera 16: & enfin le point B étant parvenu au cinquiéme temps en C, auquel cas le Demi-Diametre AB aura pris la situation AC, la pierre sera décenduë en A, & toute la ligne CA sera 25. Ainsi la pierre en décendant continuellement, fera la ligne courbe BEGILA, laquelle par consequent vous pourrez representer en cette sorte.

Parce que la somme des cinq premiers nombres impairs 1, 3, 5, 7, 9, est le nombre quarré 25, dont la Racine quarrée est 5, parcourez sur la ligne droite AB 25 parties égales d'une grandeur volontaire, depuis B jusqu'en A, d'où comme centre, vous décrirez par le même point B, l'arc de Cercle CB aussi d'une grandeur volontaire. Divisez cet arc BC en cinq parties égales aux points D, F, H, K, par où vous tirerez au centre A les rayons ou Demi-diametres AD, AF, AH, AK, sur lesquels vous trouverez les points E, G, I, L, de la ligne courbe que vous voulez décrire, en prenant la partie DE d'une partie égale de la ligne AB, FG de quatre parties, HI de neuf parties, & KL de seize parties, &c.

PROBLEME XII.

Connoître quand une Année proposée est Bissextile.

Quoi que l'Année Solaire, ou le temps que le Soleil employe à parcourir par son mouvement propre tout le Zodiaque, soit d'environ 365 jours, 5 heures, & 49 minutes: neanmoins on ne la fait que de 365 jours, pour le moins quand elle n'est pas Bissextile, en omettant les 5 heures & les 49 minutes, qui font presque 6 heures; n'y ayant que 11 minutes à redire, afin de pouvoir commencer l'Année toûjours à une même heure; ce qui fait que chaque Année commune se trouve trop courte d'environ 6 heures, qui en quatre Années font presque un Jour, qu'on ajoûte entre le 23. & le 24. de Février de chaque quatriéme Année, laquelle à cause de cela a été appellée *Bissextile*; parce qu'à cette Année-là, qui est de 366 jours, on dit deux jours de suite le sixiéme des Calendes de Mars, afin que les Nones & les Ides se trouvent dans leurs places ordinaires.

C'est pourquoi pour sçavoir si une Année proposée est Bissextile, il en faut diviser le nombre par 4, & s'il ne reste rien de la division, cette Année sera Bissextile, ou de 366 jours, & elle ne le sera pas, c'est-à-dire, qu'elle sera seulement de 365 jours, s'il reste quelque chose aprés la division. Ainsi l'on connoît que cette Année 1693. n'est pas Bissextile, parce que divisant 1693 par 4, il reste 3, ce reste 3 faisant connoître que la troisiéme Année aprés 1693 sçavoir 1696 sera Bissextile.

Neanmoins quoi qu'en divisant par 4, les Années 1700, 1800, 1900, il ne reste rien, il ne faut pas croire pour cela que ces Années soient Bissextiles, ce qui vient de la Réformation du Calendrier, qui a été faite par le Pape Gregoire XIII. en l'Année 1582. à cause des six heures qu'on ajoûte à chaque quatriéme Année, qui sont un peu plus qu'il ne faut, l'excés étant de onze minutes, qui dans l'espace de quatre Siecles font environ trois jours de trop, que l'on recompense en ne faisant point Bissextiles les trois Années 1700, 1800, 1900, parce que l'Année 1600 a été Bissextile.

Remarque.

Cette Réformation du Calendrier au Siecle passé par le Pape Gregoire XIII. qui en l'Année 1582, fit retrancher dix jours de l'Année, qui s'étoient augmentez depuis Jules Cesar qui a institué l'Année Bissextile; a donné le nom de *Calendrier Gregorien*,

gorien, & de *Calendrier nouveau*, au Calendrier, dont l'Eglise Romaine se sert à present, & dans lequel on void les *Calendes*, qui sont les premiers jours de chaque mois, d'où il semble avoir tiré son nom, & ensuite les *Nones*, & les *Ides*, qui étoient autrefois en usage parmi les Romains.

On a au Siecle passé retranché dix jours de l'Année, par lesquels l'Equinoxe du Printemps anticipoit le 21. de Mars, car il arrivoit le 11. de ce mois, afin que cet Equinoxe qui regle le temps, auquel les Fideles doivent celebrer la Fête de Pâques, arrive toûjours le 21. de Mars, comme il arrivoit au temps du Concile de Nicée: ce qui rend à l'Année Solaire un Siege déterminé, c'est-à dire, que par cette Réformation faite au Siecle passé les Equinoxes, & les Solstices sont retenus & dans les mêmes jours & dans les mêmes mois. C'est pourquoi les Nations qui par une opiniâtreté ridicule, n'ont pas voulu recevoir cette Réformation, comptent les Equinoxes, & tous les autres temps de l'Année dix jours plus tard que nous; & si elles continuent dans cette obstination il arrivera dans la suite, qu'ils celebreront la Nativité de Nôtre Seigneur Jesus-Christ au Solstice d'Eté, & la Fête de la Saint Jean Baptiste au Solstice d'Hiver.

PROBLEME XIII.

Trouver le Nombre d'or en une Année proposée.

Nous avons dit au Probléme precedent, que l'Année Solaire est de 365 jours, & 5 heures, & 49 minutes, & nous dirons ici que l'*Année Lunaire*, ou la somme de douze revolutions de la Lune par son propre mouvement dans le Zodiaque, est de 354 jours, 8 heures, & 49 minutes, qui est, comme vous voyez plus courte que l'Année Solaire d'environ 11 jours, ce qui fait que l'Année Lunaire finit 11 jours plûtôt que l'Année Solaire, & que par consequent les Nouvelles-Lunes arrivent 11 jours plûtôt en une Année qu'en la precedente.

Ainsi vous voyez que le Soleil & la Lune ne finissent pas toûjours leurs Periodes en même temps: & ils ne repassent pas les mêmes dispositions, où ils se sont rencontrez auparavant, c'est à dire, que les Nouvelles-Lunes n'arrivent pas les mêmes mois, ni les mêmes jours d'une Année qu'elles étoient arrivées en une autre Année, si ce n'est dans l'espace d'environ 19 Années; j'ai dit environ, parce qu'il s'en manque 1 heure, 27 minutes, & 32 secondes, ce qui est peu de chose, les Nouvelles-Lunes n'anticipant que d'un jour dans l'espace d'environ 312 Années, ce qui a été l'une des causes de

de la Réformation du Calendrier, & qu'au lieu du Nombre d'or, qui eſt une periode de 19 Années, on y a mis les Epactes.

Ce nombre donc de 19 Années Solaires, au bout deſquelles le Soleil & la Lune retournent enſemble dans les mêmes points où ils étoient auparavant, eſt ce qu'on appelle *Nombre d'or*, qui a été ainſi appellé par les Atheniens qui l'ont reçû avec tant d'applaudiſſement, qu'ils le firent décrire en gros caracteres d'or au milieu de la Place publique. Il a été auſſi appellé *Cycle Lunaire*, parce que c'eſt une periode ou revolution de 19 Années Solaires qui font autant que 19 Années Lunaires, entre leſquelles il y en a douze *Communes*, ou de douze Mois Synodiques chacune, & ſept *Emboliſmiques*, c'eſt-à dire, de treize Lunes chacune, ce qui fait en tout 235 Lunaiſons, au bout deſquelles les Nouvelles-Lunes arrivent les mêmes jours des mêmes mois qu'auparavant.

Pour trouver le Nombre d'or pour une Année propoſée, par exemple, pour cette Année 1693, ajoûtez 1 au nombre 1693, & diviſez la ſomme 1694 par 19, & en negligeant le quotient vous aurez ſeulement égard au reſte qui donnera 3 pour le Nombre d'or de l'Année 1693. On ajoûte 1 au Nombre des Années, parce qu'à la premiere Année de Jeſus Chriſt on avoit 2 de Nombre d'or.

Remarque.

Il eſt évident que quand on a une fois trouvé le Nombre d'or pour une Année, l'on peut avoir par la ſeule addition le Nombre d'or pour l'Année ſuivante, ſçavoir en ajoûtant 1 à ce Nombre d'or trouvé: & par la ſeule ſouſtraction le Nombre d'or pour l'Année precedente, ſçavoir en ôtant 1 du même Nombre d'or trouvé. Ainſi ayant trouvé 3 pour le Nombre d'or de l'Année 1693. en ajoûtant 1 à ce Nombre trouvé 3, on a 4 pour le Nombre d'or de l'Année 1694, & en ôtant 1 du même Nombre trouvé 3, on a 2 pour le Nombre d'or de l'Année 1692.

Il eſt auſſi évident qu'à toutes les Années qui ont un même Nombre d'or, les Nouvelles-Lunes arrivent les mêmes jours & les mêmes mois. Ainſi parce qu'en cette Année 1693. qui a 3 pour Nombre d'or, la Lune eſt Nouvelle les Calendes du mois d'Août, c'eſt-à-dire, le premier jour de ce mois, elle ſera auſſi Nouvelle le premier jour du même mois aux Années 1712. 1731. 1750. &c. qui ont auſſi 3 pour Nombre d'or.

PRO-

PROBLEME XIV.

Trouver l'Epacte pour une Année proposée.

NOus avons dit au Probléme precedent, que l'Année Solaire surpasse l'Année Lunaire d'environ 11 jours, ce qui arrivera precisément si l'on compare l'Année Solaire commune, qu'on appelle *Année Egyptienne*, parce qu'elle n'est que de 365 jours, avec l'Année Lunaire commune, qui est de 354 jours seulement, & par consequent moindre que l'Année Solaire commune justement de 11 jours, laquelle difference de 11 jours est ce qu'on appelle *Epacte*, laquelle étant ajoûtée à l'Année Lunaire commune, qui est le temps de douze Lunaisons, ou Lunes, ou *Mois Synodiques*, dont chacun est de 29 jours & demi, on a l'Année Solaire commune.

On appelle *Mois Synodique*, le temps depuis une Nouvelle-Lune jusqu'à l'autre Nouvelle Lune, qui est, comme nous avons dit, de 29 jours & demi, ou plus rigoureusement de 29 jours, 12 heures, & 44 minutes, & qui par consequent surpasse de 2 jours & 7 heures le *Mois Periodique*, c'est-à-dire, la révolution ou periode de la Lune par son mouvement propre depuis un point du Zodiaque jusqu'au même point, laquelle Periode est de 27 jours, 5 heures, & 44 minutes, qui doit être necessairement moindre que le Mois Synodique, à cause du mouvement propre du Soleil, par lequel il fait pendant le Mois Periodique environ 27 degrez, que la Lune doit parcourir aprés être retournée au point où elle étoit conjointe avec le Soleil, pour le pouvoir atteindre, ce qu'elle ne fait que dans l'espace d'environ 2 jours & 7 heures aprés avoir achevé sa periode ou revolution dans le Zodiaque.

Avant que de vous enseigner la maniere de connoître l'Epacte, qui dans chaque Année ne commence qu'au mois de Mars, nous dirons ici que les Mois Synodiques étant chacun d'environ 29 jours & demi, on les trouve dans le Calendrier alternativement de 29 & de 30 jours, sçavoir le premier mois de 30 jours, & le second de 29: & pareillement le troisiéme mois de 30 jours, & le quatriéme de 29, & ainsi en suite. Le mois de 29 jours se nomme *Mois Cave*, & le mois de 30 jours s'appelle *Mois Plein*. Lors que l'Année est Bissextile, auquel cas le mois de Fevrier est de 29 jours, on fait en ce Mois le Mois Periodique de 30 jours.

Le premier Mois commence parmi le commun dans la Nouvelle-Lune de Janvier, qui autrefois étoit en Septembre parmi les Juifs: & l'Eglise le commence dans la *Nouvelle-Lune de Pâques*, qui est celle où la Lune se trouve Pleine aprés l'Equinoxe

du Printemps, ou le jour même de l'Equinoxe, que l'Eglise a fixé au 21. de Mars, parce que, comme nous avons déja dit ailleurs, au temps du Concile de Nicée l'Equinoxe du Printemps arrivoit à peu prés ce jour-là.

D'où il ſuit que lors que la Lune ſe trouve Pleine avant le 21 de Mars, cette Lunaiſon n'eſt pas le premier mois de l'Année, mais le dernier de l'Année precedente: & que pour être le premier, il faut que la *Pleine-Lune*, qui eſt le quatorziéme jour de la Lune, arrive ou le 21. de Mars, ou immediatement aprés le 21. Mars: & alors les Catholiques Romains celebrent Pâques le Dimanche qui ſuit immediatement aprés cette Pleine-Lune, en memoire de la glorieuſe Reſurrection de Nôtre Seigneur Jeſus-Chriſt.

D'où il ſuit encore que toutes les Lunes qui commencent depuis le 8. de Mars juſqu'au 5. d'Avril incluſivement, peuvent être Paſcales, & que par conſequent la Pâque ne ſe peut point celebrer avant le 22. de Mars, ni aprés le 25. d'Avril, & qu'ainſi Pâque peut arriver plus tard en une Année qu'en une autre de 35 jours. Elle ſe celebrera le 22. de Mars, lors que la Lune ſe trouvera Pleine le 21. de ce mois, & que ce jour eſt un Samedi, comme il eſt arrivé cette Année 1693. & elle ſe celebrera le 25. d'Avril, lors que la Lune ſe trouvera Pleine le 18. de ce mois, & que ce jour eſt un Dimanche, comme il eſt arrivé en l'Année 1666.

Pour trouver l'Epacte d'une Année propoſée, laquelle Epacte ne commence, comme nous avons déja dit, qu'au mois de Mars, trouvez par le Problême precedent le Nombre d'or qui convient à cette Année, & ayant multiplié ce nombre toûjours par 11, qui eſt la difference de l'Année Solaire & de l'Année Lunaire, diviſez le produit toûjours par 30, qui eſt le nombre des jours d'un Mois Synodique, & en negligeant le quotient de la diviſion, ayez égard au reſte qui ſera l'Epacte qu'on cherche, ſi l'Année propoſée eſt avant la Reformation du Calendrier; mais ſi elle eſt aprés la Réformation du Calendrier juſqu'à l'Année 1700, il en faut ôter toûjours 10, à cauſe des 10 jours qu'on a retranchez de l'Année dans la Réformation du Calendrier: ou bien il en faut ôter 11, ſi l'Année propoſée eſt dans le Siecle ſuivant, ſçavoir depuis l'Année 1700. juſqu'à l'Année 1800. parce que l'Année 1700. qui ſelon le Calendrier Julien devroit être Biſſextile, ne le ſera pas ſelon le Calendrier Gregorien, que nous ſuivons à preſent depuis la Réformation du Calendrier ſous Gregoire XIII. Que ſi la Souſtraction ne ſe peut pas faire, pour avoir un reſte moindre que 10, ou que 11, il le faudra augmenter de 30, afin de pouvoir ôter 10 de la ſomme pour ce Siecle, ou 11 pour le Siecle ſuivant, & le reſte ſera l'Epacte de l'Année propoſée.

Comme pour trouver l'Epacte de cette Année 1693. dont le Nombre d'or a été trouvé 3 au Probléme precedent, en multipliant

pliant ce nombre 3 par 11, & en divisant le produit 33 par 30, il reste 3, d'où il faudroit ôter 10, & comme cela ne se peut pas, on ajoûtera 30 à ce reste 3, & l'on ôtera 10 de la somme 33, pour avoir au reste 23 l'Epacte de cette Année 1693.

Pareillement pour trouver l'Epacte de l'Année 1724. dont le Nombre d'or est 15, comme l'on connoît par le Probléme precedent, en multipliant ce nombre 15 par 11, & en divisant le produit 165 par 30, il reste 15, d'où ôtant 11, au lieu de 10, il reste 4 pour l'Epacte de l'Année proposée 1724.

Remarque.

La premiere Epacte qu'on trouve sans en ôter 10 pour ce Siecle, ou 11 pour le Siecle 1700. & aussi pour le Siecle 1800, à cause de l'Equation de la Lune, s'appelle *Epacte vieille*, parce qu'elle convient aux Années avant la Réformation du Calendrier, c'est-à-dire, avant l'Année 1582.

Cette Epacte vieille se peut trouver sans la division, en cette sorte. Faites valoir 10 l'extrémité d'en haut du pouce de la main gauche, 20 la jointure du milieu, & 30, ou plûtôt 0, ou rien l'autre extrémité, ou la racine : & comptez le Nombre d'or de l'Année proposée sur le même pouce, en commençant à compter 1 à l'extrémité, 2 à la jointure, 3 à la racine, & ensuite 4 à l'extrémité, 5 à la jointure, 6 à la racine, & de même 7 à l'extrémité, 8 à la jointure, 9 à la racine, & ainsi ensuite, jusqu'à ce que vous soyez parvenu au Nombre d'or courant, auquel on n'ajoûtera rien s'il tombe à la Racine, parce que nous lui avons attribué 0, mais on lui ajoûtera 10 s'il tombe à l'extrémité, & 20 s'il tombe à la jointure, parce que nous les avons fait valoir autant ; & la somme sera l'Epacte qu'on cherche, pourvû qu'on en ôte 30 quand elle sera plus grande.

Par le même artifice l'on pourra trouver l'Epacte pour quelque Année que ce soit de ce Siecle, pourvû que l'on fasse valoir 20 l'extrémité du pouce, 10 la jointure, & 0, ou rien la Racine, & que l'on commence à compter 1 sur la Racine, 2 à la jointure, &c.

Il est évident par ce qui a été dit, que pour trouver l'Epacte d'une Année proposée, lors qu'on a celle de l'Année precedente, il n'y a qu'à ajoûter 11 à l'Epacte de cette Année precedente : & que si à cette Epacte trouvée on ajoûte pareillement 11, on aura l'Epacte de l'Année suivante, & ainsi ensuite, où l'on aura soin d'ôter toûjours 30 de la somme,

somme, lors qu'elle sera plus grande, & d'ajoûter 12 au lieu de 11, lors qu'on aura 19, ou plûtôt o pour Nombre d'or.

Ayant ainsi trouvé 23 pour l'Epacte de cette Année 1693. en ajoûtant 11 à cette Epacte 23, la somme est 34, de laquelle ôtant 30, le reste 4 est l'Epacte de l'Année 1694, à laquelle Epacte 4 si l'on ajoûte pareillement 11, on aura 15 pour l'Epacte de l'Année 1695. & ainsi ensuite.

On peut encore trouver trés-facilement l'Epacte pour une Année proposée depuis la Réformation du Calendrier jusqu'à la fin de ce Siecle, c'est-à-dire, depuis l'Année 1582. jusqu'à l'Année 1699. inclusivement, par le moyen de la Table suivante, qui est composée de deux colonnes, dont la premiere vers la gauche contient tous les Nombres d'or depuis l'unité jusqu'à 19, & la seconde vers la droite comprend autant de Nombres en continuelle proportion arithmetique, dont l'excés est 2, en commençant depuis o, qui répond au premier Nombre d'or 1, jusqu'à 36, qui répond au dernier Nombre d'or 19.

1	0
2	2
3	4
4	6
5	8
6	10
7	12
8	14
9	16
10	18
11	20
12	22
13	24
14	26
15	28
16	30
17	32
18	34
19	36

Ayant trouvé par le Probléme precedent, le nombre d'or pour l'Année proposée, par exemple 3 pour cette Année 1693. multipliez toûjours par 5 le nombre 4, qui répond à la droite dans la seconde colonne au Nombre d'or 3, qui est dans la premiere, & ajoûtez au produit 20 le même Nombre d'or 3, pour avoir en la somme 23 l'Epacte pour l'Année proposée 1693.

Il peut arriver que cette somme sera plus grande que 30, dans ce cas, il en faut ôter 30 autant de fois qu'il sera possible, & le reste sera l'Epacte qu'on cherche. Comme pour trouver l'Epacte de l'Année 1699, qui a 9 pour Nombre d'or, comme l'on connoît par le Probléme precedent, en multipliant par 5 le nombre 16, qui se trouve dans la Table precedente vis-à-vis de ce Nombre d'or 9, & ajoûtant le même Nombre d'or 9 au produit 80, on a 89, d'où ôtant deux fois 30, c'est-à-dire, 60, le reste 29 est l'Epacte qui convient à l'Année 1699.

PRO-

PROBLEME XV.

Trouver l'âge de la Lune en un jour donné d'une Année proposée.

POur trouver l'âge de la Lune, par exemple aujourd'hui 18. Avril de l'Année 1693. qui a 23 pour Epacte, comme l'on connoît par le Probléme precedent; ajoûtez à cette Epacte 23 le nombre 2 des mois inclusivement depuis le mois de Mars jusqu'au mois d'Avril, & ôtez la somme 25 de 30, ou bien de 60 si elle surpasse 30, & le reste 5 fera connoître que la Lune est Nouvelle le 5. d'Avril, ce qui suffit pour sçavoir l'âge de la Lune, car si du jour proposé 18 on ôte 5, le reste 13 est l'âge de la Lune.

Ou bien sans sçavoir le jour de la Nouvelle Lune, si vous ne voulez, ajoûtez ensemble ces trois choses, l'Epacte courante 23, le nombre 2 des mois de Mars & Avril, & le nombre 18 du jour proposé, & la somme 43 seroit l'âge de la Lune pour ce jour-là, si elle n'étoit pas plus grande que 30, dans ce cas, il en faut ôter 30, & il restera 13 pour l'âge de la Lune qu'on cherche.

Remarque.

Comme l'Epacte d'une Année ne commence qu'au mois de Mars, si l'on veut sçavoir l'âge de la Lune au jour d'un mois qui precede le mois de Mars, par exemple, le 15. de Janvier de la même Année 1693. au lieu de se servir de l'Epacte 23, on se servira de l'Epacte 12 de l'Année precedente 1692. Ajoûtant donc à cette Epacte 12 le nombre 11 des mois inclusivement depuis le mois de Mars jusqu'au mois proposé de Janvier, & de plus le nombre 15 du jour donné, & ôtant 30 de la somme 38, le reste 8 est l'âge de la Lune qu'on demande, & qui étant ôté du nombre donné 15 du jour du mois, le reste 7 fait connoître que la Lune a été Nouvelle le 7. du mois de Janvier de l'Année 1693.

Ou bien pour trouver le jour de la Nouvelle-Lune au mois de Janvier de la même Année 1693. on ajoûtera à l'Epacte 12 de l'Année precedente 1692. le nombre 11 des mois compris inclusivement entre le mois de Mars & le mois de Janvier, & l'on ôtera de 30 la somme 23, & le reste 7 fait connoître que la Lune a été Nouvelle environ le 7. de Janvier de l'Année 1693. J'ai dit environ, parce que par les Epactes on s'éloigne quelquefois d'un jour de la Nouvelle-Lune, comme il arrive dans cet exemple, parce que par les Tables Astronomiques on connoît

noît que la Lune doit avoir été Nouvelle le 6. Janvier de l'Année 1693. & que par consequent elle doit avoir été Pleine le 20. du même mois, comme l'on connoît en ajoûtant toûjours 14 au nombre trouvé 6 du jour de la Nouvelle-Lune, &c.

PROBLEME XVI.

Trouver la Lettre Dominicale, & le Cycle Solaire d'une Année proposée.

COmme l'Année commune est de 365 jours, qui font 52 semaines & un jour, & l'Année Bissextile de 366 jours, qui font 52 semaines & deux jours: & que les sept jours de la semaine, qu'on appelle *Feries*, sont representez dans le Calendrier nouveau par les sept premieres lettres de l'Alphabet A, B, C, D, E, F, G, qu'on appelle *Lettres Dominicales*, parce que chacune sert à son tour pour indiquer le Saint Dimanche; il est évident que ces Lettres reviendroient dans le même ordre de sept ans en sept ans, s'il n'étoit interrompu de quatre ans en quatre ans par le jour qu'on ajoûte à chaque Année Bissextile : ce qui fait que cet ordre ne sçauroit revenir qu'au bout de quatre fois sept Années, c'est-à-dire, de 28 ans, & c'est ce qu'on appelle *Cycle Solaire*, & aussi *Cycle de la Lettre Dominicale.*

Ainsi vous voyez que le Cycle Solaire, ou le Cycle de la Lettre Dominicale, est le nombre de 28 ans, qu'il faut aux Lettres Dominicales, pour revenir dans le même ordre qu'elles avoient été auparavant. Ce Cycle a été inventé pour pouvoir facilement connoître en toute l'Année quels sont les jours du Saint Dimanche, par la Lettre Dominicale de cette Année, qu'on peut trouver ainsi.

Pour trouver la *Lettre Dominicale* pour une Année proposée depuis Jesus-Christ, selon le Calendrier nouveau, ajoûtez au nombre de l'Année proposée, sa quatriéme partie, ou sa plus prochainement moindre, si ce nombre ne se peut exactement diviser par 4, & ayant ôté 5 de la somme, pour ce Siecle 1600, 6 pour le Siecle suivant 1700, 7 pour le Siecle 1800, & 8 pour les Siecles 1900, 2000, parce que les Années 1700. 1800. 1900. ne seront point Bissextiles : & pareillement 9 pour le Siecle 2100, 10 pour le Siecle 2200, & 11 pour les Siecles 2300, & 2400, parce que les trois Années 2100. 2200. 2300. ne seront point Bissextiles, & ainsi en suite; divisez le reste toûjours par 7, & sans avoir égard au quotient, le reste de la division vous fera connoître la Lettre Dominicale qu'on cherche, en la comptant depuis la derniere G vers la premiere A: de sorte que s'il ne reste rien, la Lettre Dominicale sera A; s'il reste 1, la Lettre Dominicale

minicale sera G ; s'il reste 2, la Lettre Dominicale sera F, & ainsi des autres, en vous souvenant qu'outre cette Lettre Dominicale, qui servira jusqu'à la Fête de Saint Mathias, on doit encore prendre sa precedente, qui servira aprés la Fête de Saint Mathias, lors que l'Année est Bissextile.

Ainsi pour trouver la Lettre Dominicale de cette Année 1693. ajoûtez à ce nombre 1693 sa quatriéme partie 423, & aprés avoir ôté 5 de la somme 2116, divisez le reste 2111 par 7, & sans avoir égard au quotient 301, le reste 4 vous fait connoître qu'en cette Année 1693. nous avons la quatriéme Lettre Dominicale : sçavoir D, en commençant à compter depuis la derniere Lettre G, par un ordre retrograde. Voyez la Table qui est sur la fin du *Probl.* 19. & qui vous servira pour trouver avec facilité la Lettre Dominicale pour quelque Année que ce soit depuis Jesus-Christ sans aucun calcul.

Pour trouver le *Cycle Solaire* d'une Année proposée, comme de l'Année presente 1693. ajoûtez toûjours 9 à ce nombre d'Années 1693, & divisez la somme 1702 par 28 : & sans avoir égard au quotient 60, le reste de la division vous fera connoître que le Cycle Solaire pour cette Année 1693. est 22.

Remarque.

Il est évident que quand on a une fois connu le nombre du Cycle Solaire pour une Année depuis Jesus-Christ, on a en ajoûtant 1 à ce nombre, le Cycle Solaire de l'Année suivante, & qu'en ôtant 1 du même nombre, on a le Cycle Solaire de l'Année precedente. Ainsi ayant trouvé 22 pour le Cycle Solaire de cette Année 1693. en ajoûtant 1 à 22, on a 23 pour le Cycle Solaire de l'Année suivante 1694. & en ôtant 1 du même nombre 22, on a 21 pour le Cycle Solaire de l'Année precedente 1692.

Il est évident aussi que quand on a une fois la Lettre Dominicale d'une Année depuis Jesus-Christ, on a facilement la Lettre Dominicale pour l'Année suivante, ou pour la precedente : sçavoir en prenant pour cette Lettre Dominicale la Lettre qui suit dans l'ordre de l'Alphabet, pour l'Année precedente, & reciproquement pour l'Année suivante on prendra la Lettre precedente, qui servira pour toute l'Année, si cette Année n'est pas Bissextile : car si elle est Bissextile, cette Lettre ne servira que jusqu'au 24. de Février, l'autre Lettre qui precedera en l'ordre de l'Alphabet, servant pour le reste de l'année, parce que l'Année Bissextile ayant un jour de plus, a deux Lettres Dominicales.

Ainsi ayant connu que la Lettre Dominicale de cette Année 1693. est D, on connoîtra que la Lettre Dominicale de l'Année suivante 1694. est C, & que l'Année precedente 1692. qui étoit

étoit Biſſextile, avec ces deux Lettres Dominicales F, E, dont la premiere F a ſervi juſqu'au 24. de Février, l'autre Lettre E ayant ſervi pour le reſte de l'Année.

On peut ſans la diviſion trouver immediatement le Cycle Solaire pour une Année propoſée depuis Jeſus Chriſt, par le moyen de la Table ſuivante, qui eſt compoſée de deux colonnes, dont celle qui eſt à la gauche, contient les Années de Jeſus-Chriſt, depuis 1 juſqu'à 10, & depuis 10 juſqu'à 100, de dixaine en dixaine, & enſuite depuis 100 juſqu'à 1000, de centaine en centaine, & pareillement depuis 1000 juſqu'à 9000, de mille en mille, & il eſt facile de la continuer à l'infini, ſi l'on ſçait la maniere de mettre dans la colonne qui eſt à la droite, vis-à-vis de ces Années les nombres du Cycle Solaire, ce qui ſe fait ainſi.

1	1	100	16
2	2	200	4
3	3	300	20
4	4	400	8
5	5	500	24
6	6	600	12
7	7	700	0
8	8	800	16
9	9	900	4
10	10	1000	20
20	20	2000	12
30	2	3000	4
40	12	4000	24
50	22	5000	16
60	4	6000	8
70	14	7000	0
80	24	8000	20
90	6	9000	12

Ayant mis vis-à-vis des dix premieres Années les mêmes nombres pour les Cycles Solaires de ces mêmes Années, & auſſi 20 pour le Cycle Solaire de la 20. Année, au lieu de mettre 30 pour le Cycle Solaire de la 30. Année, mettez ſeulement 2, qui eſt l'excés de 30 ſur 28, ou ſur la periode du Cycle Solaire: & pour la 40. Année, qui eſt la ſomme des Années 10 & 30, mettez la ſomme 12 des Cycles Solaires 10 & 2, qui conviennent à ces Années, & ainſi des autres, en ôtant toûjours 28 de la ſomme des Cycles Solaires, quand elle ſera plus grande. Voilà

pour

pour la construction de la Table, venons maintenant à son usage.

Premierement, si l'Année proposée, dont on cherche le Cycle Solaire, se trouve dans la Table precedente, on aura ce Cycle Solaire en ajoûtant 9 au nombre qui lui répond dans la colonne droite. Ainsi en ajoûtant 9 au nombre 12 qui répond à l'Année 2000 dans la Table precedente, on a 21 pour Cycle Solaire de l'Année proposée.

Mais si l'Année donnée ne se trouve pas exactement dans la Table precedente, on la divisera en plusieurs Années qui s'y puissent trouver, & l'on ajoûtera ensemble tous les nombres qui se trouveront dans la colonne droite vis-à-vis de ces Années qui sont à la gauche, & la somme de tous ces nombres étant augmentée de 9, on aura le Cycle Solaire de l'Année proposée, pourvû qu'on ôte 28 de cette somme autant de fois qu'il sera possible, quand elle sera plus grande.

Comme pour trouver le Cycle Solaire de cette Année 1693. on reduira ce nombre d'Années 1693 en ces autres quatre 1000, 600, 90, 3, ausquels il répond dans la Table precedente par ces quatre nombres 20, 12, 6, 3, dont la somme 41 étant augmentée de 9, on a cette seconde somme 50, d'où ôtant 28, il reste 22 pour le nombre du Cycle Solaire de cette Année 1693.

On ajoûte 9 à la somme de tous ces nombres, parce que le Cycle Solaire avant la premiere Année de Jesus-Christ est 9, & que par consequent le commencement de ce Cycle a été dix ans avant la Nativité de Jesus-Christ, ce qui se peut connoître en cette sorte.

Sçachant par tradition, ou autrement, le Cycle Solaire d'une Année, par exemple 22 pour cette Année 1693. ôtez 22 de 1693, & divisez le reste de 1671 par 28, & enfin ôtez de 28 le reste 19 de la division, & le nombre restant 9 est le Cycle Solaire avant la premiere Année de Jesus-Christ.

On pourra de la même façon construire une Table propre pour connoître le Nombre d'or d'une Année proposée, avec cette difference, qu'au lieu d'ôter 28, il faut ôter 19, parce que la periode de ce Cycle est 19: & qu'au lieu d'ajoûter 9, il faut ajoûter seulement 1, parce que le Nombre d'or avant la premiere Année de Jesus-Christ est 1, & que par consequent le commencement de ce Cycle a été deux ans avant la Nativité de Jesus-Christ, c'est-à-dire, que la premiere Année de Jesus-Christ a eu 2 pour Nombre d'or, &c.

On peut aussi trouver autrement la Lettre Dominicale d'une Année proposée, ce qui servira pour trouver la Lettre qui convient à chaque jour de la même Année, comme vous allez voir.

Divisez le nombre des jours qui se sont écoulez inclusivement depuis le premier de Janvier jusqu'au jour proposé, qui doit

doit être un Dimanche quand on veut trouver la Lettre Dominicale de l'Année, autrement on trouvera seulement la Lettre qui convient au jour proposé. Divisez, dis-je, ce nombre de jours par 7, & s'il ne reste rien de la division, la Lettre qu'on cherche sera G, & s'il reste quelque chose, ce nombre restant fera connoître le nombre de la Lettre qu'on demande, en la comptant selon l'ordre de l'Alphabet depuis la premiere Lettre A.

Ainsi pour connoître la Lettre qui convient à ce jour auquel nous écrivons ces lignes, sçavoir le 26. d'Avril de l'Année 1693. en divisant par 7 le nombre 116 des jours compris inclusivement entre le 1. de Janvier & le 26. d'Avril, le reste de la division est 4, qui fait connoître que la quatriéme Lettre D convient au jour proposé, lequel étant un Dimanche, l'on conclud que la Lettre Dominicale pour cette Année 1693. est D.

PROBLEME XVII.

Trouver à quel jour de la Semaine tombe un Jour donné d'une Année proposée.

Nous avons déja dit que les Jours de la Semaine sont appellez *Feries*, & nous dirons ici que la premiere Ferie est le jour du Saint Dimanche, que la seconde Ferie est le Lundy, que la troisiéme est le Mardy, & ainsi ensuite jusqu'au Samedy, qui est la septiéme Ferie, & qui a été appellé *Samedy*, ou *Jour du Sabbath*, c'est-à-dire, jour du repos, parce que c'est ce jour-là que Dieu se reposa dans la Creation du Monde.

Pour trouver en quelle Ferie tombe un jour proposé de quelque Année depuis Jesus Christ, ajoûtez au nombre donné des Années sa quatriéme partie, ou sa plus proche qui soit moindre, quand il n'en a pas une juste, & ajoûtez encore à la somme le nombre des jours compris inclusivement entre le 1. de Février, & le jour proposé, pour avoir une seconde somme, de laquelle il faudra toûjours ôter 12, & diviser le reste toûjours par 7, & le reste de la division sera le nombre de la Ferie qu'on cherche, sçavoir Dimanche s'il reste 1, Lundy s'il reste 2, Mardy s'il reste 3, & ainsi ensuite: & quand il ne restera rien, le jour proposé sera un Samedy.

Ainsi pour sçavoir à quel jour de la Semaine tombe par exemple le 27. d'Avril de l'Année 1693, ajoûtez à ce nombre d'Années 1693. sa quatriéme partie 423, & de plus le nombre 117 des jours qui se sont écoulez inclusivement depuis le 1. de Janvier & le 27. d'Avril, & ayant ôté 12 de la somme 2233, divisez le reste 2221 par 7, & sans avoir égard au quotient 317, le

le reste 2 de la division vous fait connoître que le 27. d'Avril de cette Année 1693. est la seconde Ferie, c'est-à-dire, un Lundy.

Remarque.

Cette Methode suppose que l'on suit le Calendrier nouveau; car en suivant le Calendrier Julien, au lieu d'ôter 12 de la somme, il ne faut ôter que 2, sçavoir 10 de moins, à cause des dix jours qui ont été retranchez de l'Année en 1582. Ainsi avant cette Année 1582. il ne faut ôter que 2 de la somme, & achever le reste, comme il a été dit. Mais il faudra ôter 13 de la même somme pour le Siecle suivant, parce qu'en l'Année 1700. on omettra un jour, en ne la faisant point Bissextile, comme elle le devroit être, selon le Calendrier Julien. Voyez le *Probl.* 19.

Nous remarquerons ici en passant, que les noms des jours de la Semaine viennent des Idolâtres, qui ont marqué chaque jour de la Semaine par le nom particulier d'une Planete. Neanmoins au lieu de dire *Jour du Soleil*, nous disons *Dimanche*, c'est-à-dire, *Jour du Seigneur*, parce que Jesus-Christ a voulu ressusciter un tel jour: & au lieu de dire *Jour de Saturne*, nous disons *Samedy*, c'est-à-dire, *Jour du Sabbath*, ou *Jour du repos*, parce que, comme nous avons déja dit auparavant, Dieu s'est reposé le septiéme jour dans la Creation du Monde.

PROBLEME XVIII.

Trouver la Fête de Pâques, & les autres Fêtes Mobiles en une Année proposée.

NOus avons remarqué au *Probl.* 14. que la Pâque se peut celebrer depuis le 22. de Mars, sçavoir lors que la Lune étant Nouvelle le 8. Mars, son 14. jour tombe au 21. de Mars, & que ce jour est un Samedy, jusqu'au 25. d'Avril inclusivement, sçavoir lors que la Lune étant Nouvelle le 5. d'Avril, le 14. jour tombe au 18. de ce mois, & que ce jour est un Dimanche, parce que dans ce cas, on remet à celebrer la Pâque au Dimanche suivant, c'est-à-dire, sept jours aprés, pour ne la pas celebrer avec les Juifs, cela ayant été ainsi arrêté par les Conciles, & sur tout par le Concile de Nicée, qui a été tenu au commencement du quatriéme Siecle en la presence du grand Constantin. Ainsi vous voyez que le commencement de la Lune Pascale est entre le huitiéme de Mars & le cinquiéme d'Avril inclusivement.

Nous avons aussi dit au même *Probl.* 13. qu'on appelle *Epactes* les

les 11 jours, par lesquels l'Année Solaire surpasse l'Année Lunaire, ce qui a fait donner le même nom d'Epactes à ces trente nombres qui sont placez vis-à-vis des jours de chaque mois dans le Calendrier nouveau par un ordre retrograde, dont celles qui sont depuis XIX jusqu'à XXIX inclusivement sont appellées *Epactes Embolismiques*, parce qu'en leur ajoûtant XI, qui est la veritable Epacte, la somme surpasse une Lune complette, c'est à dire, 30, & qu'ainsi il y a treize Lunes qui finissent dans les Années, où ces Epactes Embolismiques servent d'Epactes.

Ces trente Epactes ainsi disposées dans le Calendrier Gregorien, servent à nous faire connoître les jours en toute une Année, ausquels la Lune se trouve Nouvelle. Ainsi l'Epacte 23 de cette Année 1693. répondant dans le Calendrier Gregorien au 8. de Janvier, au 6. de Février, au 8. de Mars, au 6. d'Avril, au 6. de May, au 4. de Juin, au 4. de Juillet, au 2. d'Août, au 1. de Septembre, au 30. d'Octobre, au 28. de Novembre, & au 28. de Decembre, fait connoître que les Nouvelles Lunes Ecclesiastiques arrivent ces mêmes jours.

C'est pourquoi si vous voulez connoître par le Calendrier nouveau, le jour auquel on doit celebrer Pâques en une Année proposée, par exemple, en cette Année 1693. dont l'Epacte est 23; cherchez cette Epacte 23 dans le Calendrier, entre le 8. de Mars & le 5. d'Avril inclusivement, & vous trouverez qu'elle répond au 8. de Mars, qui sera par consequent le premier jour de la Lune Pascale: c'est pourquoi si vous comptez ensuite 14 jours, en commençant à compter 1 sur 8, 2 sur 9, & ainsi ensuite, vous tomberez au 21. du même mois, qui sera par consequent le jour de la Pleine-Lune Pascale, & comme ce jour est un Samedy, le Dimanche suivant, sçavoir le 22. de Mars a été le jour de Pâques, en cette Année 1693.

Pareillement pour connoître par le moyen du même Calendrier, le jour auquel on a celebré la Fête de Pâques en l'Année 1666. dont l'Epacte est 24, en cherchant cette Epacte 24 dans le Calendrier Gregorien entre le 8. de Mars & le 5. d'Avril, inclusivement, & ayant trouvé qu'elle répond au 5. d'Avril, qui a été par consequent le premier jour de la Lune Pascale, comptez 14 jours depuis ce 5. en commençant à compter 1 sur 5, & vous arriverez au 18. d'Avril, qui se rencontrant un Dimanche, comme l'on connoît par le *Probl.* 17. le Dimanche suivant, sçavoir le 25. d'Avril a été le jour de Pâques en l'Année 1666. Ainsi des autres.

Mais comme l'on n'a pas toûjours un Calendrier entre les mains, on pourra se servir de la Table suivante, qui est composée de 9 colonnes de haut en bas, dont la premiere vers la gauche contient les sept Lettres Dominicales par ordre, & la derniere à la droite comprend les Mois & les jours des mêmes Mois, ausquels se doit celebrer la Pâque aux Années qui ont les mêmes

Table pour trouver la Fête de Pâques.

	23	22	21	20	19			26. Mars
	18	17	16	15	14	13	12	2. Avril
A	11	10	9	8	7	6	5	9. Avril
	4	3	2	1	*	29	28	16. Avril
	27	26	25	24				23. Avril
	23	22	21	20	19	18		27. Mars
	17	16	15	14	13	12	11	3. Avril
B	10	9	8	7	6	5	4	10. Avril
	3	2	1	*	29	28	27	17. Avril
	26	25	24					24. Avril
	23	22	21	20	19	18	17	28. Mars
	16	15	14	13	12	11	10	4. Avril
C	9	8	7	6	5	4	3	11. Avril
	2	1*	29	28	27	26	25	18. Avril
	25	24						25. Avril
	23							22. Mars
	22	21	20	19	18	17	16	29. Mars
D	15	14	13	12	11	10	9	5. Avril
	8	7	6	5	4	3	2	12. Avril
	1*	29	28	27	26	25	24	19. Avril
	23	22						23. Mars
	21	20	19	18	17	16	15	30. Mars
E	14	13	12	11	10	9	8	6. Avril
	7	6	5	4	3	2	1	13. Avril
	*	29	28	27	26	25	24	20. Avril
	23	22	21					24. Mars
	20	19	18	17	16	15	14	31. Mars
F	13	12	11	10	9	8	7	7. Avril
	6	5	4	3	2	1	*	14. Avril
	29	28	27	26	25	24		21. Avril
	23	22	21	20				25. Mars
	19	18	17	16	15	14	13	1. Avril
G	12	11	10	9	8	7	6	8. Avril
	5	4	3	2	1	*	29	15. Avril
	28	27	16	25	24			22. Avril

mêmes Lettres Dominicales, que l'on void écrites dans la premiere colonne, & les mêmes Epactes que l'on voit marquées par ordre dans les autres sept colonnes d'entre-deux.

Ainsi vous voyez que pour connoître par le moyen de cette Table le jour auquel on doit celebrer la Fête de Pâques en une Année proposée depuis Jesus-Christ, on doit sçavoir l'Epacte de cette Année *par le Probl.* 14. & aussi la Lettre Dominicale *par le Probl.* 16. car vis-à-vis de cette Lettre Dominicale, & de cette Epacte, l'on trouvera dans la derniere colonne le jour de la Fête de Pâques, qui regle toutes les autres Fêtes Mobiles. Comme pour connoître le jour de Pâques en cette Année 1693. dont la Lettre Dominicale est D, & l'Epacte est 23, on trouvera vis-à-vis de cette Epacte 23, & de cette Lettre Dominicale D, que le jour de Pâques est le 22. de Mars. Pareillement pour connoître le jour de Pâques en l'Année 1666. dont la Lettre Dominicale est C, & l'Epacte est 24, on trouvera vis-à-vis de l'Epacte 24, & de la Lettre Dominicale C, le 25. d'Avril pour le jour de Pâques qu'on cherche.

Le jour de la Pleine-Lune Pascale se nomme *Terme de Pâques*, lequel étant connu, le jour de Pâques est aisé à connoître, comme vous avez vû, mais on le peut encore trouver autrement sans Table, ni sans Calendrier, en cherchant le Terme de Pâques, en cette sorte.

Si l'Epacte nouvelle de l'Année proposée n'excede pas 23, ôtez-la de 44, & le reste donnera le jour de Mars pour le Terme de Pâques, si ce reste ne surpasse pas 31; car s'il excede 31, le surplus donnera le jour d'Avril pour le Terme de Pâques. Mais si l'Epacte courante est plus grande que 23, ôtez-la de 43, ou seulement de 42, quand elle sera 24 ou 25 de different caractere: & le reste donnera le jour d'Avril pour le Terme de Pâques.

Ainsi pour avoir le Terme de Pâques en cette Année 1693. dont l'Epacte est 23, ôtant 23 de 44, le reste donne le 21. de Mars pour le Terme de Pâques: & pareillement pour trouver le Terme de Pâques en l'Année 1666. dont l'Epacte est 24, ôtant 24 de 42, on aura le 18. d'Avril, pour le Terme de Pâques. Ainsi des autres.

Puis que la Fête de Pâques regle toutes les autres Fêtes Mobiles, il sera facile de connoître les jours ausquels ces Fêtes se doivent celebrer ayant une fois connu le jour de Pâques; car le Lundy aprés le cinquiéme Dimanche, c'est-à-dire, 35 jours aprés Pâques viennent les *Rogations*, aprés lesquelles, sçavoir le Jeudy suivant, suit immediatement l'*Ascension* de Nôtre Seigneur Jesus-Christ, le 40. jour aprés Pâques: & 10 jours aprés ou le 50. jour aprés Pâques on celebre la Fête de la *Pentecôte*; le Dimanche suivant, sçavoir 56 jours aprés Pâques on celebre la Fête de la *Sainte Trinité*, & le Jeudy suivant, ou 11 jours aprés la

la Pentecôte, c'est-à-dire, 60 jours aprés Pâques, arrive la *Fête-Dieu*.

Le neuviéme Dimanche avant Pâques est la *Septuagesime*, qui est éloignée de Pâques de 63 jours; le Dimanche suivant, ou le huitiéme Dimanche avant Pâques est la *Sexagesime*, qui est éloignée de Pâques de 56 jours; le Dimanche suivant, ou le septiéme Dimanche avant Pâques est la *Quinquagesime*, qui est éloignée de Pâques de 49 jours; & le Mercredy suivant qui est éloigné de Pâques de 46 jours, est le *Jour des Cendres*.

Pour le Dimanche de l'*Avent*, qui ne dépend point de Pâques, c'est celui qui tombe ou à la Fête de Saint André, ou qui est le plus proche de cette Fête. L'Eglise appelle *Quadragesime* le premier Dimanche du Carême: *Reminiscere* le second Dimanche du Carême: *Oculi* le troisiéme Dimanche du Carême: *Lætare* le quatriéme Dimanche du Carême: *Judica* le Dimanche de la Passion, qui est le cinquiéme Dimanche du Carême: & *Osanna* le Dimanche des Rameaux, qui est le sixiéme Dimanche du Carême, ou le premier Dimanche avant Pâques.

On appelle *Quasimodo*, le premier Dimanche aprés Pâques: *Misericordia* le second Dimanche aprés Pâques: *Jubilate* le troisiéme Dimanche aprés Pâques: *Cantate* le quatriéme Dimanche aprés Pâques: & *Vocem Jucunditatis* le cinquiéme Dimanche aprés Pâques, ou le Dimanche avant les Rogations.

Enfin, les *Jeûnes*, ou les *Quatre-Temps* se trouvent par le moyen de ce petit vers,

Pentec. Cru. Luc. Cin. sunt tempora quatuor anni.

dont le sens est tel. Les Quatre-temps arrivent le Mercredy d'aprés la Pentecôte, le Mercredy d'aprés l'Exaltation de la Sainte Croix en Septembre, le Mercredy d'aprés la Fête de Sainte Luce en Decembre, & le Mercredy d'aprés les Cendres.

PROBLEME XIX.

Trouver à quel jour de la Semaine commence chaque Mois d'une Année proposée.

CE Probléme se peut aisément resoudre par le moyen de la Table suivante, sçavoir en cherchant à la tête la Lettre Dominicale de l'Année proposée, par exemple D, pour cette Année 1693.

Table pour trouver le commencement de chaque Mois.

	A	B	C	D	E	F	G
Janvier Février Mars	Dimanche Mercredy Mercredy	Sam. Mardy Mardy	Vendr. Lundy Lundy	Jeudy Dim. Dim.	Mercr. Sam. Sam.	Mardy Vendr. Vendr.	Lundy Jeudy Jeudy
Avril May Juin	Samedy Lundy Jeudy	Vendr. Dim. Mercr.	Jeudy Sam. Mardy	Mercr. Vendr. Lundy	Mardy Jeudy Dim.	Lundy Mercr. Sam.	Dim. Mardy Vendr.
Juillet Aoust Septembre	Samedy Mardy Vendredy	Vendr. Lundy Jeudy	Jeudy Dim. Mercr.	Mercr. Sam. Mardy	Mardy Vendr. Lundy	Lundy Jeudy Dim.	Dim. Mercr. Sam.
Octobre Novembre Decembre	Dimanche Mercredy Vendredy	Sam. Mardy Jeudy	Vendr. Lundy Merer.	Jeudy Dim. Mardy	Mercr. Sam. Lundy	Mardy Vendr. Dim.	Lundy Jeudy Sam.

car au dessous de cette Lettre D, l'on trouve que Janvier commence par un Jeudy, Février par un Dimanche, Mars aussi par un Dimanche, Avril par un Mercredy, May par un Vendredy, Juin par un Lundy, Juillet par un Mercredy, Août par un Samedy, Septembre par un Mardy, Octobre par un Jeudy, Novembre par un Dimanche, & Decembre par un Mardy.

Lors que l'Année est Bissextile, auquel cas elle a deux Lettres Dominicales, comme l'Année passée 1692. qui a eu ces deux Lettres Dominicales F, E, on se servira de la premiere F, pour les deux premiers Mois, Janvier, Février, & de la derniere E pour les dix autres Mois.

PROBLEME XX.

Trouver le quantiéme du mois se rencontre un jour donné de la Semaine en une Année proposée.

CE Probléme se peut aussi aisément resoudre par le moyen de la Table suivante, qui montre les jours du mois, ausquels se rencontre chaque jour de la Semaine, lors que le commencement du Mois arrive un certain jour de la Semaine, ce qui se peut connoître par le Probléme precedent, aprés quoi on achevera le reste en cette sorte.

Table pour trouver à quel jour du mois arrive un jour proposé d'une Semaine.

DIMANCHE.					
Dimanche	1	8	15	22	29
Lundy	2	9	16	23	30
Mardy	3	10	17	24	31
Mercredy	4	11	18	25	
Jeudy	5	12	19	26	
Vendredy	6	13	20	27	
Samedy	7	14	21	28	

MARDY.					
Mardy	1	8	15	22	29
Mercredy	2	9	16	23	30
Jeudy	3	10	17	24	31
Vendredy	4	11	18	25	
Samedy	5	12	19	26	
Dimanche	6	13	20	27	
Lundy	7	14	21	28	

LUNDY.					
Lundy	1	8	15	22	29
Mardy	2	9	16	23	30
Mercredy	3	10	17	24	31
Jeudy	4	11	18	25	
Vendredy	5	12	19	26	
Samedy	6	13	20	27	
Dimanche	7	14	21	28	

MERCREDY.					
Mercredy	1	8	15	22	29
Jeudy	2	9	16	23	30
Vendredy	3	10	17	24	31
Samedy	4	11	18	25	
Dimanche	5	12	19	26	
Lundy	6	13	20	27	
Mardy	7	14	21	28	

JEUDY.					
Jeudy	1	8	15	22	29
Vendredy	2	9	16	23	30
Samedy	3	10	17	24	31
Dimanche	4	11	18	25	
Lundy	5	12	19	26	
Mardy	6	13	20	27	
Mercredy	7	14	21	28	

SAMEDY.					
Samedy	1	8	15	22	29
Dimanche	2	9	16	23	30
Lundy	3	10	17	24	31
Mardy	4	11	18	25	
Mercredy	5	12	19	26	
Jeudy	6	13	20	27	
Vendredy	7	14	21	28	

VENDREDY.					
Vendredy	1	8	15	22	29
Samedy	2	9	16	23	30
Dimanche	3	10	17	24	31
Lundy	4	11	18	25	
Mardy	5	12	19	26	
Mercredy	6	13	20	27	
Jeudy	7	14	21	28	

Pour sçavoir le quantiéme du Mois de Mai, par exemple, de cette Année 1693. arrive le Lundy, ayant trouvé par le Probléme precedent, que le Mois de Mai a commencé en cette Année 1693. par un Vendredy, je cherche dans la Table precedente le Lundy à la colonne de la main gauche sous le Vendredy qui est écrit en lettres capitales, & je trouve vis-à-vis ces quatre nombres

nombres 4, 11, 18, 25, qui signifient que le Lundy arrive en cette Année 1693. le 4. 11. 18. & 25. jour du Mois de Mai; & l'on connoîtra de la même façon que le Dimanche arrive le 3. 10. 17. 24. & 31. jour du Mois de Mai de la même Année 1693. Ainsi des autres.

Pareillement pour sçavoir le quantiéme du Mois d'Avril de l'Année passée 1692. vient le Lundy, sçachant par le Probléme precedent que le Mois d'Avril a commencé un Mardy en l'Année 1692. je cherche dans la Table precedente sous Mardy, qui est écrit en lettres capitales, le Lundy à la gauche, & je trouve vis à vis à la droite ces quatre nombres 7, 14, 21, 28, qui font connoître qu'en l'Année 1692. le Lundy est arrivé le 7. 14. 21. & 28. jour du Mois d'Avril: & l'on connoîtra de la même façon, que le Jeudy est arrivé le 3. 10. 17. & 24. en laissant 31, parce que le Mois d'Avril n'a que 30 jours.

Remarque.

On peut aussi par le moyen de la Table precedente, & du Probléme precedent, resoudre le *Probl.* 17. c'est-à-dire, trouver à quelle Ferie, ou à quel jour de la Semaine tombe un jour proposé de quelque Mois que ce soit, & pour quelque Année que ce soit depuis Jesuis-Christ, comme vous allez voir.

Le Château de Namur s'est rendu à l'obeïssance du Roi le 30. Juin 1692. & l'on veut sçavoir à quel jour de la Semaine cela est arrivé. Ayant connu par le Probléme precedent que le Mois de Juin a commencé par un Dimanche, je cherche le nombre 30 dans la Table precedente sous Dimanche en lettres capitales, & je trouve dans la premiere colonne vers la gauche, que le 30. de Juin a répondu à un Lundy, & qu'ainsi c'est un Lundy que le Château de Namur a capitulé.

Puis que nous avons donné une Table pour trouver à quel jour du Mois arrive un jour proposé de la Semaine, ou reciproquement à quel jour de la Semaine tombe un jour proposé du Mois, & une autre Table pour connoître à quel jour de la Semaine commence chaque Mois d'une Année proposée depuis Jesus-Christ: & que cela dépend de la Lettre Dominicale, dont nous avons enseigné l'invention au *Probl.* 16. nous donnerons aussi une Table pour trouver autrement & plus facilement la même Lettre Dominicale à perpetuité, selon le Calendrier nouveau.

Cette Table que vous avez dans les deux pages suivantes, a été divisée pour une grande commodité en deux parties, dont la premiere sert pour connoître la Lettre Dominicale, selon le Calendrier Gregorien depuis la Naissance de Nôtre Seigneur jusqu'à la fin de ce Siecle 1600, & l'autre pour connoître la même Lettre Dominicale pour les Siecles suivans 1700, 1800, 1900,

1900, & ainsi ensuite jusqu'au Siecle 2700, & il est facile de la continuer à l'infini.

Cette separation a été ainsi faite pour la distinction des Années qui sont les commencemens des Siecles, & qui ne sont pas Bissextiles selon le Calendrier Gregorien, sçavoir 1700. 1800. 1900. 2100. 2200. 2300. 2500. 2600. 2700. comme elles le devroient être, selon le Calendrier Julien: ce qui fait qu'à ces Années on n'a pas ajoûté en dessous une double Lettre Dominicale, comme nous avons fait aux Années 1600. 2000. 2400. qui sont Bissextiles, & pareillement aux Années 1628. 1656. 1684. sçavoir les deux Lettres BA, parce que ces Années sont aussi Bissextiles: & pareillement les deux Lettres FG aux Années Bissextiles 1732. 1760. 1788. &c.

Table des Lettres Dominicales pour chaque Année, depuis la Naissance de Nôtre Seigneur jusqu'à l'Année 1700.

				0 700 1400	100 800 1500	200 900 1600	300 1000	400 1100	500 1200	600 1300
0	28	56	84	G F	A G	B A	C B	D C	E D	F E
1	29	57	85	E	F	G	A	B	C	D
2	30	58	86	D	E	F	G	A	B	C
3	31	59	87	C	D	E	F	G	A	B
4	32	60	88	B A	C B	D C	E D	F E	G F	A G
5	33	61	89	G	A	B	C	D	E	F
6	34	62	90	F	G	A	B	C	D	E
7	35	63	91	E	F	G	A	B	C	D
8	36	64	92	D C	E D	F E	G F	A G	B A	C B
9	37	65	93	B	C	D	E	F	G	A
10	38	66	94	A	B	C	D	E	F	G
11	39	67	95	G	A	B	C	D	E	F
12	40	68	96	F E	G F	A G	B A	C B	D C	E D
13	41	69	97	D	E	F	G	A	B	C
14	42	70	98	C	D	E	F	G	A	B
15	43	71	99	B	C	D	E	F	G	A
16	44	72		A G	B A	C B	D C	E D	F E	G F
17	45	73		F	G	A	B	C	D	E
18	46	74		E	F	G	A	B	C	D
19	47	75		D	E	F	G	A	B	C
20	48	76		C B	D C	E D	F E	G F	A G	B A
21	49	77		A	B	C	D	E	F	G
22	50	78		G	A	B	C	D	E	F
23	51	79		F	G	A	B	C	D	E
24	52	80		E D	F E	G F	A G	B A	C B	D C
25	53	81		C	D	E	F	G	A	B
26	54	82		B	C	D	E	F	G	A
27	55	83		A	B	C	D	E	F	G

Suite de la Table des Lettres Dominicales jusqu'à l'Année 2800.

				1600 2000 2400	1700 2100 2500	1800 2200 2600	1900 2300 2700
0	28	56	84	B A	C	E	G
1	29	57	85	G	B	D	F
2	30	58	86	F	A	C	E
3	31	59	87	E	G	B	D
4	32	60	88	D C	F E	A G	C B
5	33	61	89	B	D	F	A
6	34	62	90	A	C	E	G
7	35	63	91	G	B	D	F
8	36	64	92	F E	A G	C B	E D
9	37	65	93	D	F	A	C
10	38	66	94	C	E	G	B
11	39	67	95	B	D	F	A
12	40	68	96	A G	C B	E D	G F
13	41	69	97	F	A	C	E
14	42	70	98	E	G	B	D
15	43	71	99	D	F	A	C
16	44	72		C B	E D	F G	B A
17	45	73		A	C	E	G
18	46	74		G	B	D	F
19	47	75		F	A	C	E
20	48	76		E D	G F	B A	D C
21	49	77		C	E	G	B
22	50	78		B	D	F	A
23	51	79		A	C	E	G
24	52	80		G F	B A	D C	F E
25	53	81		E	G	B	D
26	54	82		D	F	A	C
27	55	83		C	E	G	B

Pour connoître par le moyen de cette Table la Lettre Dominicale pour une Année proposée depuis Jesus-Christ, par exemple, pour cette Année 1693. cherchez à la Table l'Année 1600. & à côté vers la gauche le reste des Années 93, & vis-à-vis des deux vous trouverez D pour la Lettre Dominicale de cette Année 1693. Ainsi des autres.

PROBLEME XXI.

Trouver le nombre de l'Indiction Romaine pour une Année proposée.

LEs Grecs comptoient autrefois leurs Années par *Olympiades*, qui est une revolution de quatre Années, au bout de laquelle ils celebroient des Jeux qu'ils appelloient *Olympiques*, parce qu'ils furent autrefois instituez par Hercule proche la Ville d'Olympe en Arcadie; mais depuis que Rome eut soûmis la Grece à sa Domination, elle ne voulut plus que l'on comptât par Olympiades, ayant trouvé ce terme de quatre Années trop court, & elle le mit à trois Lustres, ou à quinze Années, qu'on appella *Indiction*.

Ainsi l'Indiction est un espace de quinze Années, au bout duquel on commence de nouveau à compter par une circulation continuelle. Cette Periode de quinze Années a été appellée *Indiction*, parce que selon quelques Auteurs elle servoit aux Romains à indiquer l'Année qu'il falloit payer la Taille ou le Tribut à la République, ce qui lui a donné le nom d'*Indiction Romaine*, & on la nomme aussi *Indiction Pontificale*, qui a son commencement au premier jour de Janvier, parce que la Cour de Rome s'en sert dans ses Bulles & dans toutes ses Expeditions.

J'ai dit, selon quelques Auteurs, parce qu'on ne trouve nulle part de quelle cause est procedé ce nombre de quinze Années pour supputer les Indictions, sinon que les Soldats aprés avoir servi quinze ans dans les Armées, & aprés avoir reçû comme quinze Soldes, pouvoient être honorablement congediez avec toutes sortes de franchises, & s'ils y vouloient demeurer, ils joüissoient de plus grands privileges. Il semble donc que cette façon de compter quinze Années de Solde par autant d'Années d'Indiction soit arrivée de ce que tous les ans l'Indiction se faisoit aux Provinces par l'ordre du Prince, pour fournir & distribuer la munition aux Soldats, ce qui est la cause que l'Indiction a été quelquefois appellée *Distribution* & *Largesse*.

Quoi qu'il en soit, voici la maniere de trouver le nombre de l'Indiction Romaine pour une Année proposée depuis Jesus-Christ. Parce qu'en l'Année 1632. par exemple, le nombre de l'Indiction étoit 15, en divisant 1632 par 15, le reste 12 de la division

division fait connoître que la 12. Année de Jesus-Christ on avoit 12 d'Indiction, & que par consequent trois ans avant la Nativité de Nôtre Seigneur, on a eu le commencement du Cycle de l'Indiction.

C'est pourquoi pour trouver le nombre de l'Indiction Romaine pour quelque Année que ce soit depuis Jesus-Christ, par exemple, pour cette Année 1693. ajoûtez 3 à 1693, & divisez la somme 1696 par 15, & le reste 1 est le nombre de l'Indiction pour cette Année 1693. De même pour trouver l'Indiction pour l'Année 1700, on ajoûtera 3 à 1700, & l'on divisera la somme 1703 par 15, & le reste de la division donnera 8 pour le nombre de l'Indiction que l'on cherche.

PROBLEME XXII.

Trouver le nombre de la Periode Julienne pour une Année proposée.

Quoi que l'Indiction Romaine n'ait aucune connexion avec les mouvemens celestes, neanmoins on ne laisse pas de comparer cette revolution de 15 Années avec la Periode du Cycle Lunaire de 28 Années, & la Periode du Nombre d'or de 19 Années, en multipliant ensemble ces trois Cycles 15, 28, 19, pour avoir en leur produit solide cette fameuse Periode de 7980 ans, qu'on appelle *Periode Julienne*, parce que c'est Julius Scaliger qui en a parlé le premier, & que les Chronologistes modernes ont introduite, pour y rapporter toute la difference des temps par quelque évenement dans les Histoires, étant certain que ce nombre de 7980 ans contient toutes les differentes combinaisons des trois Cycles precedens, qui dans tout ce temps ne peuvent jamais plus d'une fois se rencontrer d'une même maniere.

Il sera facile de trouver le nombre de cette Periode de 7980 ans pour une Année proposée depuis Jesus-Christ, si l'on sçait une fois son commencement, c'est-à-dire, le temps qu'elle doit avoir commencé avant la premiere Année de Jesus-Christ, & même avant la Creation du Monde: car comme ce Cycle est grand, son commencement dans lequel chacun des trois Cycles qui le composent, auroit eu le même nombre 1, surpasse de plusieurs Années, non seulement l'Epoque des Chrétiens, mais encore le terme que l'Ecriture Sainte attribuë à la Creation du Monde. Voici donc la maniere de trouver le commencement de cette grande Periode.

Parce qu'en la premiere Année de Jesus-Christ on a eu 4 d'Indiction, 10 de Cycle Solaire, & 2 de Cycle Lunaire, ou de Nombre

Nombre d'or, multipliez le nombre 4 de l'Indiction toûjours

6916	4845	4200
Indiction 4	*Cycle Sol.* 10	*Cycle Lun.* 2
27664	48450	8400
		48450
4714		27664
1692		
		84514 (10
6406		7980
		4714

par 6916, le nombre 10 du Cycle Solaire toûjours par 4845, & le nombre 2 du Cycle Lunaire toûjours par 4200, & ajoûtez ensemble les trois produits 27664, 48450, 8400, pour diviser leur somme 84514 par 7980, qui est la Periode Julienne, & en negligeant le quotient 10, le reste 4714 de la division fait connoître que le commencement de la Periode Julienne est 4714 Années avant la Naissance de Jesus-Christ.

Sçachant donc que le commencement de la Periode Julienne est 4714 ans avant la Naissance de nôtre Sauveur, si l'on veut sçavoir le nombre de cette Periode pour une Année proposée depuis Jesus Christ, par exemple pour cette Année 1693. ajoûtez au nombre 4714 des Années du commencement de la Periode Julienne le nombre 1692 des Années qui se sont écoulées depuis la Naissance de Nôtre Seigneur jusqu'à la presente Année 1693. & la somme 6406 sera l'Année Julienne qu'on cherche.

Ou bien servez-vous de la Methode precedente, c'est à-dire, multipliez le nombre 1 de l'Indiction pour cette Année

6916	4845	4200
Indiction 1	*Cycle Sol.* 22	*Cycle Lun.* 3
6916	9690	12600
	9690	106590
	106590	6916
		126106 (15
		7980
		46306
		7980
		6406

1693. par 6916, le nombre 22 du Cycle Solaire par 4845, & le nombre

nombre 3 du Cycle Lunaire par 4200, & ajoûtez ensemble les trois produits 6916, 106590, 12600, pour diviser leur somme 126106 par 7980, & sans se mettre en peine du quotient 15, le reste de la division donnera 6406, comme auparavant; pour l'Année Julienne qu'on cherche. Voyez le Probléme suivant.

Remarque.

Comme la Periode Julienne n'a été inventée que pour arriver à l'origine des temps, & qu'elle n'a que deux Cycles naturels & astronomiques, sçavoir le Cycle Solaire, & le Cycle Lunaire: le Cycle de l'Indiction étant arbitraire & politique, il semble qu'au lieu de ce troisiéme Cycle on devroit plûtôt prendre le nombre 30 du Cycle naturel des Epactes, & la Periode qui se formeroit par la multiplication continuelle de ces trois Cycles 28, 19, 30, sçavoir 15960 seroit plus propre pour la Chronologie, non seulement parce qu'elle est composée de trois Cycles naturels, qu'il est bon de ne point separer, mais encore parce qu'elle est plus étenduë que la Periode Julienne qui n'en est que la moitié.

Cette Periode de 15960 années a été appellée par son Auteur Jean-Louïs d'Amiens Capucin, *Periode de Louïs le Grand*, parce qu'il l'a imaginée sous le Regne heureux de LOUÏS LE GRAND. Or quoi que la Periode Julienne étant doublée égale à celle-ci, il ne faut pas croire pour cela qu'elle doive faire le même effet dans la Chronologie que la Periode de Louïs le Grand, car il s'en faut de beaucoup, comme dit l'Auteur de cette Periode, de laquelle nous ne parlerons pas davantage, parce que quoi qu'excellente, les Chronologistes ont donné la preference à la Periode Julienne, pour être venuë la premiere.

PROBLEME XXIII.

Trouver le nombre de la Periode Dionisienne pour une Année proposée.

SI l'on multiplie seulement la Periode 28 du Cycle Solaire par la Periode 19 du Cycle Lunaire, il se formera une Periode de 532 ans, qu'on appelle *Periode Dionisienne*, du nom de son Inventeur, & qui sert à connoître toutes les differences & tous les changemens, qui se peuvent rencontrer entre les Nouvelles-Lunes & les Lettres Dominicales dans le cours de 532 ans; aprés lesquels les combinaisons des uns & des autres retournent dans le même ordre, & continuent dans la même suite.

Pour

Pour trouver le nombre de cette Periode de 532 ans, pour une Année proposée depuis Jesus-Christ, par exemple, pour cette Année 1693. qui a 22 de Cycle Solaire, & 3 de Cycle Lunaire,

Cycle Sol. 22	*Cycle Lun.* 3	2682
57	476	532 (5
154	1428	22
110	1254	
1254	2682	

multipliez le nombre 22 du Cycle Solaire toûjours par 57, & le nombre 3 du Cycle Lunaire toûjours par 476, & ajoûtez ensemble les deux produits 1254, 1428, pour diviser leur somme 2682 toûjours par 532, c'est à dire, par la Periode Dionisienne, & sans vous mettre en peine du quotient 5, arrêtez vous au reste de la division, qui vous donnera 22 pour le nombre de la Periode Dionisienne en cette Année 1693.

Remarque.

Le nombre 57, par lequel on a multiplié le nombre 22 du Cycle Solaire, est tel qu'étant divisé par la Periode 28 du Cycle Solaire, il reste 1, & qu'étant divisé par la Periode 19 du Cycle Lunaire, il ne reste rien: & reciproquement le nombre 476, par lequel on a multiplié le nombre 3 du Cycle Lunaire, est tel qu'étant divisé par la Periode 19 du Cycle Lunaire, il reste 1, & qu'étant divisé par la Periode 28 du Cycle Solaire, il ne reste rien. Ainsi le premier nombre 57 fait connoître l'Année Dionisienne, à laquelle on a 0, ou 19 de Nombre d'or, & 1 de Cycle Solaire: & le second nombre 476 fait connoître l'Année Dionisienne, à laquelle on a 0 ou 28 de Cycle Solaire, & 1 de Nombre d'or.

Pour trouver le premier nombre 57, qui doit être multiple de 19, afin qu'étant divisé par 19, il ne reste rien, si l'on met par exemple le double de 19, sçavoir 38 pour le nombre qu'on cherche, ce nombre 38 étant divisé par 28, il reste 10, au lieu de rester 1, comme porte la Question: & comme ce reste 10 est moindre que le diviseur 28 de 18, il est évident que si l'on ajoûte 18 à 38, on aura 56, qui étant divisé par 28, il ne restera rien; c'est pourquoi si au lieu d'ajoûter 18 à 38, on ajoûte 19, on aura 57, qui sera le nombre qu'on cherche, parce qu'il se rencontre multiple de 19, sçavoir le triple.

Si de la Periode Dionisienne 532, on ôte ce premier nombre trouvé 57, & qu'au reste 475, on ajoûte 1, on aura le second nombre 476, que l'on peut aussi trouver immediatement par un

un raisonnement semblable au precedent, excepté qu'il y a plus de tentatives à faire, comme vous allez voir.

Pour donc trouver le second nombre 476, qui doit être multiple de 28, afin qu'étant divisé par 28, il ne reste rien, si l'on met par exemple le double de 28, sçavoir 56 pour le nombre qu'on cherche, ce nombre 56 étant divisé par 19, il reste 18 au lieu qu'il devroit rester 1, comme porte la Question: & comme ce reste 18 est moindre que le diviseur 19 de 1, il est évident que si l'on ajoûte 1 à 56, on aura 57, qui étant divisé par 19, il ne restera rien; c'est pourquoi si au lieu d'ajoûter 1 à 56, on ajoûte 2, on aura 58, qui étant divisé par 19, il restera 1. Mais comme ce nombre 58 ne se rencontre pas multiple de 28, il n'est pas le nombre qu'on cherche; ainsi l'on en cherchera un autre de la même façon, en multipliant 28 par 3, par 4, par 5, & ainsi ensuite jusqu'à ce qu'on rencontre un multiple de 28, qui étant divisé par 19, il reste 1, ce qui arrivera ici en multipliant 28 par 17, & le produit 476 sera le nombre qu'on cherche, & qui étant pareillement ôté de la Periode Dionisienne 532, & le reste 56 étant augmenté de l'Unité, on aura 57 pour le premier nombre.

Pareillement le nombre 6916, par lequel on a multiplié dans le Probléme precedent le nombre de l'Indiction, est tel qu'étant divisé par la Periode 15 de l'Indiction, il reste 1, & qu'étant divisé par la Periode 28 du Cycle Solaire, & par la Periode 19 du Cycle Lunaire, ou ce qui est la même chose, par le produit 532 de ces deux Periodes, il ne reste rien: & le nombre 4845, par lequel on a multiplié dans le Probléme precedent le nombre du Cycle Solaire, est tel qu'étant divisé par la Periode 28 du Cycle Solaire, il reste 1, & qu'étant divisé par la Periode 19 du Cycle Lunaire, & par la Periode 15 de l'Indiction, ou ce qui est la même chose, par le produit 285 de ces deux Periodes, il ne reste rien: & enfin le nombre 4200, par lequel on a multiplié dans le Probléme precedent le nombre du Cycle Lunaire, est tel qu'étant divisé par la Periode 19 du Cycle Lunaire, il reste 1, & qu'étant divisé par la Periode 15 de l'Indiction, & par la Periode 28 du Cycle Solaire, ou ce qui est la même chose, par le produit 4200 de ces deux Periodes, il ne reste rien.

Le premier nombre 6916 nous fait connoître l'Année Julienne, à laquelle nous avons 1 d'Indiction, & 0 de Nombre d'or, & de Cycle Solaire, ou 0 de Periode Dionisienne: le second nombre 4845 nous fait connoître l'Année Julienne, à laquelle on a 1 de Cycle Solaire, & 0 de Nombre d'or, & d'Indiction: & le troisiéme nombre 4200 nous fait connoître l'Année Julienne, à laquelle on a 1 de Nombre d'or, & 0 de Cycle Solaire, & d'Indiction. Ces trois nombres ont été trouvez comme les deux precedens.

PRO-

PROBLEME XXIV.

Connoître les Mois de l'Année, qui ont 31 jours, & ceux qui n'en ont que 30.

ELevez le Pouce A, le Doigt du milieu C, & l'Auriculaire E ou le petit Doigt de la main gauche, & abaissez les deux autres, sçavoir l'Index B, qui suit le Pouce, & l'Annulaire D, qui est entre le Doigt du milieu, & l'Auriculaire. Aprés cela commencez à compter Mars sur le Pouce A, Avril sur l'Index B, Mai sur le Doigt du milieu C, Juin sur l'Annulaire D, Juillet sur l'Auriculaire E: & de nouveau continuez à compter Août sur le Pouce, Septembre sur l'Index, Octobre sur le Doigt du milieu, Novembre sur l'Annulaire, Decembre sur l'Auriculaire : & enfin en recommençant continuez à compter Janvier sur le Pouce, & Février sur l'Index; & alors tous les Mois qui tomberont sur les Doigts élevez, A, C, E, auront 31 jours, & ceux qui tomberont sur les Doigts abaissez B, D, n'en auront que 30, excepté le Mois de Février, qui n'a jamais plus de 29 jours quand l'Année est Bissextile, & seulement 28, lors que l'Année est commune. Plancke 45. Fig. 125.

PROBLEME XXV.

Trouver le jour de chaque Mois, auquel le Soleil entre dans un Signe du Zodiaque.

LE Soleil entre au commencement des Signes du Zodiaque environ le 20 de chaque Mois de l'Année, sçavoir au commencement de ♈ environ le 20. Mars, au commencement de ♉ environ le 20. Avril, & ainsi ensuite: & pour sçavoir ce jour un peu plus exactement, servez vous de ces deux Vers artificiels, dont l'Usage est tel;

Inclita Laus Justis Impenditur, Hæresis Horret,
Grandia Gesta Gerens Felici Gaudet Honore.

Distribuez les douze dictions de ces deux Vers aux douze Mois de l'Année, en commençant par Mars que vous attribuerez à *Inclita*, & en finissant par Février, qui répondra à *Honore*: & considerez le nombre que la premiere lettre de chaque mot obtient dans l'Alphabet, car si de 30 vous ôtez ce nombre, vous aurez au reste le nombre du Mois qu'on cherche.

Par exemple, *Inclita* répond au Mois de Mars, & au Signe du Belier, & sa premiere lettre I est la 9. lettre de l'Alphabet, si l'on

ôte 9 de 30, le reste 21 fait connoître que le 21. de Mars le Soleil entre dans Aries. Pareillement *Gaudet* répond au Mois de Janvier & au Signe du Verseau, & sa premiere lettre G est la 7. dans l'ordre Alphabetique, en ôtant 7 de 30, le reste 23 fait connoître que le 23. Janvier le Soleil entre au Verseau. Ainsi des autres.

PROBLEME XXVI.

Trouver le degré du Signe, où le Soleil se rencontre en un jour proposé de l'Année.

POur sçavoir le lieu du Soleil dans le Zodiaque, c'est-à-dire, en quel degré d'un Signe le Soleil est à chaque jour de quelque Mois que ce soit, par exemple, aujourd'hui 18. Mai, auquel il répond dans les deux Vers du Probléme precedent, ce mot *Justis*, dont la premiere lettre I est la 9. de l'Alphabet, ajoûtez ce nombre 9 au nombre 18 du jour proposé, & la somme 27 vous fera connoître que le 18. de Mai le Soleil occupe le 27. degré du Taureau, qui répond à la diction precedente *Laus*, la premiere *Inclita* répondant au Belier, comme nous avons dit au Probléme precedent.

Cela se pratique ainsi, lors que la somme est moindre que 30, comme ici, car quand elle sera plus grande que 30, on prendra le Signe qui répond au mot Latin du Mois proposé, & l'on ôtera 30 de cette somme, pour avoir au reste le degré de ce Signe.

Comme pour sçavoir le degré du Signe courant du Soleil, le 25. du Mois d'Août, auquel il répond dans le premier des deux Vers precedens le mot Latin *Horret*, qui appartient au Signe de la Vierge, & dont la premiere Lettre H est la 8. de l'Alphabet; ajoûtez 8 à 25, & ôtez 30 de la somme 33, & le reste 3 vous fait connoître que le Soleil est au 3. degré de la Vierge le 25. du Mois d'Août.

Remarque.

Dans ce Probléme & dans le precedent, nous avons supposé que l'on sçache l'ordre des douze Signes du Zodiaque, & les Mois qui leur répondent, ce que peu de personnes ignorent: neanmoins pour ceux qui ne le sçavent pas, nous avons ici ajoûté ces deux Vers Latins,

Sunt Aries, Taurus, Gemini, Cancer, Leo, Virgo,
Libraque, Scorpius, Arcitenens, Caper, Amphora, Pisces.

où l'on se souviendra que le premier Signe *Aries*, répond au Mois de Mars, le second *Taurus* au Mois d'Avril, & ainsi ensuite jusqu'au dernier *Pisces*, qui répond au Mois de Février.

PRO-

PROBLEME XXVII.

Trouver le Lieu de la Lune dans le Zodiaque en un jour proposé d'une Année.

ON trouvera premierement le Lieu du Soleil dans le Zodiaque, comme il a été enſeigné au Probléme precedent, & enſuite la diſtance de la Lune au Soleil, ou l'arc de l'Ecliptique, compris entre le Soleil & la Lune, comme nous allons enſeigner.

Ayant trouvé *par le Probl.* 14. l'âge de la Lune, & l'ayant multiplié toûjours par 12, diviſez le produit toûjours par 30, & le quotient donnera le nombre des Signes, & le reſte de la diviſion donnera le nombre des degrez de la diſtance de la Lune au Soleil. C'eſt pourquoi ſi ſelon l'ordre des Signes on compte cette diſtance dans le Zodiaque, en commençant depuis le Lieu du Soleil, on aura le Lieu de la Lune qu'on cherche.

Comme ſi l'on veut ſçavoir le Lieu de la Lune aujourd'hui 18. Mai 1693. auquel jour le Soleil occupe le 27 degré du Taureau, & l'âge de la Lune eſt 14; en multipliant 14 par 12, & en diviſant le produit 168 par 30, le quotient 5, & le reſte 18 de la diviſion, font connoître que la Lune eſt éloignée du Soleil de 5. Signes & de 18 degrez. Si donc on compte 5 Signes & 18 degrez dans le Zodiaque depuis le 27. degré du Taureau, qui eſt le Lieu du Soleil, on tombera ſur le 15. degré du Scorpion, qui eſt le Lieu de la Lune.

PROBLEME XXVIII.

Trouver à quel Mois de l'Année appartient une Lunaiſon.

DAns l'Uſage du Calendrier Romain, chaque Lunaiſon eſt eſtimée appartenir au Mois où elle ſe termine, ſuivant cette ancienne maxime des Computiſtes,

In quo completur menſi Lunatio detur.

c'eſt pourquoi pour ſçavoir ſi une Lunaiſon appartient à un Mois propoſé de quelque Année que ce ſoit, par exemple, à ce Mois de Mai 1693. ayant trouvé *par le Probl.* 14. l'âge de la Lune au dernier jour de Mai qui a 31 jours, ſçavoir 27, cet âge 27 fait connoître que la Lune finit au Mois ſuivant, c'eſt-à dire, au Mois de Juin, & que par conſequent elle appartient à ce Mois. Il fait auſſi connoître que la Lunaiſon precedente a fini au Mois

de Mai, & que par consequent elle appartient à ce Mois. Ainsi des autres.

PROBLEME XXIX.

Connoître les Années Lunaires qui sont communes, & celles qui sont Embolismiques.

CE Probléme est aisé à resoudre par le moyen du precedent, par lequel on connoît facilement qu'un même Mois Solaire peut avoir deux Lunaisons, parce qu'il se peut faire que deux Lunes finissent en un même Mois, sçavoir lors qu'il aura 30, ou 31 jours: comme Novembre qui a 30 jours, où une Lune peut finir le premier de ce Mois, & la suivante le dernier, ou le 30. du même Mois; & alors cette Année aura 13 Lunes, & sera par consequent Embolismique. En voici un exemple.

En l'Année 1712. la premiere Lune de Janvier finissant au huitiéme de ce Mois, la deuxiéme de Février au sixiéme, la troisiéme de Mars au huitiéme, la quatriéme d'Avril au sixiéme, la cinquiéme de Mai aussi au sixiéme, la sixiéme de Juin au quatriéme, la septiéme de Juillet aussi au quatriéme, la huitiéme d'Août au deuxiéme, la neuviéme de Septembre au premier, la dixiéme d'Octobre aussi au premier, l'onziéme aussi d'Octobre au trentiéme du même Mois, la douziéme de Novembre au vingt-neuviéme, & la treiziéme de Decembre au vingt-huitiéme; l'on connoît par là que cette Année étant de treize Lunes est Embolismique.

On connoît par le Calendrier nouveau, pour lequel tout ce que nous avons dit touchant le Compost Ecclesiastique, se doit entendre, que toutes les Années civiles Lunaires, qui ont leur commencement au premier de Janvier, sont Embolismiques, quand elles ont pour Epacte *, 29, 28, 27, 26, 25, 24, 23, 22, 21, 19, & aussi 18, quand le Nombre d'or est 19.

Ainsi l'on connoît qu'en cette Année 1693. dont l'Epacte est 23, l'Année Lunaire civile est Embolismique, c'est-à-dire, qu'elle a treize Lunes, ce qui arrive à cause que le Mois d'Août a deux Lunaisons, une Lune finissant le premier de ce Mois, & la suivante finissant le trentiéme du même Mois.

PROBLEME XXX.

Trouver le temps auquel la Lune éclaire pendant la nuit en un jour proposé.

AYant trouvé *par le Probl.* 14. l'âge de la Lune, & l'ayant augmenté d'une Unité, multipliez la somme par 4, si cette somme

ſomme ne paſſe pas 15, car ſi elle paſſe 15, il la faut ôter de 30, & multiplier le reſte par 4; aprés quoi l'on diviſera le produit par 5, & le quotient donnera autant de douziémes parties de la Nuit, pendant leſquelles la Lune luit. Ces douziémes parties ſont appellées *Heures inégales*, qu'il faut compter aprés le Coucher du Soleil, lors que la Lune croît, & avant le Lever du Soleil, lors que la Lune décroît.

Comme ſi l'on veut ſçavoir le temps que la Lune luit pendant la nuit de ce jour 21. Mai 1693. auquel l'âge de la Lune eſt 17, ajoûtant 1 à 17, & ôtant la ſomme 18 de 30, il reſtera 12 lequel étant multiplié par 4, & le produit 48 étant diviſé par 5, le quotient donnera 9 Heures inégales & $\frac{3}{5}$, pour le temps auquel la Lune éclaire la nuit avant le Lever du Soleil.

Remarque.

Il eſt aiſé de reduire les Heures inégales en Heures égales, ou Aſtronomiques, qui ſont la 24. partie d'un Jour naturel comprenant le Jour & la Nuit, lors que l'on ſçait la longueur de la nuit au jour propoſé. Comme en cet exemple, ſçachant qu'à Paris la nuit du 21. Mai eſt de 8 heures & 34 minutes, en diviſant ces 8 heures & 34 minutes par 12, on aura 42 minutes & 50 ſecondes, pour la valeur d'une Heure inégale, laquelle étant multipliée par $9\frac{3}{5}$, qui eſt le nombre des Heures inégales, pendant leſquelles la Lune éclaire depuis ſon Lever juſqu'au Lever du Soleil, on aura 6 Heures égales, & environ 51 minutes pour le temps compris entre le Lever de la Lune & le Lever du Soleil.

COROLLAIRE.

Par là on peut *trouver l'heure du Lever de la Lune*, ſçachant l'heure du Lever du Soleil: car ſi à l'heure du Lever du Soleil, qui eſt 4 heures & 17 minutes, on ajoûte 12 heures, & que de la ſomme 16 heures & 17 minutes, on ôte 6 heures & 51 minutes, qui eſt le temps compris entre le Lever de la Lune & le Lever du Soleil, on aura au reſte 9 heures & 26 minutes pour l'heure du Lever de la Lune.

PROBLEME XXXI.

Trouver la Hauteur du Soleil, & la Ligne Meridienne.

LOrs que dans le *Probl.* 3. nous avons enſeigné la maniere de trouver la Latitude d'un Lieu propoſé de la Terre, nous avons ſuppoſé que l'on ſçavoit connoître la Hauteur du Soleil,

leil, & auſſi la Ligne Meridienne, puis que nous nous ſommes ſervi de la Hauteur Meridienne. Ainſi avant que de finir, nous ajoûterons ici en peu de mots, le moyen de connoître la Hauteur du Soleil en tout temps, & enſuite la Ligne Meridienne.

Planche 45. 126. Fig. Premierement pour trouver la Hauteur du Soleil à quelque heure du jour, élevez à Angles droits ſur un Plan Horizontal, le ſtile AB d'une longueur volontaire, & marquez un point, comme C, à l'extrémité de l'ombre du ſtile AB, dans le temps que vous voudrez connoître l'élevation du Soleil ſur l'Horizon. Aprés cela tirez par le pied du ſtile A, & par le point d'ombre C, la ligne AC, qui repreſentera le Vertical du Soleil, & lui tirez par le même pied du ſtile A, la perpendiculaire AD égale au ſtile AB. Enfin tirez par le point D, & par le point d'ombre C, la droite CD, qui repreſentera le rayon du Soleil, tiré de ſon centre par l'extrémité B du ſtile AB, & qui fera au point C, avec le Vertical du Soleil AC, l'Angle ACD, qui étant meſuré avec un Tranſporteur, ou autrement, donnera les degrez de la Hauteur du Soleil, qu'on cherche.

Secondement pour trouver la Ligne Meridienne, marquez ſur quelque Plan Horizontal, environ deux ou trois heures avant Midi, le point d'ombre C, comme il vient d'être dit: & décrivez du pied du ſtile A, qui repreſente le Zenit, par ce point d'ombre C, la circonference de Cercle CFE, qui repreſentera l'Almicantarat du Soleil. Aprés cela marquez aprés Midi un ſecond point d'ombre, comme E, lors que l'extrémité de l'ombre du ſtile AB ſera retournée ſur la circonference CFE; & ayant diviſé l'arc CE en deux également au point F, tirez par ce point de milieu F, & par le pied du ſtile A, la droite AF, qui ſera la Ligne Meridienne qu'on cherche.

PROBLEME XXXII.

Connoître facilement les Calendes, les Nones, & les Ides à chaque Mois de l'Année.

LES Calendes, les Nones, & les Ides, qui étoient autrefois en uſage parmi les Romains, ſe peuvent connoître facilement par le moyen de ces trois Vers Latins,

Principium menſis cujuſque vocato Kalendas,
Sex Maius Nonas, *October, Julius, & Mars;*
Quatuor at reliqui: dabit Idus *quilibet Octo.*

dont le premier montre que les *Calendes* ſont le premier jour de chaque Mois, ce premier jour étant chez les Romains le premier jour de l'apparition de la Lune ſur le ſoir, auquel ils avoient coûtume

tume d'appeller à la Ville le Peuple de la Campagne, pour apprendre ce qu'il avoit à faire pendant le reste du Mois.

Le second Vers fait connoître que les *Nones* sont les septiémes jours des quatre Mois Mars, Mai, Juillet, & Octobre, & les cinquiémes jours des autres Mois; & l'on connoît par le troisiéme Vers, que les *Ides* sont huit jours aprés les Nones, sçavoir les quinziémes jours de Mars, Mai, Juillet, & Octobre, & les treiziémes jours des autres Mois.

Les Romains comptoient les autres jours à rebours, en allant toûjours en diminuant, & ils donnoient le nom des Nones d'un Mois aux jours qui sont entre les Calendes & les Nones de ce Mois, & le nom des Ides d'un Mois aux jours qui sont entre les Nones & les Ides de ce Mois, & enfin le nom des Calendes d'un Mois aux jours qui restent depuis les Ides jusqu'à la fin du Mois precedent.

Ainsi dans les quatre Mois, par exemple Mars, Mai, Juillet, & Octobre, où les Nones ont six jours, le deuxiéme jour du Mois s'appelle VI. *Nonas*, c'est-à-dire: le sixiéme jour avant les Nones, la preposition *ante* étant sous-entenduë: & pareillement le troisiéme jour se nomme V. *Nonas*, pour dire le cinquiéme jour des Nones, ou avant les Nones, & ainsi des autres. Mais au lieu d'appeller le sixiéme jour du Mois II. *Nonas*, on dit, *Pridie Nonas*, c'est-à-dire, la veille des Nones.

Fin du premier Tome.



TABLE
DES PROBLÉMES.

PROBLEMES D'ARITHMETIQUE.

l'As

PROBLE'MES DE GEOMETRIE.

PROBLEMES D'OPTIQUE.

PROBLÉMES DE GNOMONIQUE.

PROBLÉMES DE COSMOGRAPHIE.

